

MODELO QUASE-TRIDIMENSIONAL PARA A SIMULAÇÃO DO ASSOREAMENTO EM RESERVATÓRIOS DE ÁGUA

*João Paulo Laquini¹; Roberto Francisco de Azevedo²; Izabel Christina d'A. D. Azevedo³;
Christianne de Lyra Nogueira⁴ & Aline Fernandes Héleno⁵*

RESUMO: Um modelo matemático quase-tridimensional capaz de simular o processo de acúmulo de sedimentos ao longo do tempo em toda a extensão de um reservatório de água criado por uma barragem construída no leito de um rio é apresentado neste artigo. Os principais fenômenos físicos descritos pelo modelo incluem o transporte, a deposição e a erosão dos sedimentos. O modelo considera a variação granulométrica dos sedimentos que entram no reservatório e dos que são depositados e permite simular o aporte de sedimentos que entram no reservatório em diferentes pontos ao longo de seu comprimento, através de uma rede de canais. As equações governantes do modelo hidrodinâmico são resolvidas pelo esquema de diferenças finitas de Preissmann e pelo método da varredura dupla, num esquema incremental-iterativo. No modelo de sedimentos, as equações são resolvidas pelo método das diferenças finitas implícito e por um método acoplado direto. O modelo foi implementado computacionalmente e utilizado para simular o assoreamento do reservatório da Barragem Imperial construída sobre o Rio Colorado, EUA. Os resultados computacionais foram comparados com medições de campo, mostrando que o modelo realiza uma previsão satisfatória do processo de assoreamento do reservatório.

ABSTRACT: In this paper is presented a quase-tridimensional mathematic model able to simulate the sediment filling process along time in the entire extension of a water reservoir created by a dam built in a river bed. The main physical phenomena described by the model include the sediment transport, deposition and erosion. The model considers the variation of the grain-size distribution of the inflow and deposited sediments and allows simulating the sediment inflow contribution from tributaries entering any place along the reservoir, through a network channel delineation. The governing equations of the hydrodynamics model are solved by the Preissmann finite difference scheme and the double-sweep algorithm, through an incremental-iterative scheme. In the sediment model, the equations are solved by an implicit finite difference scheme and a direct-coupled method. The model was computationally implemented and it was used to simulate the silting up of the Imperial Dam reservoir built over the Colorado River, USA. The computational results were compared with field measurements, showing that the model predicts satisfactorily the reservoir silting up process.

Palavras-chave: Assoreamento, reservatório de água, modelo numérico.

1) Pós-Doutorando PUC-Rio, Av. P.H. Rolfs s/n, Campus Universitário, 36571-000 Viçosa MG. E-mail joao.laquini@gmail.com

2) Professor titular da UFV, DEC, Av. P.H. Rolfs s/n, Campus Universitário, 36571-000 Viçosa MG. E-mail razevedo@ufv.br

3) Professora associada II da UFV, DEC, Av. P.H. Rolfs s/n, Campus Universitário, 36571-000 Viçosa MG. E-mail iazevedo@ufv.br

4) Professora associada da UFOP, DEMIN, Campus Universitário, Morro do Cruzeiro, 35400-000 Ouro Preto MG. E-mail chris@em.ufop.br

5) Mestranda em Engenharia Civil na UFV, Av. P.H. Rolfs s/n, Campus Universitário, 36571-000 Viçosa MG. E-mail niheleno@hotmail.com

1 INTRODUÇÃO

Reservatórios podem ser construídos para diversas finalidades, como abastecimento de água, irrigação, geração de energia, controle de enchentes e recreação. Quando uma barragem é construída num curso d'água natural, ela altera o equilíbrio do rio, modificando as características hidráulicas do escoamento e, consequentemente, a capacidade do rio em transportar sedimentos. O assoreamento do reservatório criado pela barragem é, então, inevitável.

Estima-se que os reservatórios brasileiros perdem 0,5% de seus volumes a cada ano (Carvalho, 1998). Pouco pode ser feito em reservatórios já preenchidos por sedimentos para removê-los. Raramente um reservatório pode ser dragado e provavelmente esta alternativa só é aplicável aos pequenos reservatórios. A construção de um novo reservatório é, normalmente, a opção mais econômica.

Estimar com precisão a vida útil de um reservatório é um objetivo que todos os projetistas almejam. A viabilidade econômica do projeto de uma barragem pode depender desta estimativa. Entretanto, prever o acúmulo de sedimentos num reservatório é uma tarefa difícil porque os processos envolvidos são complicados e, muitos deles, ocorrem simultaneamente. Além disso, os fatores que interferem no processo são complexos e sujeitos a uma grande variabilidade temporal. Não basta apenas estimar o montante de sedimentos depositados num reservatório, é preciso também prever como e onde as suas partículas serão depositadas, o que impõe dificuldades adicionais na descrição do fenômeno através de um modelo.

Desde a década de 1950, vários métodos empíricos para prever a sedimentação em reservatórios foram apresentados (Cristofano, 1953; Borland e Miller, 1958; Sharghi, 1994; Sloff, 1997). Estes modelos estimam os padrões de sedimentação baseados em dados de reservatórios existentes. Com o desenvolvimento de computadores mais acessíveis e potentes, os modelos empíricos clássicos foram gradualmente substituídos por modelos matemáticos que simulam o processo de sedimentação num reservatório a partir de equações diferenciais que procuram descrever os fenômenos físicos envolvidos no processo de assoreamento.

Modelos matemáticos unidimensionais (1D) para o transporte de sedimentos em rios têm sido extensivamente desenvolvidos nas últimas décadas. Nestes modelos, a direção longitudinal é a única considerada para fins de modelagem. Esses modelos apresentam muitas vantagens, dentre elas, a simplicidade das formulações e o requerimento de poucos recursos computacionais, tornando possível a simulação de grandes extensões de rios e reservatórios. As principais desvantagens dos modelos 1D são a impossibilidade de simular escoamentos curvilíneos, zonas de recirculação e escoamentos secundários, além de não poderem modelar adequadamente a distribuição lateral dos sedimentos. Dentre os modelos 1D, destacam-se o HEC-6 (U.S. ARMY CORPS OF ENGINEERS,

1972), de Asada (1973), de Soares (1975), de Lopez (1978), de Rice (1981), de Annandale (1984), de Chang (1988), de Siddique (1991), de Zhou e Lin (1998), o CCHE1D (Wu e Vieira, 2002; Wu *et al.*, 2004) e o modelo de Toniolo e Parker (2003).

Nesse artigo será apresentado um modelo tridimensional baseado numa formulação unidimensional (modelo quase-tridimensional). O modelo descreve, através de equações diferenciais unidimensionais, o escoamento de superfície livre numa rede de canais, o transporte de sedimento não-uniforme em condições de não-equilíbrio, a deposição e a erosão dos sedimentos, levando-se em consideração a variação granulométrica no espaço e no tempo do material do leito. A distribuição lateral dos sedimentos depositados calculados pelo modelo em seções transversais ao longo do reservatório é realizada por um procedimento empírico. O modelo proposto foi utilizado para simular o acúmulo de sedimentos ao longo do tempo do reservatório de água da Barragem Imperial, no rio Colorado, EUA.

2 MODELO HIDRODINÂMICO UNIDIMENSIONAL

2.1 Equações governantes para o escoamento em canais abertos

As equações governantes do modelo da onda dinâmica 1D para escoamentos em canais abertos com baixa concentração de sedimentos são as equações de Saint-Venant:

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{Q}{A} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\beta Q^2}{2 A^2} \right) + g \frac{\partial y}{\partial x} + g S_f = 0 \quad (2)$$

em que x e t são as coordenadas espacial e temporal, respectivamente; A é a área do escoamento; Q é a vazão de água; q é uma vazão de água por unidade de comprimento do canal; β é o coeficiente de Corolis, que corrige a não-uniformidade da distribuição da velocidade na seção transversal; y é a elevação da superfície da água; g é a aceleração da gravidade; e, S_f é a parcela da inclinação da linha de energia causada pelo atrito, definida como $S_f = Q|Q|/K^2$, em que K é o fator de transporte.

Quando as propriedades hidráulicas variam dentro da seção transversal, ela é dividida em subseções, cujas propriedades são independentes entre si. O fator de transporte e o coeficiente de Corolis para a seção transversal como um todo são determinados, respectivamente, por $K = \sum_{i=1}^{ns} A_i R_{h,i}^{2/3} / n_i$ e $\beta = A / K^2 \sum_{i=1}^{ns} K_i^2 / A_i$, em que A_i , $R_{h,i}$, n_i e K_i são, respectivamente, a área de escoamento, o raio hidráulico, o coeficiente de rugosidade de Manning e o fator de transporte da subseção i ; e, ns é o número de subseções.

