

# Modelagem Numérica de Ondas de Submersão Utilizando o Modelo de Serre

Geraldo de Freitas Maciel

Universidade Estadual Paulista - UNESP - Depto. Eng. Civil  
Campus de Ilha Solteira - [maciel@des.feis.unesp.br](mailto:maciel@des.feis.unesp.br)

Maria Francisca do Nascimento

Univ. Estadual Paulista - UNESP - Prog. de Pós-Graduação em Eng. Civil - Depto. Eng. Civil  
Campus de Ilha Solteira - [maria@des.feis.unesp.br](mailto:maria@des.feis.unesp.br)

Recebido: 30/07/01 - revisão: 22/11/01 - aceito: 09/07/02

## RESUMO

O objetivo deste artigo é ressaltar a adaptabilidade e domínios de validade de código de cálculo com base nas equações da “classe Boussinesq” (Sistema Serre) no estudo de ondas de submersão.

O modelo de Serre proposto trata os termos de derivadas de ordem superior, anteriormente desprezados por Boussinesq admitindo a hipótese de que a componente horizontal da velocidade é uniforme na vertical e a componente vertical da velocidade é linear entre o fundo e a superfície livre. Desse modo, na fase de geração, o modelo de Serre poderá suportar fortes amplitudes relativas de ondas (vizinhanças do “breaking”).

A partir da confrontação numérico-experimental dos resultados foi possível analisar os domínios de validade do modelo e observar que, mesmo usando um método implícito (incondicionalmente estável) há algumas restrições que devem ser observadas para a utilização do modelo.

**Palavras-chave:** ondas; modelo de Serre; Boussinesq.

## INTRODUÇÃO

Ondas de submersão, ocasionadas por impacto de corpos sólidos, tais como deslizamentos de terra ou rocha em reservatórios de barragens, canais de navegação ou lagos naturais, são de extrema preocupação para a engenharia de recursos hídricos, pois nas suas fases de geração, propagação e reflexão podem ocasionar sérios danos às estruturas civis, tais como a ruptura brusca ou gradual de barragens, provocando ondas de cheia que, quase sempre, geram cenários catastróficos por acarretarem perdas humanas e grandes áreas de inundação.

Quando da simulação física do fenômeno em laboratório, o impacto é simulado pela ação de um bloco indeformável que deslizando sobre rampa incide em canal de ondas. Na fase de choque (zona de geração) parte da energia cinética do bloco se transforma em energia de onda, gerando uma intumescência na superfície livre. A estimativa dessa amplitude é de supra importância para o cálculo da energia contida na onda, por conseguinte, na previsão de seu risco potencial.

Vários estudos já foram realizados tendo por objetivo a modelagem matemática de ondas. Sander & Hutter (1991), relatam resumidamente a história da evolução destes estudos e suas principais teorias dando enfoque à teoria da onda solitária.

Outras equações que se originaram da equação clássica (considerando os termos de ordem superior que Boussinesq negligenciou) foram desenvolvidas e serviram para melhorar os procedimentos fixados por ele. As principais equações são as de Korteweg-DeVries (KdV), Serre, Gre-

en-Naghdi, e Wu e são chamadas equações de segunda ordem ou equações da “classe Boussinesq”.

O objetivo desta comunicação científica é ressaltar a adaptabilidade e domínios de validade de código de cálculo com base nas equações da “classe Boussinesq” (Sistema Serre). A primeira tentativa de modelagem matemática de ondas foi feita por Joseph Valentin Boussinesq (1842-1929) em 1871, levando em consideração as acelerações verticais das partículas fluidas e admitindo uma onda solitária como solução mas, negligenciando um certo número de termos produtos de derivadas. Estas equações são chamadas equações clássicas de Boussinesq. O modelo de Serre proposto, além destas considerações, trata os termos de derivadas de ordem superior, anteriormente desprezados por Boussinesq. Desse modo, na fase de geração, o modelo de Serre poderá suportar fortes amplitudes relativas de ondas (vizinhanças do “breaking”).

