

# USO DE REDES NEURAS ARTIFICIAIS PARA PREVISÃO DE VAZÕES NO SEMI-ÁRIDO CEARENSE

*Camilo Allyson Simões de Farias<sup>1</sup>; Dirceu Silveira Reis Junior<sup>2</sup> & Eduardo Sávio Passos  
Rodrigues Martins<sup>3</sup>*

**RESUMO** --- Este trabalho tem como principal objetivo a obtenção de modelos de Rede Neural Artificial (RNA) para previsão de vazões com horizonte de 24 horas. O princípio básico dos modelos consiste em prever valores futuros de vazão com base em valores passados de vazão e precipitação. As RNAs são calibradas e aplicadas em três postos fluviométricos localizados na região semi-árida do Estado do Ceará. Historicamente, essa região tem sofrido com eventos extremos de cheias, o que tem limitado o seu desenvolvimento social e econômico. Esses eventos podem ter os seus efeitos minimizados com a implantação de um sistema de alerta ou através de uma operação adequada dos reservatórios aí localizados, sendo que em ambos os casos, uma previsão de curto prazo de vazão confiável é primordial. Os bons resultados obtidos para estes três locais específicos mostram o potencial destes modelos para previsão de vazões com horizonte de 24 horas, e sugerem que o desempenho deste tipo de modelo deva ser avaliado para outros horizontes de previsão e em outros locais de interesse dentro do estado, de modo que seja possível utilizá-los, num futuro próximo, num sistema de prevenção de cheias.

**ABSTRACT** --- The main goal of this work is the implementation of Artificial Neural Network (ANN) models for 24-hour lead time streamflow forecasts. The basic principle of the models consists of predicting future values of streamflow based on previous values of streamflow and precipitation. The ANNs are calibrated and applied to three streamflow gauges located in the semiarid region of the State of Ceará. Historically, this region has been suffering from extreme floods, which have limited its social and economic development. Flood damages can be minimized by the implementation of a flood warning system or by an adequate operation of the reservoir system located in the region. Either strategy requires a reliable streamflow forecast system to be successful. The good results obtained by the ANNs illustrate the potential of these models in predicting one-day-ahead streamflows, and suggest that their performance should be evaluated for longer lead times and for different sites of interest within the State of Ceará. It is likely that these models will be employed, in the near future, in a flood warning and damage reduction system to be implemented in the state.

**Palavras-chave:** Redes neurais artificiais, previsão de vazões, semi-árido.

---

1) Pesquisador da Fundação Cearense de Meteorologia e Recursos Hídricos, Av. Rui Barbosa, 1246, 60.115-221 Fortaleza – CE, Fone: (85) 3101-1091, e-mail: camiloallyson@yahoo.com.br

2) Pesquisador da Fundação Cearense de Meteorologia e Recursos Hídricos, Av. Rui Barbosa, 1246, 60.115-221 Fortaleza – CE, Fone: (85) 3101-1090, e-mail: dirceu.reis@gmail.com

3) Presidente da Fundação Cearense de Meteorologia e Recursos Hídricos, Av. Rui Barbosa, 1246, 60.115-221 Fortaleza – CE, Fone: (85) 3101-1091, e-mail: esm9@secrel.com.br

## 1 – INTRODUÇÃO

Episódios de cheias severas no estado do Ceará nos últimos cinco anos chamaram a atenção das autoridades para a necessidade de adoção de medidas estruturais e não estruturais de combate e convivência com a ocorrência de cheias em diversas bacias hidrográficas do estado. Entre as diversas medidas possíveis, o aprimoramento de um sistema de alerta de cheias e a definição e implantação de regras ótimas de operação de sistemas de reservatórios para minimização dos prejuízos são duas ações que estão sendo avaliadas pelos órgãos responsáveis. Estas duas formas de convivência com a ocorrência de cheias necessitam de um sistema de previsão confiável de vazões, que seja capaz de prever, para o maior horizonte possível, níveis de vazão com uma precisão compatível com as decisões que precisam ser tomadas.

Nos últimos anos, a FUNCEME (Fundação Cearense de Meteorologia e Recursos Hídricos) focou os esforços no desenvolvimento de sistemas de previsão de vazões baseados em modelos hidrológicos alimentados por previsões de chuva obtidas com modelos numéricos de tempo (Cardoso *et al.*, 2008; Cardoso *et al.*, 2009). Esta é uma estratégia que vem sendo adotada em diversos locais, sendo tema de diversos artigos na literatura, como por exemplo, Boughton e Chiew (2007), Littlewood *et al.* (2007), Collischonn *et al.* (2005), entre outros. Esta é a primeira tentativa na FUNCEME de implantar e avaliar um sistema de previsão de vazões com modelos baseados em Rede Neural Artificial (RNA).

As RNAs surgem para extrair modelos e detectar tendências que são muito complexas para serem percebidas por humanos ou outras técnicas computacionais. Em vez de usar uma abordagem algorítmica, RNAs processam a informação de forma similar ao sistema nervoso biológico. Elas possuem um grande número de elementos fortemente ligados (neurônios) trabalhando em paralelo para resolver um problema específico. Estas ferramentas aprendem através de exemplos selecionados cuidadosamente, tornando-se muito eficazes para solução de sistemas não-lineares, na adaptação a circunstâncias, entre outras vantagens (Haykin, 1999; Farias *et al.*, 2006; Farias *et al.*, 2008).

Este artigo tem o objetivo de desenvolver e avaliar modelos de previsão de vazões baseados em RNAs para o Estado do Ceará, com o foco na previsão de cheias, de modo que seja possível estruturar um sistema de alerta e desenvolver regras ótimas de operação de reservatórios para a minimização dos prejuízos.

O artigo continua na seção 2 com uma descrição dos dados utilizados, seguida pela seção 3, que apresenta um detalhamento sobre os modelos de RNAs desenvolvidos neste estudo. Na seqüência, na seção 4, os resultados obtidos são apresentados e discutidos, ficando a seção 5 com as conclusões desse estudo.

## 2 – ESTUDO DE CASO

Cerca de 86% da área do Estado do Ceará está inserida na região semi-árida, apresentando valores anuais médios de precipitação e temperatura em torno de 800mm e 26°C, respectivamente. Episódios de cheia são observados no primeiro semestre do ano e o período seco predomina durante o segundo semestre.