2.2 Discretização das equações governantes pelo esquema de Preissmann

O esquema de diferenças finitas implícito de quatro pontos proposto por Preissmann (1961) é usado para discretizar as Equações (1) e (2) de Saint-Venant, como:

$$\frac{\psi}{\Delta t} (A_{j+1}^{n+1} - A_j^n) + \frac{1-\psi}{\Delta t} (A_j^{n+1} - A_j^n) + \frac{\theta}{\Delta x} (Q_{j+1}^{n+1} - Q_j^{n+1}) + \frac{1-\theta}{\Delta x} (Q_{j+1}^n - Q_j^n) - \theta [\psi q_{j+1}^{n+1} + (1-\psi) q_j^{n+1}] - (1-\theta) [\psi q_{j+1}^n + (1-\psi) q_j^n] = 0 \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\psi}{\Delta t} \left(\frac{Q_{j+1}^{n+1}}{A_{j+1}^{n+1}} - \frac{Q_{j+1}^n}{A_{j+1}^n} \right) + \frac{1-\psi}{\Delta t} \left(\frac{Q_j^{n+1}}{A_j^{n+1}} - \frac{Q_j^n}{A_j^n} \right) + \frac{\theta}{\Delta x} \left[\frac{\beta_{j+1}^{n+1}}{2} \left(\frac{Q_{j+1}^{n+1}}{A_{j+1}^{n+1}} \right)^2 - \frac{\beta_j^{n+1}}{2} \left(\frac{Q_j^{n+1}}{A_j^{n+1}} \right)^2 \right] \\ & + \frac{1-\theta}{\Delta x} \left[\frac{\beta_{j+1}^n}{2} \left(\frac{Q_{j+1}^n}{A_{j+1}^n} \right)^2 - \frac{\beta_j^n}{2} \left(\frac{Q_j^n}{A_j^n} \right)^2 \right] + \frac{\theta g}{\Delta x} (y_{j+1}^{n+1} - y_j^{n+1}) \\ & + \frac{(1-\theta)g}{\Delta x} (y_{j+1}^n - y_j^n) + \theta g [\psi_R S_{f,j+1}^{n+1} + (1-\psi_R) S_{f,j}^{n+1}] \\ & + (1-\theta)g [\psi_R S_{f,j+1}^n + (1-\psi_R) S_{f,j}^n] = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

em que o sobreescrito n e o subscrito j denotam os números dos passos no tempo e no espaço, respectivamente; Δt e Δx são os intervalos no tempo e no espaço, respectivamente; θ , $0 \leq \theta \leq 1$ e ψ , $0 \leq \psi \leq 1$ são os fatores de ponderação temporal e espacial do esquema de Preissmann, respectivamente; e, ψ_R é o fator de ponderação espacial para a inclinação da linha de energia no caso da profundidade do fluxo ser pequena. O fator de ponderação ψ_R é trocado por um valor dentro do intervalo $0 \leq \psi_R \leq 0,5$ para tratar do problema de leito seco, no qual, como a profundidade do escoamento aproxima-se de zero, o fator de transporte e a vazão de água também tendem para zero, e a parcela da inclinação da linha de energia causada pelo atrito se torna indeterminada (Cunge *et al.*, 1980; Meselle e Holly, 1993; Langendoen, 1996). Wu e Vieira (2002) consideram que fazer $\psi_R = 0,05$ é uma forma mais efetiva de tratar do problema de leito seco.

2.3 Linearização e esquema incremental-iterativo

Como a Equação (2) é não-linear, um método incremental-iterativo é usado para resolver as Equações (3) e (4). Durante o processo iterativo, podemos assumir que $A_j^{n+1} = A_j^* + \Delta A_j = A_j^* + B_j^* \Delta h_j$ e $Q_j^{n+1} = Q_j^* + \Delta Q_j$ em que o símbolo * denota o valor da variável no último passo da iteração; ΔA , Δh e ΔQ são os incrementos de área, de profundidade e de vazão, respectivamente, a serem determinados; e B é a largura do canal na superfície da água. Substituindo estas relações nas Equações (3) e (4) e linearizando os termos não-lineares, obtém-se o seguinte esquema incremental-iterativo:

$$a_j \Delta h_j + b_j \Delta Q_j + c_j \Delta h_{j+1} + d_j \Delta Q_{j+1} = p_j \quad (5)$$

$$e_j \Delta h_j + f_j \Delta Q_j + g_j \Delta h_{j+1} + w_j \Delta Q_{j+1} = r_j \quad (6)$$

em que a_j , b_j , c_j , d_j , e_j , f_j , g_j e w_j são coeficientes; e, p_j e r_j são os resíduos das Equações (3) e (4) em cada passo da iteração.

A matriz pentadiagonal descrita pelas Equações (5) e (6) é resolvida sucessivamente aplicando-se o algoritmo da varredura dupla (ou algoritmo de Thomas) para obter os valores das variáveis Δh e ΔQ em cada passo da iteração. Em seguida, a profundidade do escoamento (h^*) e a vazão de água (Q^*) são atualizadas por $h^* + \Delta h$ e $Q^* + \Delta Q$. O processo iterativo realizado a cada intervalo de tempo só termina quando a solução convergir, ou seja, quando Δh e ΔQ aproximarem-se de zero. Normalmente, esse método de solução converge rapidamente.

As técnicas numéricas convencionais para resolver um sistema de $2N$ equações, em que N é o número de seções transversais, como a técnica da eliminação de Gauss, requerem o armazenamento de uma matriz de ordem $2N$ e o número de operações na solução é proporcional a N^3 , enquanto que no método da varredura dupla tanto o armazenamento quanto o número de operações na solução são proporcionais a N (Strelkoff, 1970).

2.4 Delineamento da rede de canais

O modelo proposto é capaz de simular um problema real de assoreamento considerando o sistema como uma rede de canais a partir do método desenvolvido por Wu e Vieira (2002). A rede de canais é subdividida em trechos, que são compostos por vários canais, conforme ilustrado na Figura 1. Cada canal é um segmento de rio entre duas seções transversais. Um trecho pode começar por uma seção de entrada da rede ou por uma confluência, e terminar pela seção de saída da rede (por exemplo, a barragem) ou por uma confluência. Dentro de um trecho não pode existir qualquer confluência. A sequência de trechos vai dos tributários até o rio principal e as seções dentro de um trecho são numeradas sempre de montante para a jusante. Uma confluência, ou junção, deve ser composta sempre por três seções, conforme está ilustrado no detalhe da Figura 1.

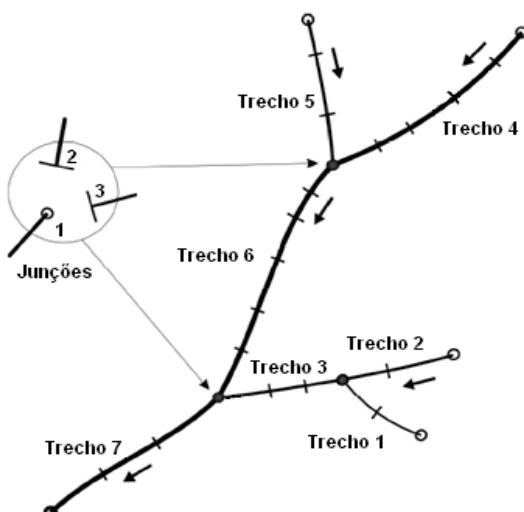


Figura 1 – Configuração da rede de canais

2.5 Condições de contorno

Para resolver as Equações (5) e (6), condições de contorno têm que ser impostas nas seções de entrada e saída da rede de canais, e condições de contorno internas são necessárias nas confluências. Nas seções de entrada da rede de canais, a condição de contorno é representada por uma hidrógrafa de vazões, que pode ser hipotética ou dada pela série histórica de vazões. Na seção de saída, uma curva nível d'água-vazão ou uma série histórica de níveis d'água podem ser impostas. Nas confluências, admite-se que as três seções transversais estão localizadas muito perto umas das outras, que as elevações da superfície da água das três seções são iguais, e que a vazão da seção de jusante é igual à soma das vazões das duas seções de montante.

2.6 Escoamento subcrítico, crítico e supercrítico

Na prática, escoamentos críticos e supercríticos são encontrados apenas em uma ou duas seções isoladas de rios naturais. A solução mais apropriada seria estabelecer um modelo completo de onda dinâmica que englobasse desde os escoamentos subcríticos aos supercríticos. Entretanto, isso demandaria novos métodos numéricos, mudanças significativas no modelo atual e um aumento significativo do tempo de computação. Assim como Wu e Vieira (2002), o modelo da onda dinâmica, Equação (2), foi combinado com o modelo da onda difusa, que é dado por:

$$g \frac{\partial y}{\partial x} + gS_f = 0 \quad (7)$$

O modelo da onda dinâmica é substituído pelo modelo da onda difusa sempre que o número de Froude, definido por $F_r = U/\sqrt{gh}$ é maior que 0,9, em que U é a velocidade média do escoamento e h é a profundidade do escoamento. O modelo híbrido da onda dinâmica e difusa pode evitar efetivamente as instabilidades numéricas apresentadas pelo modelo da onda dinâmica na região de transição do tipo de escoamento, e é facilmente implementado dentro do esquema de Preissmann e do método iterativo da varredura dupla (Wu e Vieira, 2002).