Atualmente estudam-se as aproximações para ordens superiores. Segundo os pesquisadores, estas aproximações melhoram a dispersão linear e as características da não-linearidade das equações de Boussinesq não só em águas rasas como também em águas intermediárias e profundas. Dizem que esta nova proposta não viola as suposições da teoria clássica de Boussinesq, mas simplesmente estende seu campo de aplicação. Podemos destacar aqui os trabalhos de Zhang & Li (1999), Zou (1999) e Gobbi & Kirby (1999). Hoje, fala-se em um novo modelo de equações tipo Boussinesq onde os resultados numéricos obtidos são confrontados com dados experimentais de ondas geradas com “batedor de ondas” onde é possível controlar tal geração. Para as ondas de submersão o processo de geração torna-se

mais complexo, pois com o impacto do corpo sólido no meio líquido, não há como controlar a geração da onda devido a agitação caótica que acontece no momento do “*splash*” onde se misturam água, ar e o material sólido (bloco) no fundo do canal ou reservatório (Figura 1).

Não aderindo de imediato a modelações numéricas mais complexas, propomos estudar as ondas de submersão em águas rasas através das equações da “classe Boussinesq”, mais precisamente o sistema Serre, por constituírem-se em equações que permitem gerar ondas num espectro mais largo que aquele do grupo “*shallow water*”. No escopo desta comunicação científica é tentada uma aproximação de segunda ordem (não linear dispersiva) que parece-nos atender, respondendo bem aos fenômenos hidrodinâmicos de água rasa.

## AS EQUAÇÕES DO MODELO SERRE

As equações do sistema Serre para o cálculo das ondas de submersão utilizadas nesta investigação, foram obtidas em uma forma generalizada, para uma geometria qualquer de canal, por Freitas Maciel (1993). A técnica implementada no modelo leva em consideração a onda gerada pela ação combinada da modificação do fundo, devido à intrusão do sólido, pelo atrito lateral (sólido/líquido) e pelo efeito das acelerações verticais das partículas fluidas na zona de geração. Admitindo as hipóteses de que a componente horizontal da velocidade é uniforme na vertical e a componente vertical da velocidade é linear entre o fundo e a superfície livre (condição de Boussinesq), o pesquisador obteve um par de equações que generalizam o sistema Serre.

Para um caso particular de canal retangular, o sistema generalizado das equações de Serre se apresenta da seguinte forma:

- Conservação da massa:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(hu)}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

- Conservação da quantidade de movimento:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(hu)}{\partial t} + \frac{\partial \left[ hu^2 + \left( \frac{g+\beta}{2} + \frac{\alpha}{3} \right) \right]}{\partial x} = \\ - \left( g + \beta + \frac{\alpha}{2} \right) h \frac{\partial z_f}{\partial x} - gh \frac{(u - u_g)|u - u_g|}{C^2 R_h} \end{aligned} \quad (2)$$

onde  $h$  é a cota da superfície livre (m);  $u$  o componente horizontal da velocidade do fluido (m/s);  $u_g$  a velocidade da massa deslizante (m/s);  $g$  a aceleração da gravidade (m/s<sup>2</sup>);  $z_f$  a cota do fundo (m);  $C$  o coeficiente de Chézy (m<sup>1/2</sup>s<sup>-1</sup>);  $R_h$  o raio hidráulico (m);  $\alpha$  representa as acelera-



Figura 1. Formação do “*splash*”.

ções verticais das partículas fluidas, na superfície livre, devido à curvatura das linhas de corrente (m/s<sup>2</sup>); e  $\beta$  representa as acelerações devido às variações do fundo  $z_f$ , devido à intrusão de massa sólida (m/s<sup>2</sup>).

## Método de resolução numérica

Na abordagem numérica, a partir do modelo matemático proposto, é feita a discretização das equações em diferenças finitas e o desenvolvimento do programa computacional. A técnica numérica clássica utilizada é uma adaptação do esquema numérico desenvolvido por Mirie & Su (1982) quando da resolução das equações de Korteweg-de Vries para ondas solitárias e de Seabra Santos (1989) na resolução das equações de Serre fazendo-se uma modificação, isto é, leva-se em conta as variações do fundo  $z_f(x, t)$  em função do tempo.

Uma resolução numérica explícita está sendo descartada, pois o teste de estabilidade sobre o domínio de cálculo tem conduzido a intervalos de tempo  $\Delta t$  muito pequenos. Optou-se então, por uma solução implícita, portanto incondicionalmente estável.