Neste primeiro estudo com modelos do tipo RNA, que ainda não fornece resultados definitivos, e que tampouco define um sistema de previsão para todo o estado, decidiu-se por trabalhar com um número reduzido de postos fluviométricos, sabidamente com séries de precipitação e vazão longas e de qualidades, para avaliar o potencial deste tipo de abordagem.

Os postos fluviométricos escolhidos para este estudo estão listados na tabela 1. Os valores mensais médios de precipitação e vazão para cada posto podem ser vistos nas figuras 1-3.

Tabela 1 – Postos fluviométricos escolhidos

Código	Nome do posto	Município	Área da bacia (km <sup>2</sup> )	Período de observação
34750000	F. B. Esperança	Castelo Piauí	18339,5	1969-1989
36160000	Iguatu	Iguatu	20608,9	1967-1981
36125000	S. Poço Dantas	Cariús	3746,1	1968-1985

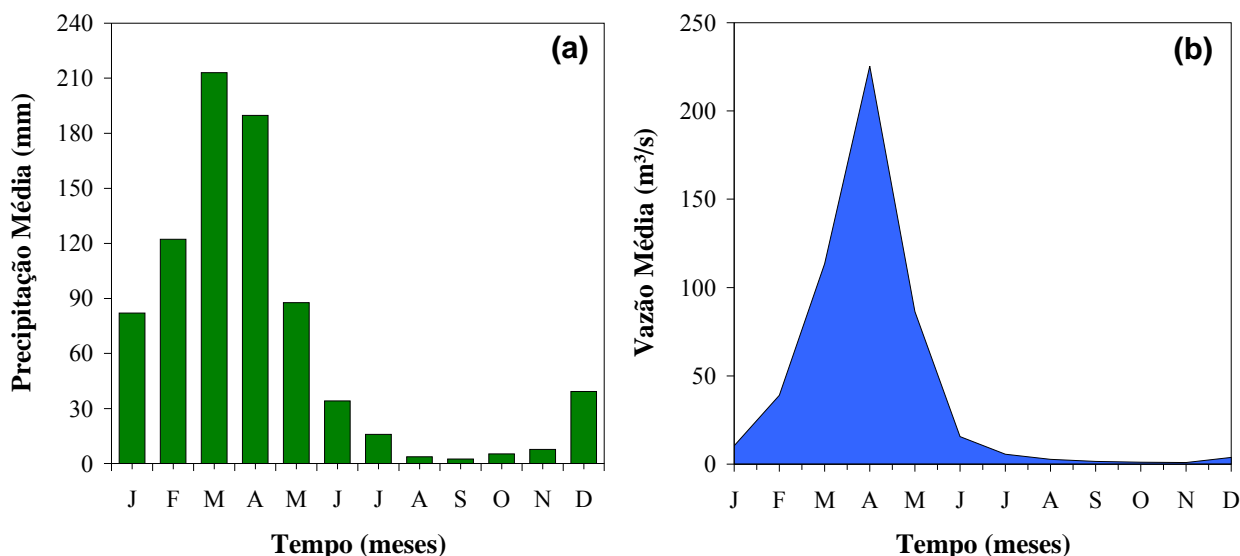


Figura 1 – Valores mensais médios de (a) precipitação e (b) vazão para o posto F. B. Esperança

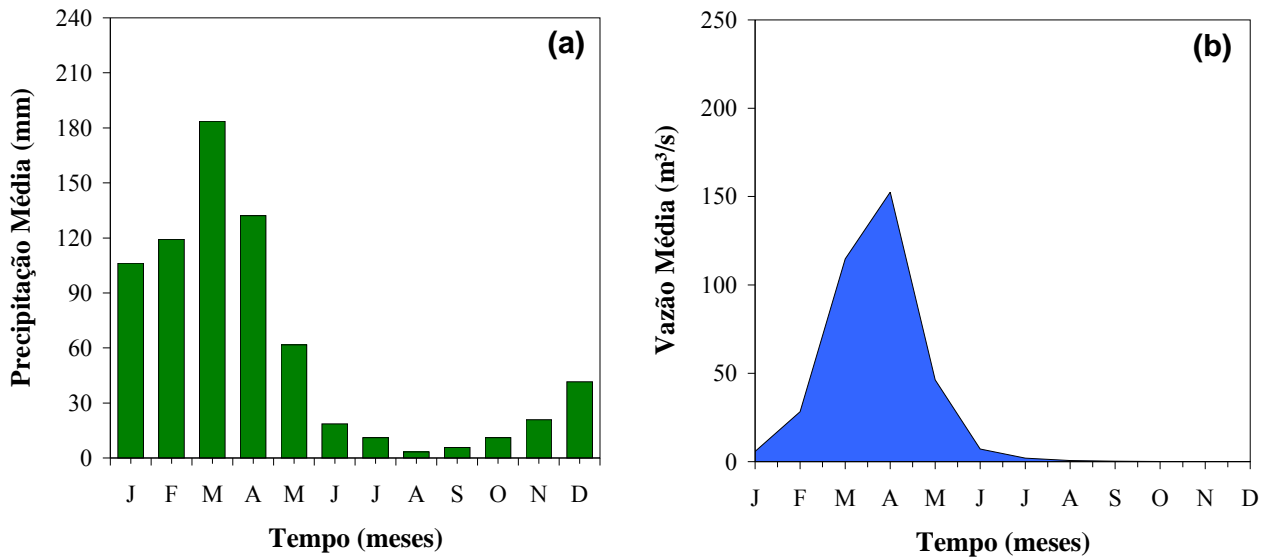


Figura 2 – Valores mensais médios de (a) precipitação e (b) vazão para o posto Iguatu