3 MODELO DE SEDIMENTOS UNIDIMENSIONAL

3.1 Equações governantes

Unificando o modelo de transporte da carga de leito em condições de não-equilíbrio de Philips e Sutherland (1989), o modelo de transporte da carga em suspensão de Han (1980), e o modelo de transporte da carga total de Armanini e di Silvio (1988), Wu *et al.* (2004) estabeleceram a seguinte equação de continuidade que governa o transporte de sedimentos não-uniformes em condições de não-equilíbrio:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{Q_{tk}}{U} \right) + \frac{\partial Q_{tk}}{\partial x} + \frac{1}{L_s} (Q_{tk} - Q_{t^*k}) = q_{lk} \quad (8)$$

em que Q_{tk} é a vazão de sedimentos total da classe de tamanho k ; Q_{t^*k} é a capacidade de transporte de sedimento ou a vazão em condição de equilíbrio da classe de tamanho k ; L_s é a distância de adaptação para o transporte de sedimento em condições de não-equilíbrio; e, q_{lk} é a vazão de sedimentos lateral, de entrada ou saída, por unidade de comprimento do canal, proveniente das margens ou de rios tributários.

A Equação (8) é uma equação generalizada, que pode ser aplicada para a carga de leito, para a carga em suspensão ou para a carga de lavagem separadamente, ou aplicada para a carga total, dependendo de como a vazão de sedimentos e a distância de adaptação são definidas. Nesse artigo, não será feita distinção entre carga de leito e carga em suspensão, sendo que ambas serão tratadas em conjunto como carga de material de leito. Portanto, a Equação (8) é aplicada para a carga de material de leito e para a carga de lavagem. Para a carga de material de leito, a vazão de sedimentos Q_{tk} é igual à soma das vazões da carga de leito e da carga em suspensão. Para a carga de lavagem, a distância de adaptação é considerada infinitamente grande, o que torna o termo de troca no lado esquerdo da Equação (8) igual a zero. A faixa de tamanho de sedimentos da carga de lavagem é determinada pelo número de Rouse, dado por $w_{sk}/\kappa u_* < 0,06$, em que κ é a constante de von Karman ($\kappa \approx 0,40$) e u_* é a velocidade de cisalhamento do leito ($u_* = \sqrt{ghS_f}$). No caso de sedimentação em reservatórios, o limite superior da faixa de tamanhos de sedimento para a carga de lavagem é igual a zero, conforme sugeriram Wu e Vieira (2002). Isto significa que nenhuma carga de lavagem é excluída da simulação da carga total.

A capacidade de transporte de sedimentos pode ser escrita, de uma forma geral, como:

$$Q_{t^*k} = p_{bk} Q_{tk}^* \quad (9)$$

em que p_{bk} é o fator de disponibilidade de sedimento ou a graduação do material do leito; Q_{tk}^* é a capacidade de transporte de sedimentos potencial para a classe de tamanho k , que pode ser determinada por fórmulas empíricas que serão dadas adiante.

A deformação do leito, correspondente à classe de tamanho de sedimento k , é determinada pela equação:

$$(1 - p') \frac{\partial A_{bk}}{\partial t} = \frac{1}{L_s} (Q_{tk} - Q_{t^*k}) \quad (10)$$

em que p' é a porosidade do material do leito; e, $\partial A_{bk}/\partial t$ é a taxa de deformação do leito para a classe de tamanho k . Na verdade, combinando as Equações (8) e (10) chega-se à equação de continuidade de sedimentos, que também pode ser usada para calcular a deformação do leito. Entretanto, ela possui mais termos derivativos espaciais que a Equação (8) e assim, precisa de mais nós computacionais na discretização numérica (Wu *et al.*, 2004).

O material do leito é dividido em várias camadas, o que permite calcular as mudanças na sua granulometria devido à erosão ou à deposição. De acordo com o balanço de massa, Wu (1991) derivou a seguinte equação para a variação da graduação do material do leito na camada de mistura (camada de superfície):

$$\frac{\partial(A_m p_{bk})}{\partial t} = \frac{\partial A_{bk}}{\partial t} + p_{bk}^* \left(\frac{\partial A_m}{\partial t} - \frac{\partial A_b}{\partial t} \right) \quad (11)$$

em que A_m é a área de material do leito na camada de mistura; $\partial A_b / \partial t$ é a taxa de deformação total do leito; e, p_{bk}^* é dada pela seguinte regra: caso ocorra deposição, tem-se que $\partial A_m / \partial t - \partial A_b / \partial t \leq 0$ e a camada de mistura cede material para a camada de sub-superfície. Assim, p_{bk}^* é igual à graduação do material da camada de mistura (p_{bk}); caso ocorra erosão, tem-se que $\partial A_m / \partial t - \partial A_b / \partial t > 0$ e a camada de mistura recebe material da camada de sub-superfície. Assim, p_{bk}^* é igual graduação do material da camada de sub-superfície (p_{bk}^{sub}).

A taxa de deformação total do leito é escrita como:

$$\frac{\partial A_b}{\partial t} = \sum_{k=1}^{nr} \frac{\partial A_{bk}}{\partial t} \quad (12)$$

em que nr é o número total de classes de tamanho de sedimento.

3.2 Discretização das equações governantes

Discretizando a Equação (8) com o esquema implícito de Preissmann, obtém-se:

$$Q_{tk,j+1}^{n+1} = e_{1k} Q_{t^*k,j+1}^{n+1} + e_{0k} \quad (13)$$

em que e_{0k} e e_{1k} são coeficientes.

A Equação (9) será resolvida com um esquema implícito, pelo qual:

$$Q_{t^*k,j+1}^{n+1} = p_{bk,j+1}^{n+1} Q_{tk,j+1}^{n+1} \quad (14)$$

A Equação (10), usada para calcular a deformação do leito, é discretizada como:

$$\Delta A_{bk,j+1} = f_1 Q_{tk,j+1}^{n+1} - f_2 Q_{t^*k,j+1}^{n+1} + f_{0k} \quad (15)$$

em que $\Delta A_{bk,j+1}$ é a deformação do leito correspondente à classe de tamanho k num intervalo de tempo Δt ; e f_1 , f_2 e f_{0k} são coeficientes.

A equação para a graduação do material do leito na camada de mistura, Equação (11), é discretizada como:

$$p_{bk,j+1}^{n+1} = \frac{\Delta A_{bk,j+1} + A_{m,j+1}^n p_{bk,j+1}^n + p_{bk,j+1}^{*n} (A_{m,j+1}^{n+1} - A_{m,j+1}^n - \Delta A_{bk,j+1})}{A_{m,j+1}^{n+1}} \quad (16)$$

em que $p_{bk,j+1}^{*n}$ é igual a $p_{bk,j+1}^n$ se $\Delta A_{bk,j+1} + A_{m,j+1}^n \geq A_{m,j+1}^{n+1}$, ou é igual a $p_{bk,j+1}^{sub,n}$ se $\Delta A_{bk,j+1} + A_{m,j+1}^n < A_{m,j+1}^{n+1}$; e $\Delta A_{bk,j+1}$ é a deformação total do leito, expresso por:

$$\Delta A_{b,j+1} = \sum_{k=1}^{nr} \Delta A_{bk,j+1} \quad (17)$$

A porcentagem do material do leito na camada de sub-superfície é obtida a partir do princípio da conservação da massa, pelo qual:

$$p_{bk,j+1}^{sub,n+1} = \frac{A_{bk,j+1}^n + \Delta A_{bk,j+1} - A_{m,j+1}^{n+1} p_{bk,j+1}^{n+1}}{A_{b,j+1}^n + \Delta A_{b,j+1} - A_{m,j+1}^{n+1}} \quad (18)$$

em que $A_{bk,j+1}^n$ é a área total de material de leito da classe de tamanho k ; e, $A_{b,j+1}^n$ é a área total de material do leito.