O primeiro passo é partir para uma adimensionalização das equações de Serre através da mudança de variáveis, onde  $d$  é a profundidade local do escoamento (lâmina de água inicial no canal). Assim, tem-se:

$$\bar{x} = \frac{x}{d}, \quad \bar{h} = \frac{h}{d}, \quad \bar{z}_f = \frac{z_f}{d}, \quad \bar{u} = \frac{u}{\sqrt{gd}}$$

$$\bar{u}_g = \frac{u_g}{\sqrt{gd}}, \quad \bar{C} = \frac{C}{\sqrt{g}} \quad \text{e} \quad \bar{t} = t \sqrt{\frac{g}{d}}$$

Omitindo-se as barras, as equações de Serre (1) e (2) escrevem-se da seguinte forma:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(hu)}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial(hu)}{\partial t} + \frac{\partial \left[ hu^2 + \left( \frac{1+\beta}{2} + \frac{\alpha}{3} \right) h^2 \right]}{\partial x} = - \left( 1 + \beta + \frac{\alpha}{2} \right) h \frac{\partial z_f}{\partial x} - h \frac{(u - u_g)|u - u_g|}{C^2 R_h} \quad (4)$$

$$\text{com, } \alpha = \frac{d^2 h}{dt^2} \text{ e } \beta = \frac{d^2 z_f}{dt^2}.$$

Para que este sistema (3 - 4) possa ser resolvido numericamente é preciso que ele esteja em sua forma conservativa, o que não acontece devido aos termos de derivadas totais de  $\alpha$  e  $\beta$ . É feito então um desenvolvimento algébrico onde, reagrupamos em (4) os termos que contém as derivadas da velocidade  $u$  em relação ao tempo  $t$  e a abscissa  $x$ . Assim, tem-se um novo sistema adimensional e conservativo que pode ser resolvido numericamente, a saber:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(hu)}{\partial x} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ uq - \frac{1}{2} u^2 + h - z_f - \frac{1}{2} h^2 \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} u^2 \left( \frac{\partial z_f}{\partial x} \right)^2 - \frac{1}{2} h \frac{\partial z_f}{\partial x} \frac{\partial(u^2)}{\partial x} \right] = s \quad (6)$$

onde:

$$s = u \left( \frac{\partial^2 z_f}{\partial t \partial x} \left( \frac{\partial h}{\partial x} - 2 \frac{\partial z_f}{\partial x} \right) - \frac{1}{2} h \frac{\partial^3 z_f}{\partial^2 x \partial t} \right) - \frac{\partial(h + z_f)}{\partial x} \left( \frac{\partial^2 z_f}{\partial t^2} + 2u \frac{\partial^3 z_f}{\partial t \partial x} \right) - h \frac{(u - u_g)|u - u_g|}{C^2 R_h} \quad (7)$$

$$q = u(1 + r) - \frac{1}{3h} \frac{\partial}{\partial x} \left( h^3 \frac{\partial u}{\partial x} \right) \quad (8)$$

$$r = \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial z_f}{\partial x} + \frac{1}{2} h \frac{\partial^2 z_f}{\partial x^2} + \left( \frac{\partial z_f}{\partial x} \right)^2 \quad (9)$$

Para as condições de fronteira, admitindo-se que as acelerações verticais das partículas fluidas são nulas, utilizou-se para a sua resolução a técnica do método das características (curvas características e invariantes de Riemann). O domínio de cálculo é discretizado em uma malha retangular de incremento  $\Delta x$  para as abscissas e  $\Delta t$  para o tempo, cujos nós têm coordenadas  $i\Delta x$  e  $i\Delta t$ . No instante inicial ( $n = 1$ ), tomamos como distribuição a solução esta-

cionária composta por uma superfície livre horizontal e um campo de velocidade nulo. Neste estágio, as Equações (8) e (9) permitem determinar a distribuição inicial de  $q^1$  e  $r^1$ .

$$q_i^1 = u_i^1(1 + r_i^1) - h_i^1 \frac{(h_{i+1}^1 - h_{i-1}^1) \cdot (u_{i+1}^1 - u_{i-1}^1)}{4\Delta x^2} - (h_i^1)^2 \frac{u_{i+1}^1 - 2u_i^1 + u_{i-1}^1}{3\Delta x^2}$$

onde:

$$r_i^1 = \left( \frac{\partial z_f}{\partial x} \right)_i^1 \left[ \frac{h_{i+1}^1 - h_{i-1}^1}{2\Delta x} + \left( \frac{\partial z_f}{\partial x} \right)_i^1 \right] + \frac{1}{2} h_i^1 \left( \frac{\partial^2 z_f}{\partial^2 x} \right)_i^1$$