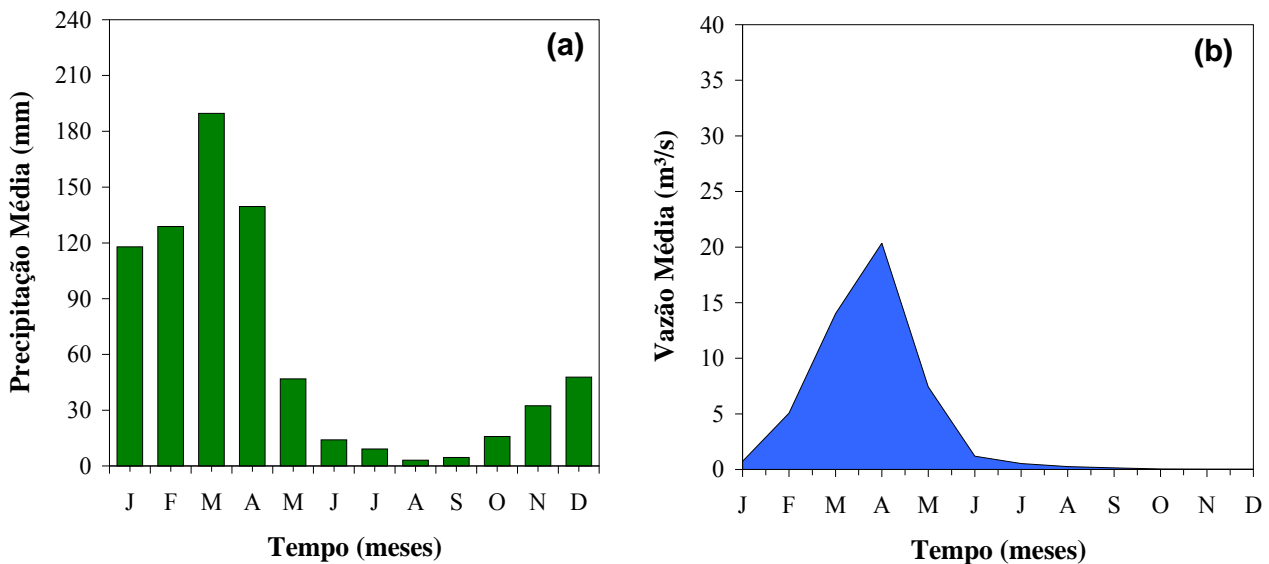


Figura 3 – Valores mensais médios de (a) precipitação e (b) vazão para o posto S. Poço Dantas

### 3 – MODELOS DE REDE NEURAL ARTIFICIAL

Os modelos são baseados em RNAs do tipo alimentada adiante com múltiplas camadas e treinadas pelo conhecido algoritmo de retro-propagação de erro (Haykin, 1999). Estes modelos são utilizados como base para obter valores diários de vazão em função de valores prévios de vazão e precipitação.

#### 3.1 – Arquitetura e topologia

As arquiteturas das RNAs são formadas por uma camada de entrada, uma oculta (ou

intermediária) e uma de saída. Neste estudo a topologia da rede é do tipo alimentada adiante, ou seja, as conexões acontecem da camada de entrada para a camada oculta e da camada oculta para a camada de saída. A escolha das variáveis para a camada de entrada da RNA de cada posto fluviométrico é baseada no tamanho e tempo de concentração da bacia de contribuição. Para os postos F. B. Esperança e Iguatu, os neurônios de entrada são os valores prévios de vazão,  $Q(t-3)$ ,  $Q(t-2)$  e  $Q(t-1)$ , e precipitação  $P(t-3)$ ,  $P(t-2)$  e  $P(t-1)$ . A vazão  $Q(t-1)$  e a precipitação  $P(t-1)$  são as entradas escolhidas para a RNA do posto S. Poços Dantas. O número de neurônios na camada oculta de todos os modelos é obtido através de um processo baseado em tentativa-e-erro. O valor da vazão diária  $Q(t)$  é o único neurônio da camada de saída. A figura 4 apresenta a estrutura da RNA escolhida para os postos F. B. Esperança e Iguatu. A RNA definida para o posto S. Poço Dantas está representada na figura 5.

A figura 6 mostra os detalhes de como funciona um neurônio. Nesta rede, cada elemento do vetor de entrada (valores prévios de vazão e precipitação) está conectado a cada neurônio na camada oculta, e cada elemento da camada oculta está conectado ao neurônio de saída (vazão para um dia à frente). Analisando a figura 6, nota-se que o  $i$ -ésimo neurônio da camada oculta possui um somatório que coleta o valor de entrada multiplicado pelo peso de sua conexão ( $w_{ij}$ ) e o bias ( $b_i$ ) para formar o valor de saída ou campo local induzido ( $m_i$ ). Cada campo local induzido é submetido a uma função de ativação ( $f_i$ ) para que se torne o valor de entrada do neurônio da camada de saída. O neurônio da camada de saída possui o mesmo esquema dos neurônios da camada oculta e o seu campo local induzido, depois de submetido à função de ativação, se torna a saída final da RNA, ou seja, o valor da vazão futura.