3.3 Solução das equações algébricas

Se $p_{bk,j+1}^{n+1}$, na Equação (14) é substituída por $p_{bk,j+1}^n$ para formar uma expressão explícita, uma hipótese adotada por muitos modelos de transporte de sedimentos, os cálculos podem continuar sucessivamente através das Equações (13), (15), (17), (16) e (18), formando um método completamente desacoplado para a solução das equações algébricas. Este método é muito simples, mas está suscetível ao desenvolvimento de fenômenos não-físicos, tais como oscilações numéricas e gradação negativa do material do leito. Por outro lado, quando o termo $p_{bk,j+1}^{n+1}$ é tratado implicitamente, resulta num método acoplado para a solução do transporte de sedimentos não-uniformes, deformação do leito e variação granulométrica do material do leito. Este método é mais adequado para eliminar os problemas citados, conforme mostrou Wu *et al.* (2004). Entretanto, as equações algébricas precisam ser resolvidas simultaneamente. Normalmente, um método iterativo seria necessário e o tempo computacional aumentaria consideravelmente. Para evitar o aumento do esforço computacional, um método de solução direta foi proposto por Wu e Li (1992). Inserindo as Equações (13) e (14) na Equação (15), tem-se que:

$$\Delta A_{bk,j+1} = (f_1 e_{1k} - f_2) p_{bk,j+1}^{n+1} Q_{tk,j+1}^{*n+1} + (f_1 e_{0k} - f_{0k}) \quad (19)$$

Substituindo a Equação (16) na Equação (19), obtém-se:

$$\begin{aligned} & \Delta A_{bk,j+1} \\ &= \Delta A_{b,j+1} \frac{(f_2 - f_1 e_{1k}) Q_{tk,j+1}^{*n+1} p_{bk,j+1}^{n+1}}{A_{m,j+1}^{n+1} + (f_2 - f_1 e_{1k}) Q_{tk,j+1}^{*n+1}} + \frac{(f_1 e_{0k} + f_{0k}) A_{m,j+1}^{n+1}}{A_{m,j+1}^{n+1} + (f_2 - f_1 e_{1k}) Q_{tk,j+1}^{*n+1}} \\ & \quad - \frac{(f_2 - f_1 e_{1k}) Q_{tk,j+1}^{*n+1} [p_{bk,j+1}^n A_{m,j+1}^n + p_{bk,j+1}^{*n} (A_{m,j+1}^{n+1} - A_{m,j+1}^n)]}{A_{m,j+1}^{n+1} + (f_2 - f_1 e_{1k}) Q_{tk,j+1}^{*n+1}} \end{aligned} \quad (20)$$

Somando a Equação (20) sobre todas as classes de tamanho de sedimento e usando a Equação (17), obtém-se a seguinte equação que calcula diretamente a deformação total do leito:

$$\begin{aligned}
& \Delta A_{b,j+1} \\
&= \left\{ - \sum_{k=1}^{nr} \frac{(f_2 - f_1 e_{1k}) Q_{tk,j+1}^{*n+1} [p_{bk,j+1}^n A_{m,j+1}^n + p_{bk,j+1}^{*n} (A_{m,j+1}^{n+1} - A_{m,j+1}^n)]}{A_{m,j+1}^{n+1} + (f_2 - f_1 e_{1k}) Q_{tk,j+1}^{*n+1}} \right. \\
&\quad \left. + \sum_{k=1}^{nr} \frac{(f_1 e_{0k} + f_{0k}) A_{m,j+1}^{n+1}}{A_{m,j+1}^{n+1} + (f_2 - f_1 e_{1k}) Q_{tk,j+1}^{*n+1}} \right\} \Bigg/ \left[1 - \sum_{k=1}^{nr} \frac{(f_2 - f_1 e_{1k}) Q_{tk,j+1}^{*n+1} p_{bk,j+1}^{*n+1}}{A_{m,j+1}^{n+1} + (f_2 - f_1 e_{1k}) Q_{tk,j+1}^{*n+1}} \right] \quad (21)
\end{aligned}$$

Uma vez calculado o incremento $A_{b,j+1}$ usando a Equação (21), a deformação fracionária do leito ($\Delta A_{bk,j+1}$) pode ser determinada pela Equação (20), enquanto que as quantidades $p_{bk,j+1}^{n+1}$, $Q_{t^*k,j+1}^{n+1}$, $Q_{tk,j+1}^{n+1}$ e $p_{bk,j+1}^{sub,n+1}$ são calculadas, respectivamente, pelas Equações (16), (14), (13) e (18). Este procedimento é um método direto de solução.

O processo de cálculo acoplado não aumenta significativamente o tempo computacional em cada passo do tempo para resolver as equações algébricas. Comparado com o processo completamente desacoplado, o esforço computacional requerido pelo modelo acoplado é aumentado apenas pelo cálculo da Equação (21). Como o esquema acoplado é muito mais estável, pode-se utilizar um intervalo de tempo (Δt) maior para o cálculo da sedimentação, contrapondo-se significativamente ao tempo computacional gasto pela Equação (21), o que aumenta a eficiência computacional do processo como um todo.

3.4 Condições de contorno

Para o cálculo do transporte de sedimentos, as séries históricas da vazão de sedimento para todas as classes de tamanho devem ser dadas nas seções de entrada da rede de canais ou nos nós que possuam entrada lateral. Nas confluências, a vazão de sedimentos na seção de jusante é igual à soma das vazões de sedimento das duas seções de montante. Considera-se que a deformação do leito na seção de jusante da confluência é igual à soma das deformações do leito das duas seções de montante da confluência, tanto a deformação total como a fracionária.

3.5 Estabilidade numérica

Wu *et al.* (2004) estudaram a estabilidade numérica do esquema de Preissmann para o transporte de sedimentos e para a gradação do material do leito. Em relação à equação de transporte de sedimentos, foram obtidas faixas de valores nas quais os fatores de ponderação no tempo e no espaço deveriam se localizar a fim de garantir a estabilidade, de onde concluíram que tanto ψ quanto θ deveriam assumir valores próximos de 1. Para a gradação do material do leito, os mesmos autores compararam a estabilidade do esquema explícito com a do esquema implícito. Concluíram que o esquema implícito é muito mais estável que o esquema explícito. E para garantir a estabilidade do esquema implícito, fizeram as seguintes recomendações: que a deformação total do

leito fosse limitada pela magnitude da camada de mistura, ou seja, $|\Delta A_b| \leq A_m^{n+1}$ ou A_m^n ; e que a magnitude da camada de mistura fosse controlada ao longo do tempo, ou seja, $A_m^{n+1} \approx A_m^n$. Para evitar que a gradação do material do leito assumisse valores negativos sob certas condições durante os cálculos, constituindo um fenômeno não-físico, os mesmos autores também analisaram os esquemas explícito e implícito e concluíram que o esquema implícito pode satisfazer mais facilmente a exigência de gradação não-negativa do que o esquema explícito, e que um dos tratamentos mais seguros é impor $\theta = 1$, $|\Delta A_b| \leq A_m^{n+1}$ e $A_m^{n+1} \approx A_m^n$.

3.6 Fórmulas complementares para o modelo de sedimentos

3.6.1 Capacidade de transporte de sedimentos não-uniformes

O presente modelo oferece dois métodos para a determinação da capacidade de transporte de sedimentos: a fórmula de Wu *et al.* (2000) e a fórmula de Engelund e Hansen (1967) modificada com o fator de exposição e escondimento de Wu *et al.* (2000), desenvolvida por Wu e Vieira (2002). Os dois métodos, portanto, consideram o efeito da exposição e escondimento devido à não-uniformidade dos sedimentos do leito. As duas fórmulas disponíveis no modelo permitem a sua aplicação a uma maior variedade de problemas reais.

3.6.2 Velocidade de queda das partículas de sedimento

Wu *et al.* (2000) obtiveram excelentes resultados quando empregaram a fórmula de Zhang *et al.* (1989) juntamente com as fórmulas para capacidade de transporte de sedimentos não-uniformes e recomendaram o uso simultâneo das duas formulações. A fórmula de Zhang *et al.* (1989) para a velocidade de queda das partículas de sedimento (m/s) é dada por:

$$w_{sk} = \sqrt{\left(13,95 \frac{v}{d_k}\right)^2 + 1,09 \left(\frac{\gamma_s}{\gamma} - 1\right) gd_k} - 13,95 \frac{v}{d_k} \quad (22)$$

em que d_k (m) é o diâmetro que representa a classe de tamanho k ; γ_s (kN/m³) é o peso específico dos sólidos; γ (kN/m³) é o peso específico da água; g (m/s²) é a aceleração da gravidade; e, v (m²/s) é a viscosidade cinemática da água, dada por $v = 1,792 \times 10^{-6} / (1 + 0,03368 T + 0,000221 T^2)$, em que T (°C) é a temperatura da água.

3.6.3 Porosidade do material do leito

A porosidade do material do leito é estimada relacionando-a com algum parâmetro obtido através da análise granulométrica do material do leito. Dois métodos empíricos são utilizados pelo modelo: a fórmula de Komura e Simmons (1967) e a fórmula de Colby (1963) acoplada à fórmula de Han *et al.* (1981) (Wu e Vieira, 2002).