Para o cálculo de  $q$  até o passo  $n$ , supõe-se que são conhecidas todas as variáveis envolvidas. Para a determinação do passo seguinte,  $n+1$ , primeiramente um valor provisório  $h^*$ , que representa a cota da superfície livre  $h^{n+1}$ , é obtido a partir de (5) utilizando um esquema numérico com derivadas centrais:

$$\frac{h_i^* - h_i^n}{\Delta t} + \left( \frac{h_i^* + h_i^n}{2} \right) \frac{u_{i+1}^n - u_{i-1}^n}{2\Delta x} + u_i^n \frac{h_{i+1}^* - h_{i-1}^* + h_{i+1}^n - h_{i-1}^n}{4\Delta x} = 0$$

Um valor intermediário (médio) é considerado entre os dois passos de tempo:

$$\tilde{h}_i = \frac{1}{2} (h_i^* + h_i^n)$$

fazendo:

$$\dot{z} = \frac{\partial z_f}{\partial x} \quad \text{e} \quad \ddot{z} = \frac{\partial \dot{z}}{\partial x} = \frac{\partial^2 z_f}{\partial x^2}, \quad \text{tem-se:}$$

$$s_i^n = -u_i^n \left( \frac{\partial \dot{z}}{\partial t} \right)_i^n \left( \frac{\tilde{h}_{i+1} - \tilde{h}_{i-1}}{2\Delta x} + 4\dot{z}_i \right) - \frac{1}{2} h_i^n u_i^n \left( \frac{\partial \dot{z}}{\partial t} \right)_i^n - \left( \frac{h_{i+1}^n - h_{i-1}^n}{2\Delta x} + \dot{z}_i \right) \left( \frac{\partial z_f}{\partial t^2} \right)_i^n - \tilde{h}_i \frac{u_i^n - u_g |u_i^n - u_g|}{C^2 R_h}$$

A partir de  $h^*$  e sempre utilizando o esquema central, a partir da Equação (6) são calculados os valores provisórios de  $q$ , a saber:

Tabela 1. Características das condições utilizadas para validar o modelo de Serre.

e/d	d(cm)	e(cm)	$\Delta x$	$\Delta t$	I	N	$C_r$	Tipo de onda
0,30	25	7,5	0,325	0,10	1000	100	0,48	Oscilatório-cnoidal (O-C)
0,37	20	7,5	0,325	0,10	1000	100	0,43	Cnoidal-solitário (C-S)
0,48	25	12	0,325	0,10	1000	100	0,37	Cnoidal-solitário (C-S) e resalto suave (RS)
0,50	15	7,5	0,500	0,012	2000	24	0,03	“Soliton” (S)
0,60	20	12	0,325	0,10	1000	100	0,43	Cnoidal-solitário (C-S) e resalto (R)
0,80	15	12	0,325	0,10	1000	100	0,48	Ressalto (R)

$$\begin{aligned}
& \frac{q_i^{n+1} - q_i^n}{\Delta t} + \frac{(q_i^{n+1} - q_i^n)(u_{i+1}^n - u_{i-1}^n)}{2\Delta x} + \\
& u_i^n \frac{(q_{i+1}^{n+1} - q_{i-1}^{n+1} + q_{i+1}^n - q_{i-1}^n)}{4\Delta x} - u_i^n \left( \frac{u_{i+1}^n - u_{i-1}^n}{2\Delta x} \right) + \\
& \left( \frac{\tilde{h}_{i+1} - \tilde{h}_{i-1}}{2\Delta x} \right) \left[ 1 - \tilde{h}_i \left( \frac{u_{i+1}^n - u_{i-1}^n}{2\Delta x} \right)^2 \right] - \\
& \tilde{h}_i \left( \frac{u_{i+1}^n - u_{i-1}^n}{2\Delta x} \right) \left[ \tilde{h}_i \left( \frac{u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n}{\Delta x^2} \right) - u_i^n z \right] + \\
& z_i \left[ 1 - z_i u_i^n \left( \frac{u_{i+1}^n - u_{i-1}^n}{2\Delta x} \right) - (u_i^n)^2 z_i + \right. \\
& \left. u_i^n \left( \frac{\tilde{h}_{i+1} - \tilde{h}_{i-1}}{2\Delta x} \right) \left( \frac{u_{i+1}^n - u_{i-1}^n}{2\Delta x} \right) \right] + \\
& z_i \left[ \tilde{h}_i \left( \frac{u_{i+1}^n - u_{i-1}^n}{2\Delta x} \right)^2 + \tilde{h}_i u_i^n \left( \frac{u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n}{\Delta x^2} \right) \right] = s_i^n
\end{aligned}$$