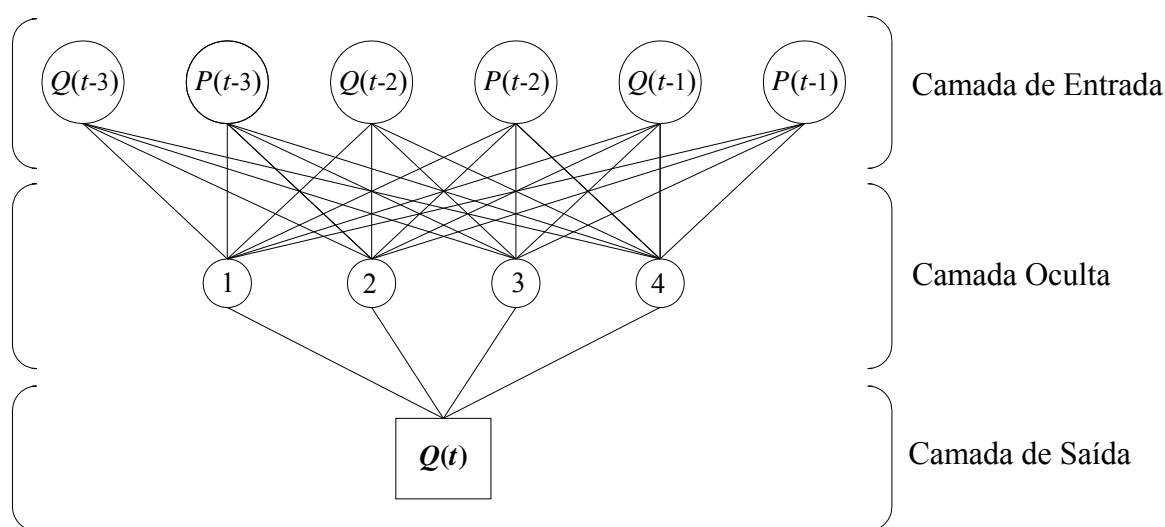


Figura 4 – Estrutura da RNA para os postos F. B. Esperança e Iguatu

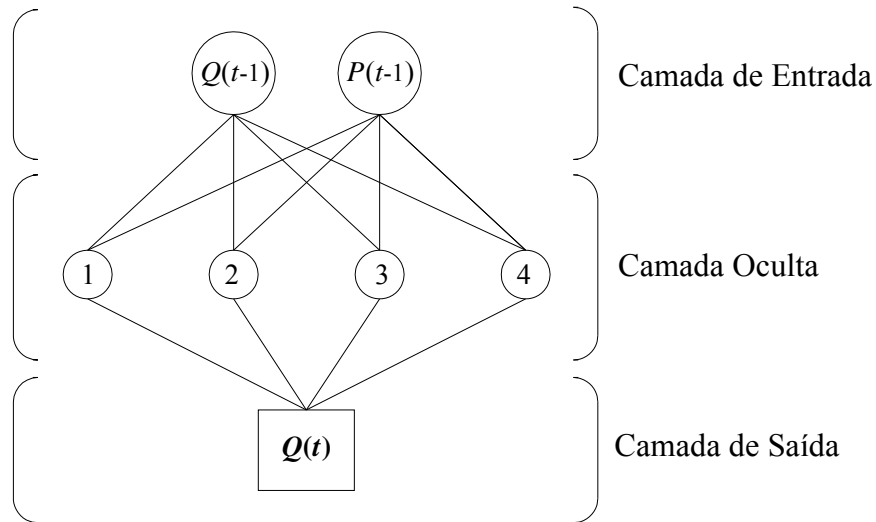


Figura 5 – Estrutura da RNA para o posto S. Poço Dantas

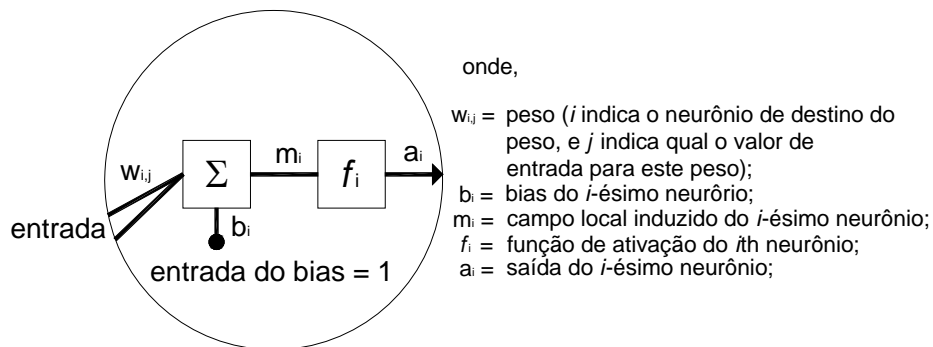


Figura 6 – Detalhes de um neurônio

### 3.2 – Funções de ativação

São necessárias funções diferenciáveis e contínuas para relacionar as entradas e saídas das RNAs. De acordo com Haykin (1999), a função sigmóide é uma boa função de ativação para cada neurônio devido ao seu comportamento geralmente aceitável. Funções sigmóides foram usadas para os neurônios da camada oculta e uma função linear foi utilizada no neurônio de saída.

### 3.3 – Calibração

Os dados originais (entrada e saídas desejadas) são convenientemente escalonados para melhorar a eficiência na calibração das RNAs. O processo de escalonamento consiste em

normalizar as entradas e saídas desejadas de forma que tenham média igual a zero e desvio padrão unitário (Demuth *et al.*, 2008).

O algoritmo escolhido para a calibração é o de retro-propagação de erro, o qual tem sido utilizado com sucesso em vários campos da engenharia. Nesta aplicação, o algoritmo Levenberg-Marquardt (LM) foi usado para retro-propagação. Uma explicação detalhada do algoritmo LM pode ser encontrada em Hagan e Menhaj (1994). A calibração das RNAs é do tipo supervisionada, ou seja, os pesos sinápticos e níveis de bias entre os neurônios são ajustados através das iterações (ou épocas) com o intuito de adequar uma série de dados de entrada a outra série de respostas conhecidas. As RNAs têm sua calibração encerrada pelo processo conhecido como *Early Stopping Method* (Demuth *et al.*, 2008). Este método divide os dados de calibração em dois subconjuntos: um de treinamento e outro de validação. O subconjunto de treinamento é usado para calcular gradientes e ajustar os pesos e níveis de bias. O subconjunto de validação tem seus erros monitorados para evitar *overfitting* dos dados e conseqüentemente melhorar o grau de generalização das RNAs. A calibração é parada quando o erro no subconjunto de validação cresce por um determinado número de iterações.

#### 4 – APLICAÇÃO E RESULTADOS

A calibração dos modelos usou como critério de parada o *Early Stopping Method* e, portanto, os dados para calibração de cada RNA foram divididos em dois subconjuntos: o primeiro foi usado para o treinamento e o segundo para validação. Os modelos foram calibrados e testados considerando-se apenas os dados diários dos primeiros semestres de cada ano, uma vez que no segundo semestre as vazões observadas são praticamente zero.

Os dados utilizados para calibração (treinamento e validação) e teste dos modelos de RNA estão listados na tabela 2.

Tabela 2 – Conjunto de dados diários para calibração e teste das RNAs

Nome do posto	Calibração		Teste
	Treinamento	Validação	
F. B. Esperança	1969-1979	1980-1987	1988-1989
Iguatu	1967-1974	1975-1979	1980-1981
S. Poço Dantas	1968-1977	1978-1983	1984-1985

A avaliação do desempenho do sistema de previsão de vazões baseado em RNAs foi realizada com base nos seguintes índices: correlação ( $R$ ), viés relativo ( $VR$ ), eficiência de Nash-Sutcliffe ( $NASH$ ) e erro relativo ( $ER$ ).