3.6.4 Distância de adaptação

A distância de adaptação para o transporte de sedimento em condições de não-equilíbrio (L_s) caracteriza a distância necessária para que o sedimento passe de um estado de não-equilíbrio para um estado de equilíbrio. É desejável que L_s tenha um valor relacionado com a forma dominante do leito ou com a geometria do canal. Se a forma de leito dominante for a duna de areia, a distância de adaptação para a carga de leito ($L_{s,b}$) pode assumir o comprimento da duna de areia, que segundo van Rijn (1984) é dada por $L_{s,b} = 7,3 c_1 \bar{h}$, em que c_1 é um coeficiente empírico, adotado como 1; e, \bar{h} é a profundidade média do escoamento do canal. Se as barras alternadas são a forma do leito dominante, $L_{s,b}$ pode ser considerada como o comprimento das barras alternadas, que de acordo com Yalin (1972) é igual a $L_{s,b} = 6,3 c_1 \bar{B}$, em que \bar{B} é a largura média do trecho da rede de canais. Também adotou-se no presente modelo o tratamento de Rahuel e Holly (1989), no qual $L_{s,b} = 2 \Delta x$, em que Δx é a distância da malha computacional.

A distância de adaptação para a carga em suspensão ($L_{s,s}$) é dada por $L_{s,s} = Uh / (\alpha w_{sk})$ em que α é o coeficiente de adaptação em condição de não-equilíbrio, que pode ser calculado pelo método de Armanini e di Silvio (1988) ou outros métodos semi-empíricos. Han (1980) e Wu (1991) sugerem $\alpha = 1$ para o caso de erosão forte, $\alpha = 0,25$ para o caso de deposição forte, e $\alpha = 0,5$ para erosão e deposição fracas, como resultado de ensaios de validação em vários reservatórios e rios.

Como a carga de leito e a carga em suspensão são combinadas como carga de material de leito, a distância de adaptação em condições de não-equilíbrio para a carga de material de leito é dada pelo valor máximo das distâncias calculadas para a carga de leito e para a carga em suspensão.

3.6.5 Espessura da camada de mistura

A espessura da camada de mistura (δ_m) é um parâmetro muito importante para o cálculo da variação granulométrica do material do leito, o que influencia os cálculos da sedimentação como um todo. Wu e Vieira (2002) sugeriram algumas alternativas: $\delta_m = 2d_{50}$; $\delta_m = 0,05h$; $\delta_m = 0,05$ m para rios naturais; ou $\delta_m = 0,5\Delta$, em que Δ é a altura da duna de areia calculada com o método de van Rijn (1984).

3.6.6 Distribuição lateral dos sedimentos

O modelo de sedimentos unidimensional calcula a área total de sedimentos depositados ou erodidos em cada seção transversal e não os distribui ao longo da seção. O procedimento adotado no modelo consiste em, a cada intervalo de tempo, distribuir os sedimentos numa seção transversal proporcionalmente à profundidade do escoamento em cada vértice que define a geometria da seção.

4 RESULTADOS

O modelo apresentado neste artigo foi implementado computacionalmente e resultou no software chamado SimSed. O programa SimSed foi escrito em linguagem orientada a objeto, Delphi 5, e é executado em plataforma Windows. Possui uma interface gráfica amigável, que facilita a entrada dos dados necessários à modelagem dos reservatórios de água. Para verificar se o modelo proposto simula adequadamente um problema real de sedimentação em reservatório de água, foi realizada uma modelagem computacional do Reservatório Imperial. Os dados necessários para simular este reservatório foram obtidos de Lopez (1978) e são descritos a seguir. Os resultados do modelo proposto são comparados com medições de campo.

A Barragem Imperial, inaugurada em 1938, foi projetada e construída sobre o Rio Colorado, entre os Estados da Califórnia e do Arizona, nos EUA, para possibilitar a implantação de sistemas de irrigação. A área de drenagem que produz os sedimentos que atingem o reservatório da Barragem Imperial é de cerca de 15.000 km². A modelagem numérica compreende a região do Rio Colorado localizada entre a Barragem Imperial e a estação Taylor's Ferry. O período de análise do assoreamento do reservatório da Barragem Imperial foi de 1938 a 1943.

Foram realizados levantamentos batimétricos e topográficos em 23 seções transversais em intervalos de tempo regulares desde o fechamento da barragem, e foram obtidas as elevações médias do leito e o volume de material depositado. Os registros das vazões do rio foram obtidos nas estações Taylor's Ferry e Red Cloud Cable no período de 1938 a 1943. Amostras do sedimento em suspensão foram coletadas no período de 1939 a 1943 na estação Taylor's Ferry, para determinar a vazão de sedimentos e a composição granulométrica. Amostras do material do leito foram coletadas durante a batimetria das seções transversais. Foram realizadas análises granulométricas das amostras e determinadas as curvas granulométricas.

A geometria do sistema é composta por 23 seções transversais. Cada seção transversal foi dividida em, no máximo, 3 subseções. A distância total do trecho analisado é de 96,92 km. A condição de contorno na saída do sistema é uma série histórica de níveis d'água obtida na seção transversal 23, logo acima da Barragem Imperial. As séries históricas da vazão de água e da vazão de sedimentos constituem a condição de contorno na entrada do sistema. Foram utilizadas as vazões médias mensais.

Os sedimentos foram separados em quatro classes de tamanho: silte, areia fina, areia média e areia grossa. A porcentagem de cada classe de sedimentos que entram no reservatório muda ao longo do tempo. Lopez (1978) utilizou o Método de Einstein Modificado para estimar a fração de cada uma das classes em vários períodos de tempo. Essas frações foram usadas para estimar as vazões de entrada para cada classe ao longo do tempo. Para o material do leito, a fração inicial de

cada classe de tamanho de sedimento foi obtida a partir das amostras coletadas em 1938 próximo à estação Taylor's Ferry. As informações listadas acima podem ser consultadas em Laquini (2009).

O coeficiente de Manning foi estimado por Lopez (1978) para cada uma das 57 subseções através de um processo de calibração. Os mesmos valores foram utilizados na modelagem realizada. Os valores adotados para os fatores de ponderação seguiram as recomendações de estabilidade, ou seja, $\theta = 1$ e $\psi = 0,9$. O incremento de tempo (Δt) utilizado foi 3 horas. A espessura de material do leito original disponível para erosão foi de 0,75 m. O diâmetro d_{50} do material do leito, obtido a partir da análise granulométrica, foi igual a 0,15 mm. Utilizou-se a fórmula de Wu *et al.* (2000) para a capacidade de transporte, a fórmula de Komura e Simmons (1967) para a porosidade do material do leito, $L_{s,b} = 1850$ m para a distância de adaptação da carga de leito, $\alpha = 1,1$ para a distância de adaptação da carga em suspensão e $\delta_m = 0,05$ m para a espessura da camada de mistura.

A Figura 2 indica a concordância entre o perfil de deposição de sedimentos obtido numericamente e o observado em campo em algumas seções transversais do trecho em estudo ao final de 1943. De um modo geral, as mudanças nas seções transversais calculadas pelo modelo estão razoavelmente próximas às observações de campo. O padrão de deposição lateral observado em algumas seções foi diferente do padrão considerado pelo modelo, mas, em geral, a extensão e a distribuição dos depósitos parecem estar em razoável concordância com as medições de campo.

A Figura 3 indica o perfil longitudinal médio do leito entre as seções 4 e 23, calculados pelo programa em três instantes diferentes do período de simulação. Também está ilustrado o perfil do leito observado após cinco anos de deposição. Como pode ser visualizado, o material que entra no sistema vai se depositando no reservatório criado pela Barragem Imperial, fazendo o leito se elevar gradativamente ao longo do tempo. A concordância entre o perfil calculado e o perfil observado em 1943 é satisfatória.

Para visualizar, com maiores detalhes, o padrão de deposição de sedimentos no reservatório, o perfil médio do leito entre as seções 12 e 23 está ampliado na Figura 4 para cinco instantes diferentes do tempo de análise. Também estão indicadas as respectivas elevações do nível d'água na Barragem Imperial. Pode-se notar que, assim que a barragem é fechada em 1938, o processo de deposição de sedimentos começa a ocorrer acima da Barragem Imperial de uma forma ordenada. Com a subida da superfície da água do lago até a elevação 54,82 m (maio de 1940), um delta começa a se formar entre as seções 17 e 18, como pode ser visto na linha do leito de 1940. Ao baixar o nível d'água do lago em 1,60 m, foi produzido um aplanamento do delta, que se moveu para a jusante, em direção à barragem. Na verdade, o padrão de deposição de sedimentos indicado pela linha do leito de 1941 foi produzido pelo efeito combinado do esvaziamento do reservatório e da alta vazão de sedimentos do período. O sedimento foi levado para regiões mais profundas dentro

do reservatório, como também, mais sedimentos entraram no reservatório e foram sendo depositados dentro do lago e nas áreas de influência da Barragem Imperial. A alta carga de sedimentos que atinge o reservatório entre 1941 e 1942 aumenta consideravelmente a taxa de deposição no reservatório, o que pode ser notado pela maior distância entre as linhas do leito de 1941 e de 1943. O perfil calculado no ano de 1943 indica a condição final estabelecida no sistema após os cinco anos do período de simulação e após o nível d'água no lago ter voltado ao nível operacional normal de 54,75 m.