Utilizando-se dos valores provisórios de  $h^{n+1}$  e  $q^{n+1}$ , calculam-se, a partir de (8) e (9), a componente horizontal da velocidade em todos os pontos do domínio.

$$\begin{aligned}
r_i^{n+1} &= z_i \left[ \frac{h_{i+1}^* - h_{i-1}^*}{2\Delta x} + z \right] + \frac{1}{2} h_i^{n+1} z_i \\
q_i^{n+1} &= u_i^n (1 + r_i^{n+1}) - h_i^* \left( \frac{h_{i+1}^* - h_{i-1}^*}{2\Delta x} \right) \left( \frac{u_{i+1}^{n+1} - u_{i-1}^{n+1}}{2\Delta x} \right) - \\
& (h_i^*)^2 \left( \frac{u_{i+1}^{n+1} - 2u_i^{n+1} + u_{i-1}^{n+1}}{3\Delta x^2} \right)
\end{aligned}$$

Substitui-se em todo o domínio,  $u^n$  por  $\frac{1}{2}(u^{n+1} + u^n)$ , e os valores definitivos de  $h^{n+1}$  são obtidos por uma nova resolução de (5). Enfim, as amplitudes intermediárias são redefinidas, e calculam-se por (6) os valores definitivos para  $q^{n+1}$ . Uma vez que todas as equações em diferenças finitas envolvidas, são todas implícitas, a solução do problema a cada interação no tempo requer a solução de cinco sistemas tri diagonais de  $n-2$  equações e  $n-2$  incógnitas.

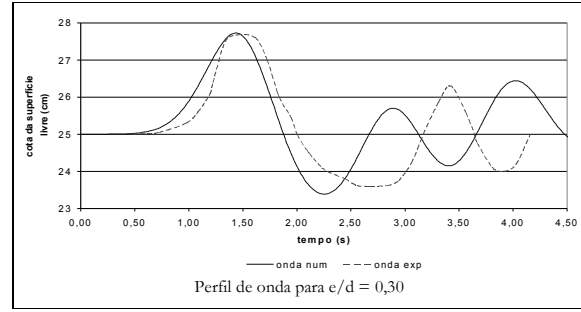
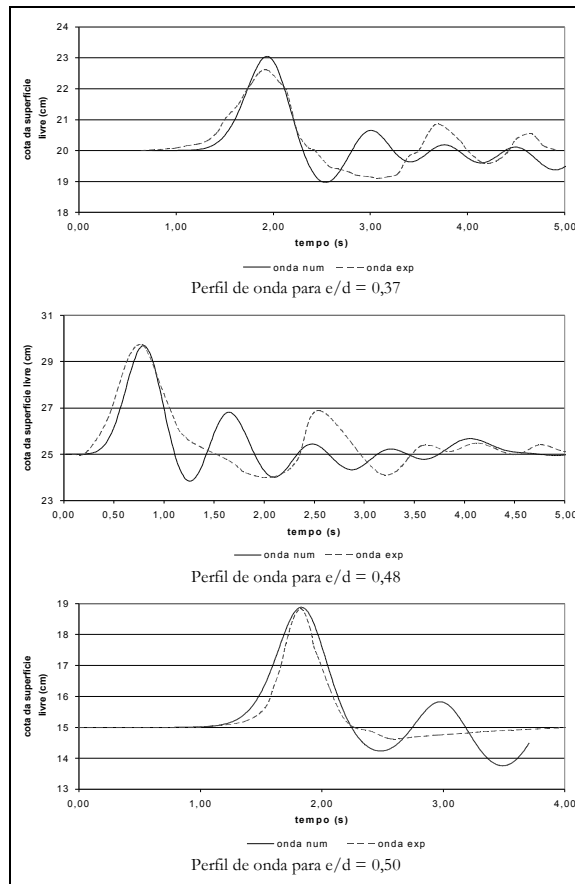