A correlação mede o grau de dependência linear entre as previsões e os valores observados de vazão, expressando na realidade um valor potencial de bom ajuste. O viés relativo, por sua vez, mostra se o sistema de previsão de vazões possui uma tendência a subestimar ou superestimar as vazões observadas. Valores altos de correlação não significam, por si só, previsões com alta precisão. Por exemplo, um sistema com um viés muito alto, mesmo que possua correlação igual à unidade ( $R=1$ ), fornecerá previsões de vazões de baixa precisão, embora seja possível remover este viés através de modelos estatísticos. Um sistema perfeito de previsão teria  $R = 1$  e  $VR = 0$ . O índice de eficiência  $NASH$ , que pode variar entre  $-\infty$  e 1, é tradicionalmente utilizado para expressar aderência entre vazões simuladas e observadas. Esse índice considera tanto os erros sistemáticos quanto os erros randômicos, indicando que o ajuste é cada vez melhor à medida que o seu valor aproxima-se de 1. As equações para o cálculo destes índices podem ser encontradas em Salas (1993). O  $ER$  também é uma métrica importante para avaliar a qualidade de previsões de vazões, especialmente quando o interesse recai sobre a ocorrência de cheias. Neste caso específico, o que se mostra é o percentual de dias, ao longo do período de testes, em que o  $ER$  foi menor ou igual a valores pré-estabelecidos (20, 30 e 50%). Como o objetivo é a previsão de cheias, o cálculo deste percentual de erro relativo foi baseado apenas naqueles dias onde a vazão observada era maior do que um limite pré-estabelecido, que é função do posto em questão. O uso do  $ER$ , apresentado desta forma, permite expressar de forma clara uma característica importante de um sistema de previsão, que não é descrito pelas outras métricas.

As figuras 7-9 mostram um comparativo entre as previsões de vazão com horizonte de 24 horas, obtidas com as RNAs, e os correspondentes valores observados de vazão para os três postos fluviométricos investigados. Vale notar que estes gráficos mostram os resultados para o período de testes, ou seja, para uma série de dados totalmente independente daquelas utilizadas para calibração e validação das RNAs.

Os resultados mostram que as previsões e os valores observados possuem alta correlação e baixo valor de viés relativo. Os valores do  $NASH$  para cada posto fluviométrico também foram elevados, todos próximos de 1, o que indica que as previsões de vazão com 24 horas de antecedência possuem boa qualidade.



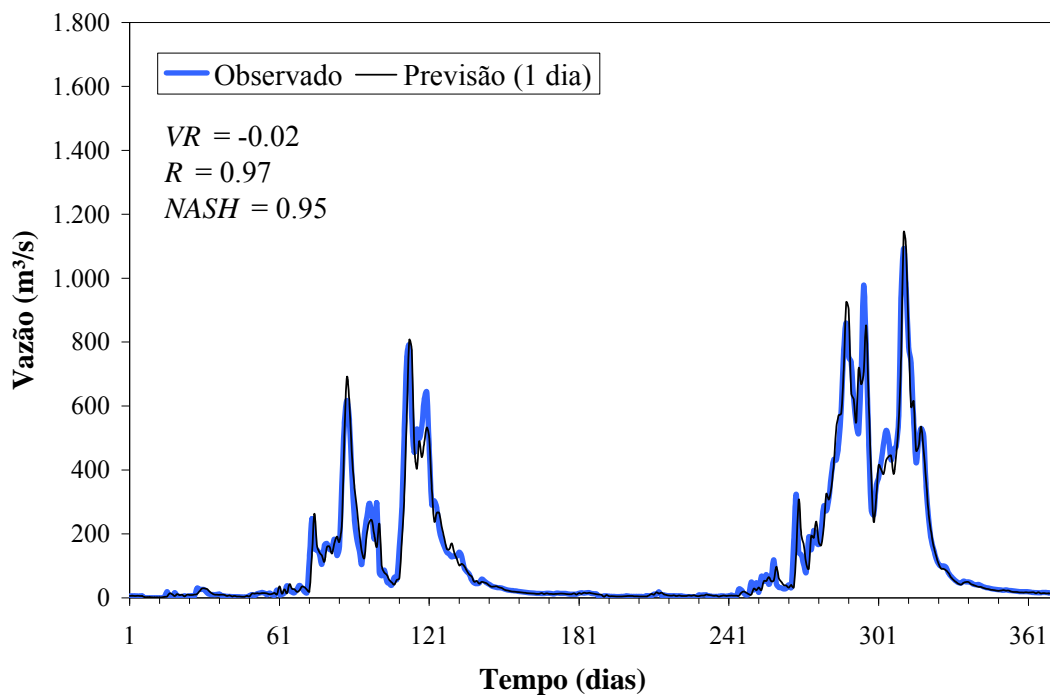


Figura 7 – Comparativo entre as previsões de vazão com 24 horas de antecedência, obtidas com a RNA, e os valores observados no posto F. B. Esperança durante os dois anos de período de teste.

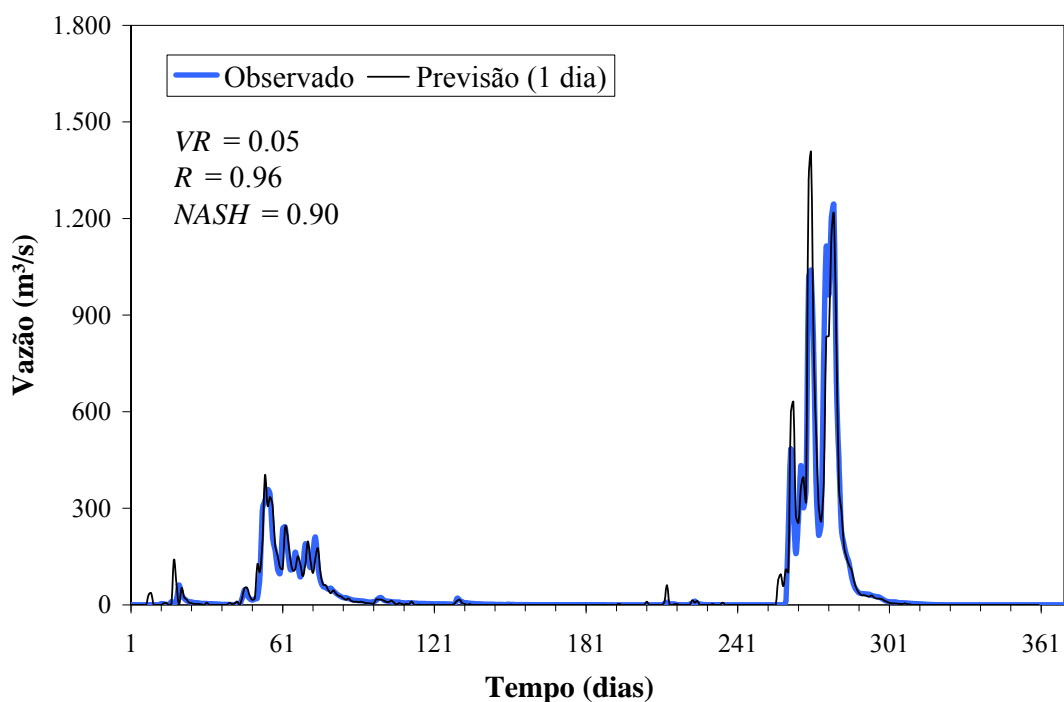


Figura 8 – Comparativo entre as previsões de vazão com 24 horas de antecedência, obtidas com a RNA, e os valores observados no posto Iguatu durante os dois anos de período de teste.