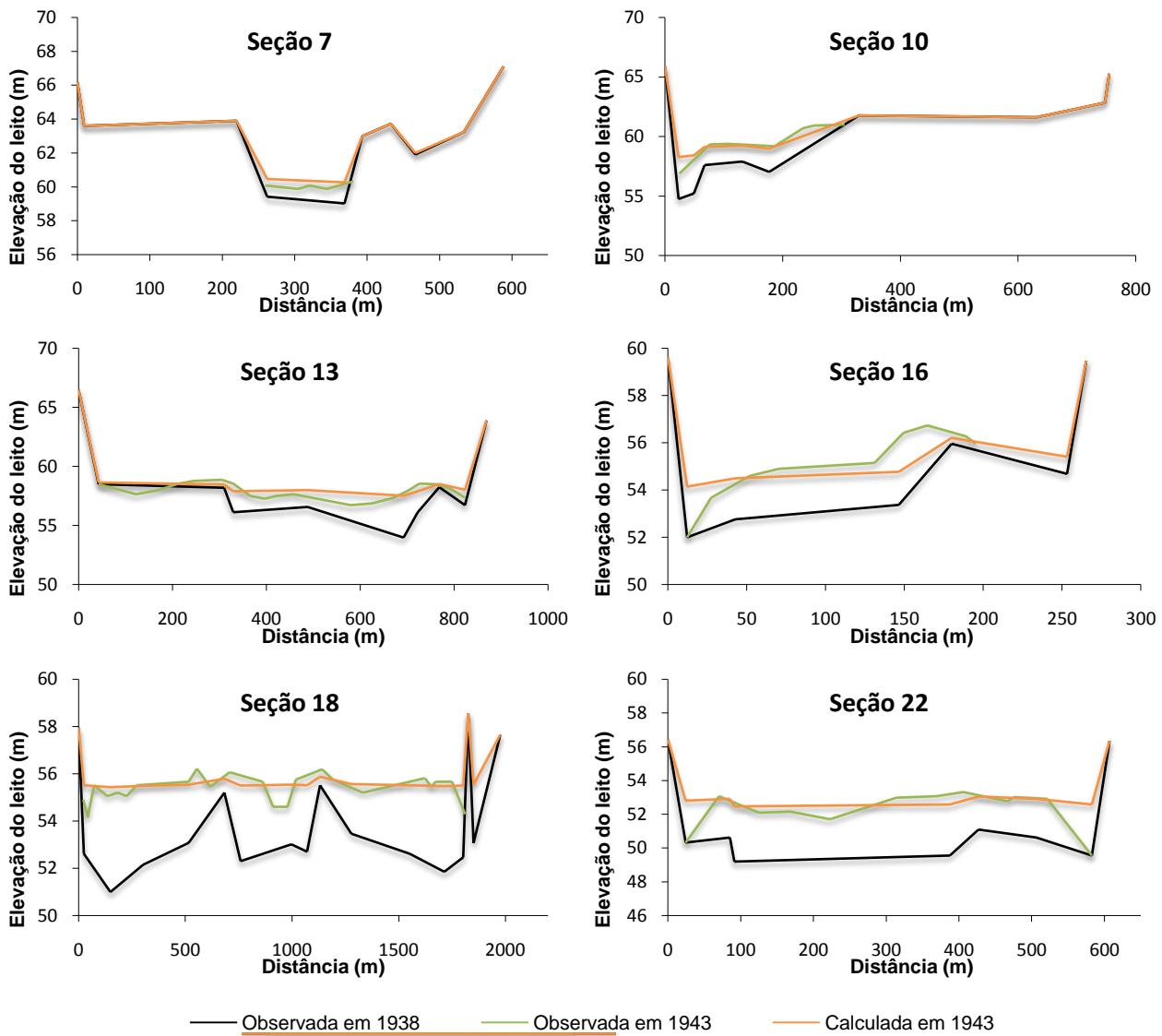


Figura 2 – Mudanças em algumas seções transversais após 5 anos de simulação

Na Figura 5, a taxa de sedimentação é plotada ao longo do tempo para as seções 10 e 18. É possível observar que, mesmo que a tendência seja altear o leito, períodos alternados de agregação e degradação do leito estão ocorrendo. O modelo é capaz de simular com razoável concordância o avanço da sedimentação nas seções transversais.

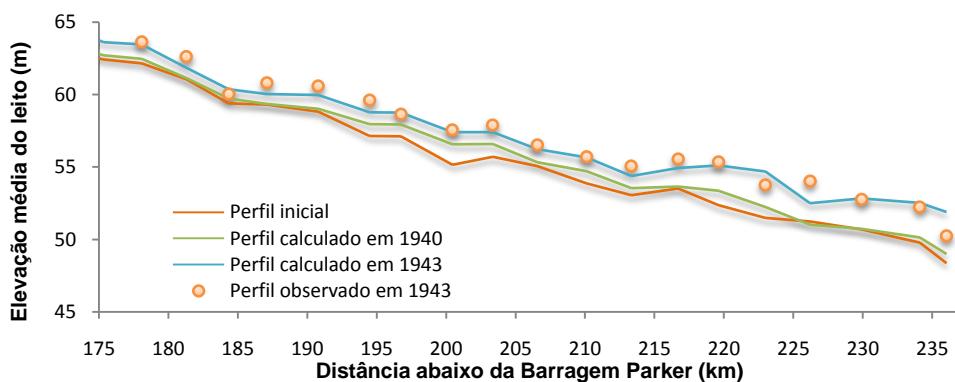


Figura 3 – Perfil médio do leito obtido ao longo do tempo

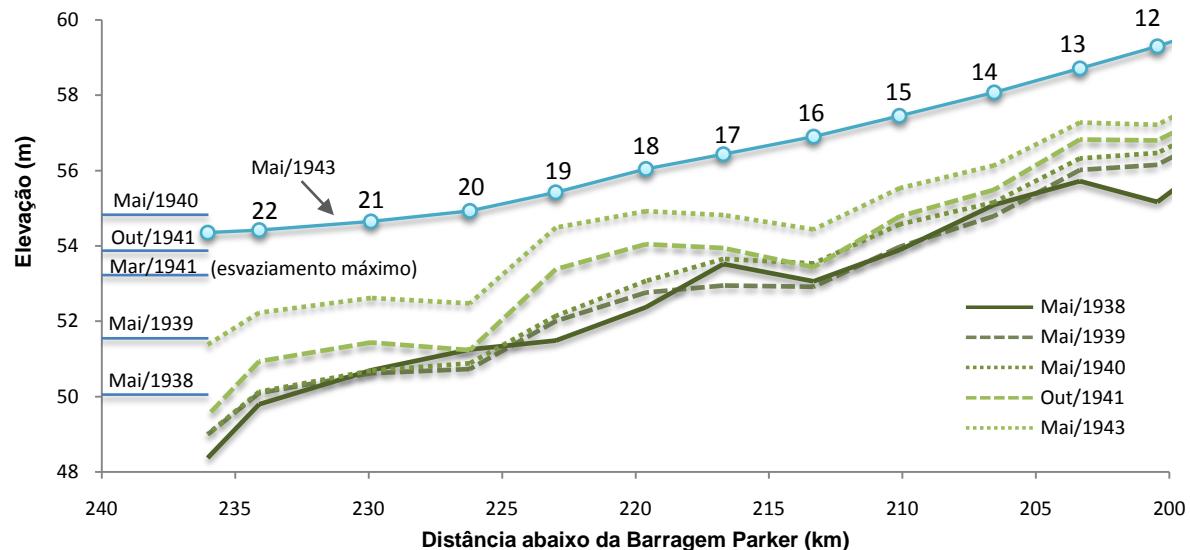


Figura 4 – Perfil médio do leito ao longo do tempo com as respectivas elevações do nível d'água na Barragem Imperial