Figura 2. Comparação dos perfis de onda numérico e experimental.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os métodos de análise de estabilidade utilizados são válidos para os sistemas lineares. Para modelos não-lineares, a análise permite que se faça uma idéia da estabilidade local do esquema em sua fase propagativa, pois é ela que subsiste na linearidade. É indispensável que, no esquema numérico, cuja defasagem depende sempre do número de pontos de discretização, as oscilações da onda decaiam o menos possível em relação ao esperado. Sabe-se que os esquemas de diferenças finitas implícitos são incondicionalmente estáveis não tendo limitação quanto aos passos de tempo podendo ser utilizado qualquer valor do número de Courant ( $C_r = c\Delta t/\Delta x$ ;  $c = \sqrt{gd}$  = celeridade da onda). Entretanto, segundo Abbott & Basco (1989), esquemas implícitos que operam a  $C_r > 1$  devem ser considerados com mais cuidado, pois produzem erros de fase gerando componentes de onda mais curtos, que se movem mais lentamente e acabam se tornando ondas parasitárias, pois deixam atrás de si um rastro que acaba por fim, sendo somado à solução principal da superfície livre nos cálculos numéricos alterando o valor da amplitude real da onda e tornando instável o esquema.

Devido ao fato de que a geração das ondas no canal artificial se faz pelo lançamento de blocos, e não com a ajuda de um batedor onde é possível controlar a geração, há uma dificuldade em prever o comportamento da onda nesta fase. Com isto, houve a necessidade de se realizar vários testes numéricos para se chegar aos valores de  $\Delta x$  que “validariam” o modelo. A partir dessa análise definiu-se também a malha de pontos de interação no tempo, necessários para bem re-

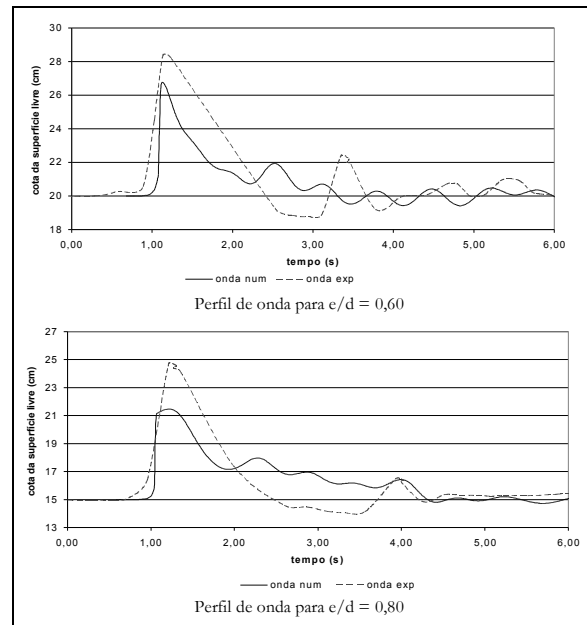


**Figura 3. Comparação dos perfis de onda numérico e experimental.**

produzir os perfis de ondas gerados. Os resultados são mostrados na Tabela 1 onde  $N$  é o número de pontos por comprimento de onda e é dado por  $i\Delta t$  ( $i$  = número de iterações). Os ensaios experimentais foram feitos para três lâminas de água,  $d = 15, 20, 25$  cm, com dois blocos de espessuras,  $e = 7,5$  e  $12$  cm.

Com esta análise, notou-se que, as ondas experimentais tipo O-C, C-S e RS são bem reproduzidas para  $N = 50$  pontos; valores menores dispersavam as ondas. Percebe-se também que, mesmo para métodos implícitos a escolha do passo de tempo é tão importante quanto do espaço pois isto interfere na determinação do número de Courant que, como vimos anteriormente, é preferível que seja menor que um. A análise nos conduziu por fixar o valor de  $N = 100$  pontos e  $\Delta x = 0,325$ , pois foi o que mais aproximou as alturas de ondas numérico-experimentais; obtivemos ondas cuja diferença na amplitude máxima em relação ao resultado experimental não ultrapassou 10%. Para as ondas experimentais tipo S os resultados são obtidos para baixos valores de  $\Delta t$  enquanto  $\Delta x$  igual ou superior a  $0,50$ .