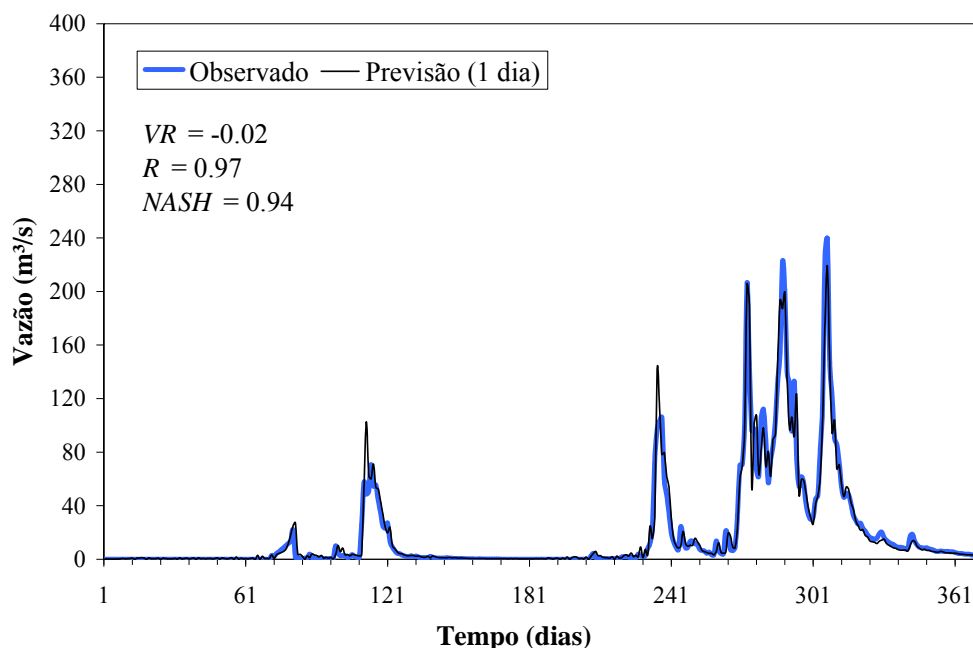


Figura 9 – Comparativo entre as previsões de vazão com 24 horas de antecedência, obtidas com a RNA, e os valores observados no posto Poço Dantas durante os dois anos de período de teste.

As figuras 10-12 exibem a relação entre o erro das previsões e a magnitude dos valores observados para cada um dos postos fluviométricos. Estas figuras apresentam também as retas referentes aos erros relativos de 30 e 50% de modo que seja possível identificar facilmente a qualidade das previsões. Na seqüência, a tabela 3 apresenta a porcentagem de dias em que o erro relativo da previsão foi menor ou igual a 20, 30 e 50%.

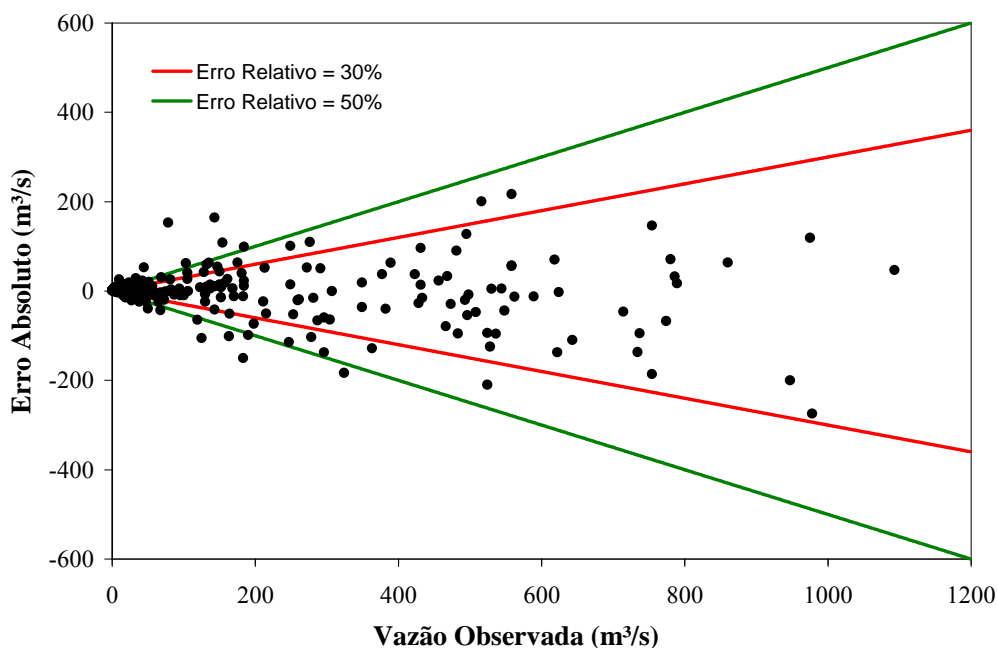


Figura 10 – Erro absoluto das previsões versus magnitude dos valores observados para o posto F. B. Esperança