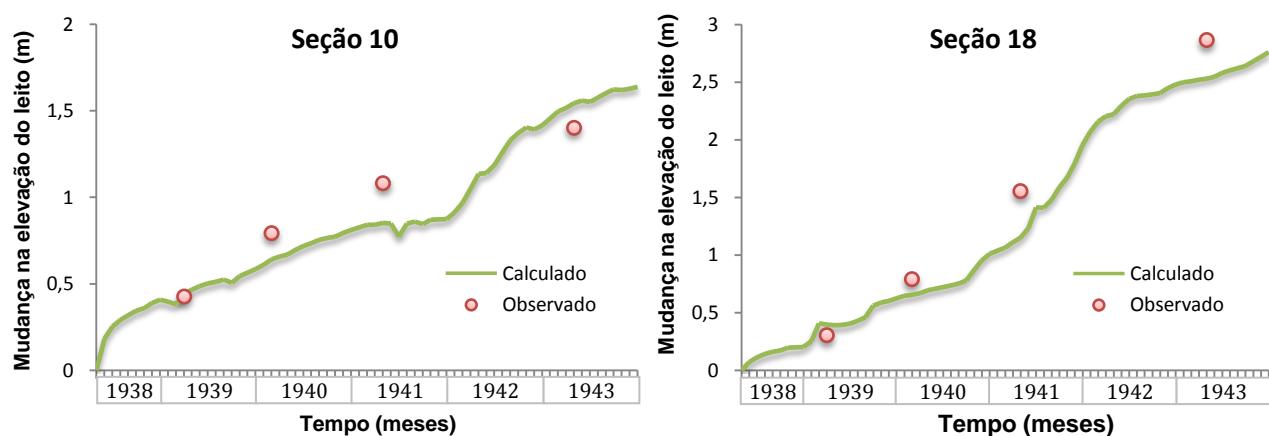


Figura 5 – Taxa de sedimentação com o tempo

As mudanças na granulometria do material do leito com o tempo estão ilustradas na Figura 6 para uma seção no Rio Colorado (seção 10) e 3 seções no Reservatório Imperial, sendo uma na região de formação do delta (seção 16), uma no meio do reservatório (seção 18) e uma na região de depósito de fundo próximo à barragem (seção 23). Na seção 10 do Rio Colorado, não houve

variação significativa da granulometria do material do leito, indicando que a Barragem Imperial não alterou as condições naturais do rio neste trecho. Examinado a figura, percebe-se que na região do reservatório, o material do leito tornou-se mais grosso com o tempo nas seções de montante, e mais fino nas seções de jusante, como era esperado. A seção 23, localizada perto da barragem, gradualmente aumentou a proporção de material fino no leito. Isto é indicado pelo deslocamento para a esquerda da curva granulométrica com o tempo. A resposta do sistema para o rebaixamento do reservatório entre 1940 e 1941 foi transportar as partes finas do sedimento para uma nova posição mais à jusante. Assim, o diâmetro médio foi drasticamente reduzido neste período, como ocorreu na seção 23, e foi aumentado nas seções de onde as partículas finas foram retiradas, como nas seções 16 e 18.

Na Figura 7 está indicada a distribuição granulométrica do material depositado no leito entre a estação Taylor's Ferry e a Barragem Imperial após o período de cinco anos de simulação. Esta figura indica que a proporção de silte no leito aumentou nas proximidades da barragem, formando os depósitos de fundo, que a fração de areia fina se acentuou mais no meio do reservatório, enquanto que as frações de areia média e grossa se destacaram na entrada do lago, na região de formação do delta.

5 CONCLUSÕES

Neste artigo, apresentou-se um modelo matemático quase-tridimensional capaz de representar os fenômenos físicos envolvidos no processo de acúmulo de sedimentos em reservatórios: o transporte, a deposição e a erosão dos sedimentos. O modelo considera a variação granulométrica dos sedimentos que entram no reservatório e que são depositados. Permite simular o aporte de sedimentos que entram no reservatório em diferentes pontos ao longo de seu comprimento através de uma rede de canais. O modelo foi implementado computacionalmente e usado para analisar um problema real de acúmulo de sedimentos no reservatório da Barragem Imperial.

As mudanças nas seções transversais calculadas pelo modelo matemático estão razoavelmente próximas às observadas no campo. O padrão de deposição lateral observado em algumas seções foi diferente do padrão considerado pelo modelo, mas, em geral, a extensão e a distribuição dos depósitos concordam com as medições de campo. A concordância entre o perfil longitudinal dos sedimentos depositados calculado e observado em 1943 foi satisfatória.

Observou-se que a subida da superfície da água do lago provocou a formação de um delta, que foi aplanado quando o nível d'água baixou, movendo os sedimentos mais para a jusante em direção à barragem. Mesmo com a tendência geral do sistema de altear o leito, períodos alternados de agregação e degradação do leito ocorreram. Quando a vazão foi elevada, a velocidade do escoamento aumentou e o material do leito foi removido e levado para a jusante para ser depositado

nas elevações mais baixas. Portanto, em geral, ocorreu degradação quando a vazão foi elevada. Por outro lado, quando a velocidade do escoamento foi menor, ocorreu deposição de sedimentos. Os períodos em que a erosão do leito foi predominante coincidem com os maiores volumes de água que entraram no sistema. No entanto, o esvaziamento que ocorreu no reservatório no final de 1940 e início de 1941 não provocou erosão significativa do leito, talvez porque neste período as vazões de água foram pequenas.

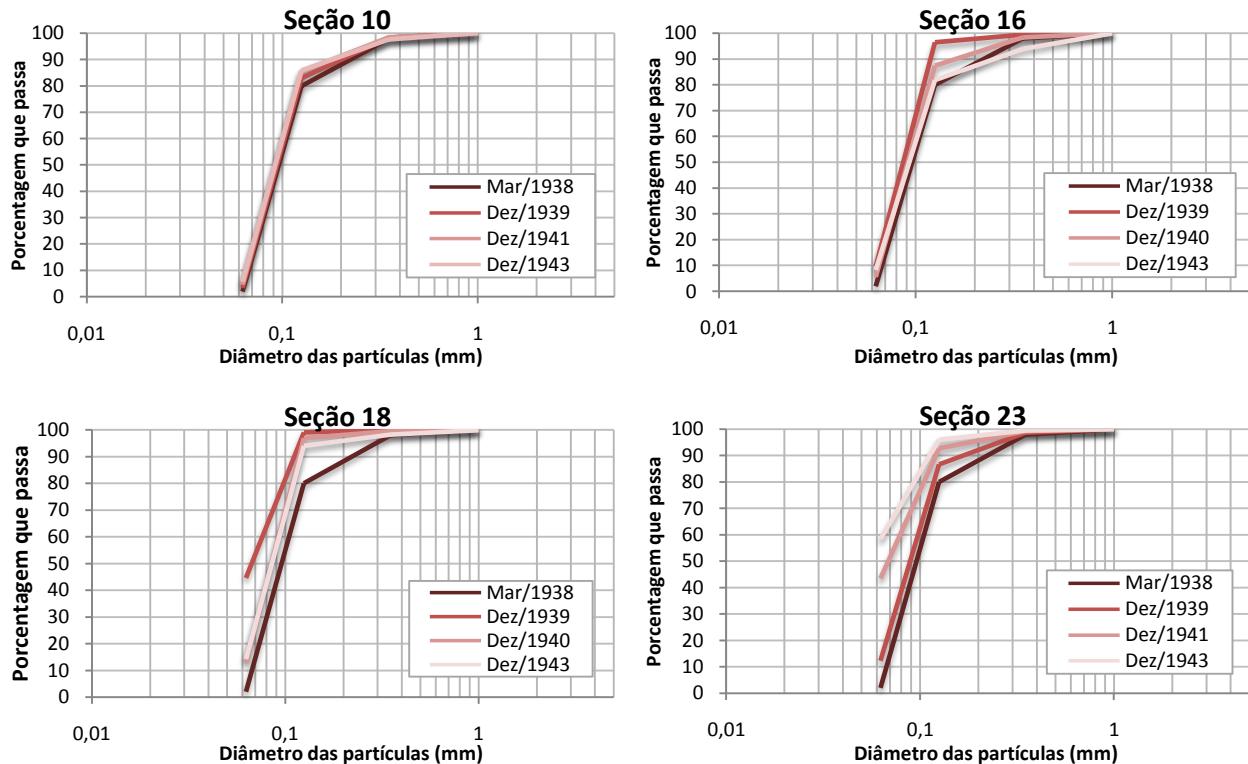


Figura 6 – Variação com o tempo da granulometria do sedimento depositado calculado