O perfil de onda numérico obtido também se mostrou satisfatório sobretudo para a primeira onda, mas re-



**Figura 4. Comparação dos perfis de onda numérico e experimental.**

tardando-se consideravelmente para as ondas seguintes conservando, porém, suas amplitudes. Acreditamos que este retardo ocorra devido ao esquema numérico, que reconhecidamente apresenta retardo com relação ao avanço do tempo, associado à agitação caótica da fase de geração (que se revela no campo de velocidades) que torna difícil sua análise numérica. Observamos também que, à medida que a diferença entre  $\Delta x$  e  $\Delta t$  aumenta (conservando o valor de  $\Delta t$  e variando  $\Delta x$ ), diminui a amplitude da onda numérica e aumenta o tempo das oscilações, e isto já era esperado devido ao número de Courant e a não-linearidade do modelo. Para o nosso caso, entretanto, interessamos mais o valor da amplitude da onda do que seu avanço no tempo.

Com estes resultados observamos que, para o caso de ondas solitárias, o modelo converge para valores de  $C_r$  iguais ou menores que  $0,03$ , dependendo apenas da interação do espaço  $\Delta x$ . Para ondas tipo O-C os melhores resultados são observados para  $C_r$  menor que  $0,48$  e para ondas tipo C-S temos  $C_r$  menor que  $0,43$ . Os perfis RS e R foram tratados com os mesmos valores observados para O-C e C-S a fim de recuperar os dados experimentais obtidos. O modelo de Serre conseguiu reproduzir alguns destes perfis. Dada a natureza parabólica do sistema Serre (1 - 2) fica "difícil" esperar que o ressalto hidráulico seja solução do problema. Nesses casos, o modelo "Shallow Water" clássico, tipo Saint Venant, de natureza estritamente hiperbólica, seria mais adequado. Portanto, tais resultados precisam ser ainda melhor investigados, fugindo ao escopo desta comunicação.

A fim de ilustrar os perfis de onda, apresentamos nas Figuras 2, 3 e 4 alguns resultados numérico-experimentais obtidos com o modelo de Serre.

## REFERÊNCIAS

- ABBOTT, M. B. & BASCO, D. R. (1989). *Computational fluid dynamics – an introduction for engineers*. 1ª edição, Longman Editora.
- FREITAS MACIEL, G. (1993). Aplicação das equações da “classe Boussinesq” no estudo de ondas de gravidade geradas por impacto localizado. Congresso Ibero Latino Americano de Métodos Computacionais em Engenharia (CILAMCE), 14, São Paulo. *Anais*, vol. 3, p.656-664.
- GOBBI, M. F. & KIRBY, J. T. (1999). Wave evolution over submerged sills: tests of a high-order Boussinesq model. *Costal Engineering*, vol. 37, p.57-96.
- MIRE, R. M. & SU, C. H. (1982). Collisions between two solitary waves. *Journal of Fluids Mechanics*, vol. 115, p.492.
- SANDER, J. & HUTTER, K. (1991). On the Development of the Theory of Solitary Wave. *Acta Mechanica*, vol. 86, p.111-152.
- SEABRA SANTOS, F. J. (1989). *Efeitos hidrodinâmicos resultantes de perturbações na fronteira e na superfície livre de uma massa líquida inicialmente em repouso*. Simpósio Luso-Brasileiro de Hidráulica e Recursos Hídricos (SILUSB), 4, Lisboa, p.93-107.
- ZHANG, Y. G. & LI, Y. C. (1999). A new form of Boussinesq equation with improved linear dispersion characteristics, *China Ocean Engineerig*, vol. 13, p.11-20.
- ZOU, Z. L. (1999). High order Boussinesq equations. *Ocean Engineering*, vol. 26: (8), p.767-792, Pergamon-Elsevier Science Ltd, Oxford.

## ***Water Waves Generated by Local Disturbance – Using a Numerical Model Based on Serre’s Equations***

### **ABSTRACT**

*The purpose of this paper is to highlight the adaptability and validity domains of numerical models based on Boussinesq class equations (Serre’s proposal) in the water waves generated by the study of local disturbance.*

*Serre’s model proposed considers higher order derivate terms, previously neglected by Boussinesq that take into account the hypothesis that the horizontal component of velocity is uniform in depth, and the vertical component of velocity is linear from the bottom to the free surface. In this way, in the generation zone, Serre’s model can stand high relative wave amplitudes (vicinity of the breaking phenomenon).*

*Based on the numerical-experimental confrontation of results, it was possible to analyze the validity domains of this model and observe that, even using an implicit method (unconditionally stable) there are some restrictions that should be observed in using it.*

*Key Words: waves; Serre’s model; Boussinesq.*