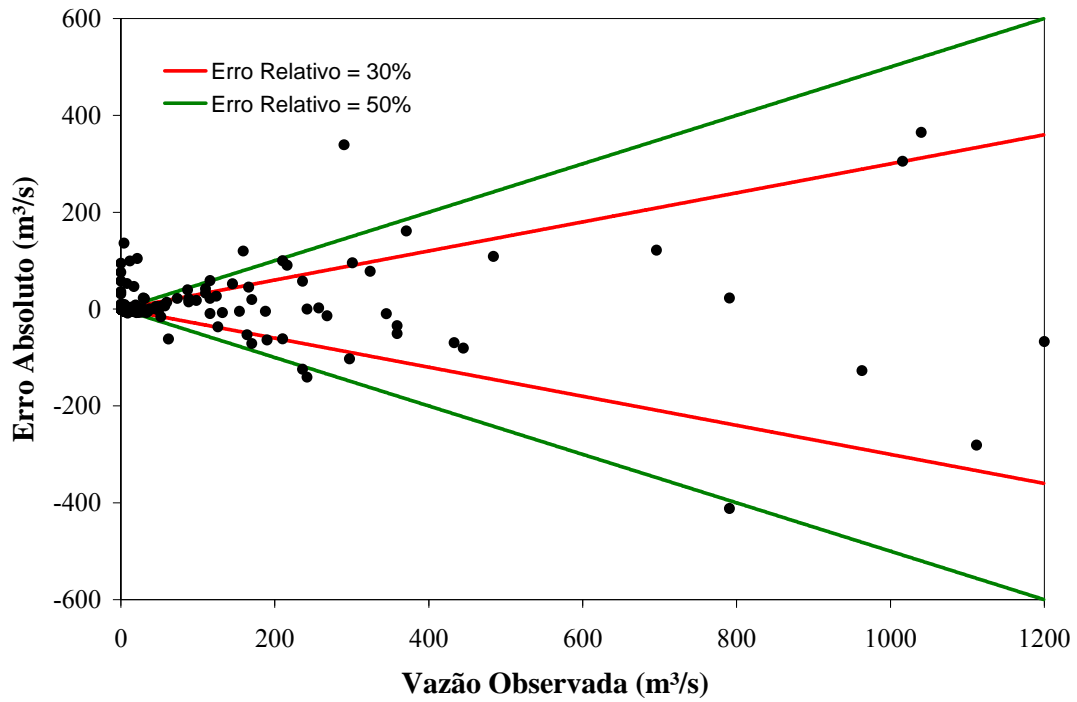


Figura 11 – Erro absoluto das previsões versus magnitude dos valores observados para o posto Iguatu

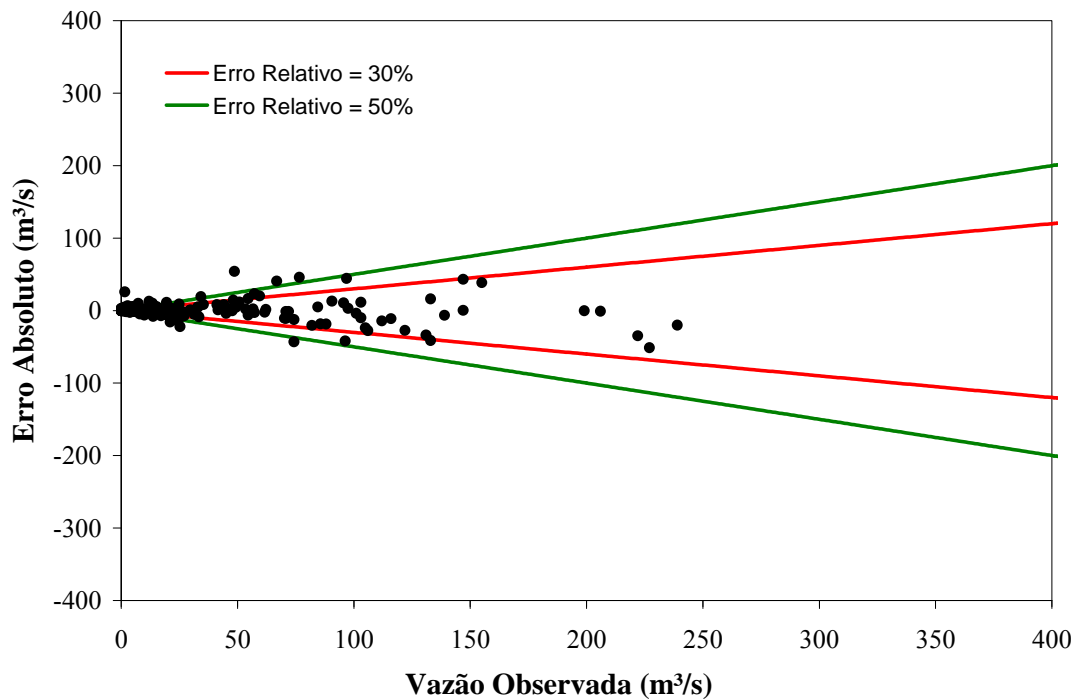


Figura 12 – Erro absoluto das previsões versus magnitude dos valores observados para o posto S. Poço Dantas

Tabela 3 – Porcentagem das previsões dentro dos intervalos de erro relativo para todos os postos

Posto	Magnitude das vazões ( $Q$ )	Porcentagem de previsões dentro dos intervalos de erro relativo ( $ER$ )		
		$ER < 20\%$	$ER < 30\%$	$ER < 50\%$
F. B. Esperança	$> 200\text{m}^3/\text{s}$	70%	86%	99%
Iguatu	$> 200\text{m}^3/\text{s}$	45%	62%	86%
S. Poço Dantas	$> 50\text{m}^3/\text{s}$	58%	81%	94%

Observa-se que no posto S. Poço Dantas, 81% das previsões de vazão com 24 horas de antecedência apresentaram erro relativo menor que 30%, considerando aqueles dias onde se observou vazões maiores que  $50\text{ m}^3/\text{s}$ , considerado um bom resultado. Os resultados obtidos para postos F. B. Esperança e Iguatu também mostram que as previsões obtidas com as RNAs tiveram bom desempenho, com 86% e 62% das previsões apresentando erro relativo menor do que 30%, respectivamente. No caso da F. B. Esperança, em 70% dos dias em que a vazão observada foi acima de  $200\text{ m}^3/\text{s}$ , o  $ER$  da previsão de 24 horas foi menor do que 20%. Nos três postos avaliados, de uma forma geral, as previsões apresentaram erro relativo menor do que 50%.

Estes resultados indicam que as previsões baseadas em modelos de RNA foram bastante eficientes e capazes de extrair as mais complexas tendências e relações não-lineares entre as variáveis hidrológicas envolvidas, mostrando que podem trazer informações importantes aos tomadores de decisão na tentativa de reduzir as vulnerabilidades das comunidades que costumam sofrer com a ocorrência de cheias.

## 5 – CONCLUSÕES

Este artigo apresentou Modelos de Rede Neural Artificial (RNA) para previsão diária de vazões no semi-árido cearense. A metodologia foi aplicada para três postos fluviométricos da região e teve como princípio fundamental a previsão de vazão com base em valores passados de vazão e precipitação.