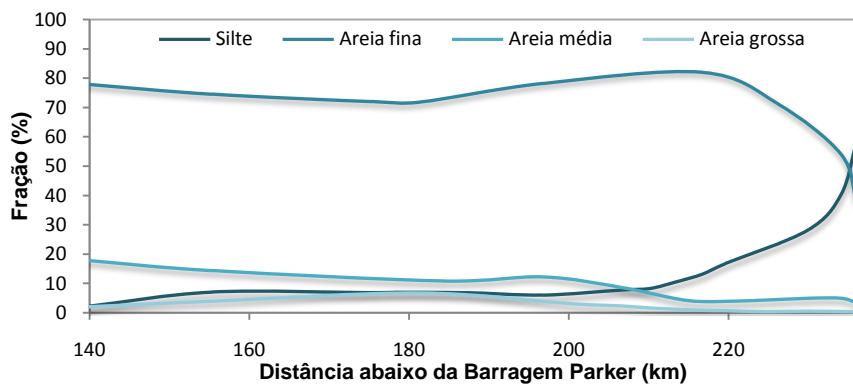


Figura 7 – Granulometria do material do leito entre a estação Taylor's Ferry e a Barragem Imperial, em 1943

Na região do Rio Colorado, não houve variação significativa da granulometria do material do leito, indicando que a Barragem Imperial não alterou as condições naturais do rio neste trecho. Na região do reservatório, o material do leito tornou-se mais grosso com o tempo nas seções de montante, e mais fino nas seções de jusante, como era esperado. A resposta do sistema para o XVIII Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos

rebaixamento do reservatório entre 1940 e 1941 foi transportar as partes finas do sedimento para a jusante. Assim, o diâmetro médio foi drasticamente reduzido neste período nas seções mais próximas da barragem e foi aumentado nas seções mais afastadas de onde as partículas finas foram retiradas.

A proporção de silte no leito aumentou nas proximidades da barragem, formando os depósitos de fundo, a fração de areia fina se acentuou mais no meio do reservatório, enquanto que as frações de areia média e grossa se destacaram na entrada do lago, na região de formação do delta.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao apoio financeiro da Capes através da bolsa de doutorado concedida ao primeiro autor e à Universidade Federal de Viçosa pelo suporte dado no desenvolvimento deste trabalho.

BIBLIOGRAFIA

- ANNANDALE, G.W. (1984). “*Predicting the distribution of deposited sediment in southern african reservoirs, challenges in african hydrology and water resources*” in Proceedings of Harare Symposium.
- ARMANINI, A.; DI SILVIO, G. (1988). “*A one-dimensional model for the transport of a sediment mixture in non-equilibrium conditions*”. Journal of Hydraulic Research 26 (3), pp. 275-292.
- ASADA, H. (1973). “*Some examples of bed profile calculations of sedimentation in reservoirs in mountainous regions*” in Proceedings of 15th Congress IAHR, Istanbul.
- BORLAND, W.M.; MILLER, C.R. (1958). “*Distribution of sediment in large reservoirs*”. Journal of Hydraulics Division 84 (2).
- CARVALHO, N.O. (1998). “*Sedimentação e proteção de reservatórios*” in Anais do VI Simpósio Nacional de Controle de Erosão, ABGE. Brasil.
- CHANG, H. (1988). *Fluvial process in river engineering*. New York: John Wiley and Sons.
- COLBY, B.R. (1963). “*Discussion of Sediment transportation mechanics: Introduction and properties of sediment*”. Progress report by the Task Committee on Preparation of Sedimentation Manual of the Committee on Sedimentation of the Hydraulics Division, V.A. VIANONI, Chmn, ASCE. Journal of the Hydraulics Division 89 (HY1), pp. 266-268.
- CRISTOFONO, E.A. (1953). *Area increment method for distributing sediment in a reservoir*. Area Plann. Of., U. S. Bureau of Reclamation of New Mexico, Albuquerque, N. M.
- CUNGE, J.A.; HOLLY, F.M.; VERWEY, A. (1980). *Practical Aspects of Computational River Hydraulics*. Boston, MA, USA: Pitman Publishing Inc.
- ENGELUND, F.; HANSEN, E. (1967). *A monograph on sediment transport in alluvial streams*. Teknisk Vorlag, Copenhagen, Denmark.
- HAN, Q.W. (1980). “*A study on the nonequilibrium transportation of suspended load*” in First International Symposium on River Sedimentation, Beijing.
- HAN, Q.W.; WANG, Y.C.; XIANG, X.L. (1981). “*Initial dry density of sediment deposits*”. Journal of Sediment Research 1 (in Chinese).
- LANGENDOEN, E.J. (1996). *Discretization diffusion wave model*. Technical Report CCHE-TR-96-1, Center for Computational Hydroscience and Engineering, University, USA.
- LAQUINI, J.P. (2009). *Modelagem determinístico-estocástica da dinâmica de sedimentos em reservatórios de água e de rejeitos de mineração*. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, Minas Gerais, Brasil.

- LOPEZ, J.L. (1978). *Mathematical modeling of sediment deposition in reservoirs*. PhD. Thesis, Colorado State University, Fort Collins, Colorado, USA.
- MESELHE, E.A.; HOLLY, F.M. (1993). "Simulation of unsteady flow in irrigation canals with dry bed". *Journal of Hydraulic Engineering* 119 (9), pp. 1021-1039.
- PHILIPS, B.C.; SUTHERLAND, A.J. (1989). "Spatial lag effects in bed load sediment transport". *Journal of Hydraulic Research* 27 (1), pp. 115-133.
- PREISSMANN, A. (1961). "Propagation des intumescences dans les canaux et les rivières" in I Congress de l'Association Francaise de Calcul, Grenoble, France.
- RAHUEL, J.L.; HOLLY, F.M. (1989). "Modeling of riverbed evolution for bedload sediment mixtures". *Journal of Hydraulic Engineering* 115 (11), pp. 1521-1542.
- RICE, T.L. (1981). *Reservoir sedimentation modeling*. PhD. Thesis, Colorado State University, Forth Collins.
- SHARGHI, A. (1994). *Reservoir sedimentation*. PhD. Thesis, University of Leuven, Belgium.
- SIDIQUIE, M. (1991). *A nonequilibrium model for reservoir sedimentation*. PhD. Thesis, Colorado State University, Forth Collins, USA.
- SLOFF, C.J. (1997). *Sedimentation in Reservoirs*. PhD. Thesis, Delft University of Technology, Holland.
- SOARES, E.F. (1975). *A deterministic-stochastic model for sediment storage in large reservoirs*. PhD. Thesis, University of Waterloo, Waterloo, Ontario, Canada.
- STRELKOFF, T. (1970). "Numerical solution of Saint-Venant equations". *Journal of the Hydraulics Division HY1*, pp. 223-252.
- TONILO, H.; PARKER, G. (2003). "1D numerical modeling of reservoir sedimentation" in Proc. IAHR Symposium on River, Coastal and Estuarine Morphodynamics, Barcelon, Spain, pp. 457-468.
- U.S. ARMY CORPS OF ENGINEERS (1972). *HEC-6 scour and deposition in rivers and reservoirs, user's manual*. Hydrologic Engineering Center, Davis, California.
- VAN RIJN, L. C. (1984). "Sediment transport, part III: Bed forms and alluvial roughness". *Journal of Hydraulic Engineering* 110 (12), pp. 1733-1754.
- WEI, Z.L. (1990). *Horizontal 2-D numerical model of flow and sediment transport in the lower Yellow River*. Wuhan University of Hydraulic and Eletric Engineering, Wuhan, China.
- WU, W. (1991). *The study and application of 1-D, horizontal 2-D and their nesting mathematical models for sediment transport*. PhD. Thesis, Wuhan University of Hydraulic and Eletric Engineering, Wuhan, China.
- WU, W.; LI, Y. (1992). "A new one-dimensional numerical modeling method of river flow and sedimentation". *Journal of Hydraulic Research* 1, pp. 1-8 (in Chinese).
- WU, W.; VIEIRA, D.A. (2002). *One-dimensional channel network model CCHE1D version 3.0 - Technical manual*. National Center for Computational Hydroscience and Engineering, University, MS, USA.
- WU, W.; VIEIRA, D.A.; WANG, S.S. (2004). "One-dimensional numerical model for nonuniform sediment transport under unsteady flows in channel networks". *Journal of Hydraulic Engineering* 130 (9), pp. 914-923.
- YALIN, M.S. (1972). *Mechanics of sediment transport*. Pergamon Press.
- YANG, C.T.; TREVINO, M.A.; SIMOES, F.J. (1998). *User's manual for GSTARS 2.0 (Generalized Stream Tube Model for Alluvial River Simulation version 2.0)*. Sedimentation and River Hydraulics Group, Technical Service Center, Bureau of Reclamation, U.S. Department of the Interior, Denver, Colorado, USA.
- ZHANG, R.; XIE, J.; WANG, M.; HUANG, J. (1989). *Dynamics of river sedimentation*. Water Resources and Eletric Power Publication, Beijing (in Chinese).
- ZHOU, J.; LIN, B. (1998). "One-dimensional mathematical model for suspended sediment by lateral integration". *Journal of Hydraulic Engineering* 124 (7), pp. 712-717.