Os resultados apresentados, baseados num estudo comparativo entre as previsões dos modelos e as vazões observadas num período de teste, totalmente independente dos períodos de calibração e validação das RNAs, mostram a eficácia dos modelos e sugerem que as RNAs desenvolvidas são muito eficientes para previsão de vazões com horizonte de 24 horas. O viés relativo obtido variou entre 0,02 e 0,05, a correlação entre previsões e observações foi de aproximadamente 0,97, e com valores de  $NASH$  variando entre 0,90 e 0,95. Em um dos postos avaliados, verificou-se que nos dias em que a vazão observada foi maior do que  $200\text{ m}^3/\text{s}$ , um valor relacionado com a ocorrência de

cheias, 70% das previsões apresentaram *ER* menor que 20%, 86% apresentaram *ER* menor do que 30%, e 96% com *ER* menor 50%. Resultados semelhantes em relação ao erro relativo, porém não tão bons, foram obtidos para o posto de S. Poço Dantas. No posto Iguatu, os resultados foram mais modestos, porém razoavelmente bons.

Os bons resultados obtidos para estes três locais específicos mostram o potencial destes modelos para previsão de vazões com horizonte de 24 horas, e sugerem que o desempenho deste tipo de modelo deva ser avaliado para outros horizontes de previsão e em outros locais de interesse dentro do estado, de modo que seja possível utilizá-los, num futuro próximo, num sistema de prevenção de cheias.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Fundação Cearense de Apoio ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico do Ceará – FUNCAP pelo apoio financeiro em forma de bolsa de pesquisa do primeiro autor. Os autores agradecem ainda ao CNPq pelo financiamento do projeto “Uso de Previsão de Cheias com Modelos Atmosférico-Hidrológicos na Operação Otimizada de Reservatórios”, Edital Universal 2006, e à FINEP pelo financiamento dos projetos PSICO e REPENTE, que ajudaram a desenvolver esta pesquisa.

## BIBLIOGRAFIA

BOUGHTON AND CHIEW (2007). “*Estimating runoff in ungauged catchments from rainfall, PET and the AWBM model*”, Environmental Modelling and Software, Vol. 22 i4, pp. 476-487.

CARDOSO, G. B.; MONCUNILL, D.; REIS, D. S. Jr; MARTINS, E. S.; NASCIMENTO, L. S. V. (2009). “*Real-Time Optimization of Reservoir's Operation to Mitigate Flood Damages Using Short Term Reservoir's Inflow Forecasts*”. In: IAHS 8th Scientific Assembly - Hydroinformatics in Hydrology, Hydrogeology and Water Resources Management, Hyderabad. Proceedings of Symposium JS.4 at the Joint IAHS & IAH Convention.

CARDOSO, G. B.; MONCUNILL, D.; REIS, D. S. Jr; MARTINS, E. S.; NASCIMENTO, L. S. V. (2008). “*Short Term Reservoir s Inflow Forecasts Based upon Multi-Model Precipitation Forecasts: The Case of the Jaguaribe River Basin, Brazil*”. In: HydroPredict - International Interdisciplinary Conference on Predictions for Hydrology, Ecology, and Water Resources Management: Using Data and Models to Benefit Society, 2008, Praga.

CELESTE, A. B.; SUZUKI, K.; KADOTA, A.; SANTOS, V. S. (2005). “*Derivation of reservoir operating rules by implicit stochastic optimization*”. Annual Journal of Hydraulic Engineering – JSCE 49(2), pp. 1111–1116.

COLLISCHONN; HAAS, R.; ANDREOLLI, I., TUCCI, C. E. M. (2005). “*Forecasting river Uruguay flow using rainfall forecasts from a weather prediction model*”, Journal of Hydrology,

Vol. 305, pp. 87-98.

DEMUTH H.; BEALE, M.; HAGAN, M. (2008) *Neural Network Toolbox 6: User's Guide*. The MathWorks Inc Natick, USA, 907 p.

DURANYILDIZ, I.; BAYAZIT, M. (1988). "Optimal operation of reservoir systems in critical periods". *Water Resources Management* 2, pp. 141-148.

EMCH, P.; YEH, W. W-G. (1998). "Management model for conjunctive use of coastal surface water and ground water". *Journal of Water Resources Planning and Management* 124(3), pp. 129-139.

FARIAS, C. A. S.; CELESTE, A. B.; SAKATA, Y.; KADOTA, A.; SUZUKI, K. (2006). "Use of Monte Carlo optimization and artificial neural networks for deriving reservoir operating rules". *Annual Journal of Hydraulic Engineering – JSCE* 50(1), pp. 25-30.

FARIAS, C. A. S.; KADOTA, A.; SUZUKI, K. (2008). "An intelligent model for predicting daily stream flows up to one week ahead" in *Proceedings of the International Conference on Fluvial Hydraulics, River Flow, Cesme, Set. 2008*, 1, pp. 2143-2148.

FARIAS, C. A. S. (2009). *Derivation of hedging rules and forecasts by artificial neural networks for optimal real-time management of an integrated water resources system*. Tese de Doutorado, Ehime University, Matsuyama – Japão, 127 p.

HAGAN, M. T.; MENHAJ, M. B (1994). "Training feedforward networks with the Marquardt algorithm". *IEEE Transactions on Neural Networks* 5(6), pp. 989-993.

HAYKIN, S. (1999). *Neural Networks: a Comprehensive Foundation*. Prentice Hall, Upper Saddle River, USA.

LITTLEWOOD, I. G.; CLARKE, R. T.; COLLISCHONN, W.; CROKE, B. F. W. (2007). "Predicting daily streamflow using rainfall forecasts, a simple loss module and unit hydrographs: Two Brazilian catchments Source", *Environmental Modelling & Software*, Vol. 22 (9), pp. 1229-1239.

LOUCKS, D. P.; STEDINGER, J. R.; HAITH; D. A. (1981). *Water Resources Systems Planning and Analysis*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, USA.

LOUCKS, D. P. (2000) "Sustainable water resources management". *Water International, IWRA* 25(1), pp. 3-10.

NEELAKANTAN, T. R.; PUNDARIKANTHAN, N. V. (1999). "Hedging rule optimization for water supply reservoir system". *Water Resources Management* 13, pp. 409-426.

PULITO-VELÁZQUEZ, M.; ANDREU, J.; SAHUQUILLO, A. (2006). "Economic optimization of conjunctive use of surface water and groundwater at the basin scale". *Journal of Water Resources Planning and Management* 132(6), pp. 454-467.

SALAS, J. D. (1993). "Analysis and modeling of hydrologic time series", in *Handbook of Hydrology*. Org. por Maidment, D. R., McGraw-Hill Inc., New York, USA, pp. 19.1-19.72.