

## **ESTUDO DA SENSIBILIDADE DA PROPAGAÇÃO DE UMA ONDA DINÂMICA EM RIOS, EM FUNÇÃO DO TEMPO DE BASE E DA DECLIVIDADE DE FUNDO.**

*Raquel Jucá de Moraes Sales*<sup>1\*</sup> *Juliana Alencar Firmo de Araújo*<sup>2</sup>; *Silvia Helena Santos*<sup>3</sup>  
*Vanessa Ueta Gomes*<sup>4</sup> & *Raimundo Oliveira de Souza*<sup>5</sup>

**Resumo** – Esta pesquisa tem como objetivo o estudo da propagação de uma onda dinâmica em rios, com base nas Equações de Saint Venant, identificando principalmente a influência do tempo de base nesta propagação, para diferentes cenários. Para tanto, essas Equações foram resolvidas, com base no método das diferenças finitas, em conjunto com uma rotina computacional desenvolvida para esta pesquisa. A partir daí foi possível analisar a sensibilidade da propagação da onda para diferentes declividades de fundo. Os resultados mostraram que este parâmetro exerce forte influência no comportamento de uma onda de cheia, notadamente na celeridade da mesma.

**Palavras-Chave** – Controle de Enchente; Modelo de Onda Dinâmica; Mecânica Fluvial.

## **STUDY OF THE SENSIBILITY OF THE PROPAGATION OF A DYNAMIC WAVE IN RIVERS, IN FUNCTION OF THE TIME BASE AND OF THE BED SLOPE**

**Abstract** - This research has the main objective to study the propagation of a dynamic wave in rivers, through the Saint Venant's Equations, identifying mainly the influence of the time of base in this propagation, for different sceneries. In such way, those Equations were solved through the application of the finite difference method, together with a computational routine developed for this research. Since then it was possible to analyze the sensibility of the propagation of the wave for different bed slope. The results showed that this parameter plays a strong influence in the behavior of flood wave, especially in its celerity.

**Keywords** – Flood Control; Hydrodynamic Wave Model; River Mechanics.

### **1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS**

O estudo de uma onda dinâmica se inicia, primeiramente, no conhecimento dos fundamentos matemáticos necessários, bem como todos os processos físicos que descrevem problemas relacionados à propagação da onda.

Para resolver as equações de Saint Venant, se faz necessária à aplicação de métodos numéricos que, apesar de não oferecerem as respostas precisas para a solução, são boas ferramentas

1\* Mestre e doutoranda em Recursos Hídricos pela Universidade Federal do Ceará e bolsista do CNPq. Campos do Pici, CEP- 60445-760. Bloco 713. Fortaleza – Ceará. e-mail: [raqueljuca@gmail.com](mailto:raqueljuca@gmail.com);

2 Mestre e doutoranda em Recursos Hídricos pela Universidade Federal do Ceará e bolsista da CAPES. Campos do Pici, CEP- 60445-760. Bloco 713. Fortaleza – Ceará. e-mail: [judiaraujo@yahoo.com.br](mailto:juliaraujo@yahoo.com.br);

3 Doutora em Recursos Hídricos pela Universidade Federal do Ceará. Campos do Pici, CEP- 60445-760. Bloco 713. Fortaleza – Ceará. e-mail: [silviahlsantos@hotmail.com](mailto:silviahlsantos@hotmail.com);

4 Doutora em Recursos Hídricos pela Universidade Federal do Ceará. Campos do Pici, CEP- 60445-760. Bloco 713. Fortaleza – Ceará. e-mail: [vanessa\\_ueta@yahoo.com.br](mailto:vanessa_ueta@yahoo.com.br);

5 Professor do Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental. Campus do Pici, Centro de Tecnologia, Bloco 713, Fortaleza – Ceará, Brasil, CEP 60445-760, Fone: (85) 3366. 9771, e-mail: [rsouza@ufc.br](mailto:rsouza@ufc.br).

de cálculo matemático. Além disso, dependendo do método numérico utilizado, os resultados são bastante representativos, chegando a valores bem próximos aos reais.

Nesta pesquisa, optou-se pelo método explícito das diferenças finitas, que utiliza as transformações no seu equacionamento original, onde o comportamento físico passa a ser descrito pelas características do rio, para resolver as equações pertinentes ao escoamento. A partir daí pode-se analisar os parâmetros de entrada do rio de maneira isolada, o que possibilita a análise da influência do tempo de base na propagação de uma onda dinâmica, como também a verificação da sensibilidade desta onda com relação à declividade do leito e da rugosidade do rio neste processo, objetivos principais desta pesquisa.

## 1.1 Fundamentação teórica

### 1.1.1 Equação da continuidade

A Equação da Continuidade parte, a princípio, do conceito de fluxo. Segundo Porto (1999), o fluxo de massa que passa através da superfície de controle (S.C) é igual à variação da massa no interior do volume de controle (V.C) por unidade de tempo  $t$ . Desta maneira, pelo princípio de conservação de massa, a equação integral da continuidade para um escoamento não permanente, com densidade variável é, Equação (1):

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{vc} \rho dV + \iint_{sc} \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (1)$$

Onde  $\rho$  é a massa específica do fluido, e  $\vec{V}$  é a sua velocidade.

### 1.1.2 Equação do movimento

A equação que representa a quantidade de movimento é a soma da variação temporal da quantidade de movimento dentro do volume de controle com o fluxo da quantidade de movimento através da superfície de controle, igualando-se à soma de todas as forças,  $\sum \vec{F}$ , aplicadas no fluido. Matematicamente, este conceito passa a ter a seguinte representação, Equação (2):

$$\sum \vec{F} = \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{vc} \vec{V} \rho dV + \iint_{sc} \vec{V} \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad (2)$$

### 1.1.3 Equações de Saint Venant

As equações de Saint Venant descrevem os principais aspectos relacionados ao escoamento e permite determinar toda a estrutura fluvial de um corpo hídrico. Estas equações partem dos princípios básicos das duas equações acima mencionadas.

- Em uma dimensão

Tratando-se da equação da continuidade, pela equação do balanço de massa no volume de controle tem-se (CHOW, 1988):

Na entrada do volume de controle, Equação (3):

$$\iint \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} = -\rho Q \quad (3)$$

Na saída do volume de controle, Equação (4):

$$\iint \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} = \rho \left( Q + \frac{\partial Q}{\partial x} dx \right) \quad (4)$$

Onde  $Q$  é a vazão de entrada do volume de controle;  $dx$  é o comprimento de um elemento do canal que representa o volume de controle;  $A$  é a área média da seção transversal;  $\frac{\partial Q}{\partial x}$  é a taxa de variação da vazão com relação á distancia longitudinal do rio;

Admitindo que este volume de controle possa ser mensurado, a partir da formulação  $A dx$ , a taxa de variação de massa no interior do volume de controle é, Equação (5):

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{vc} \rho dV = \frac{\partial}{\partial t} (\rho A dx) \quad (5)$$

Em sistemas não conservativos a variável dependente é a velocidade média longitudinal  $u$  ao invés da vazão  $Q$ . Neste caso, considera-se o rio com largura unitária, de maneira que a área passa a ser  $A = yx1 = y$ , e a vazão  $Q = uA = uy$ , sendo  $y$  a profundidade da linha d'água e  $u$  a componente longitudinal da velocidade média. Substituindo tem-se a formulação abaixo para representar a Equação da Continuidade, Equação (6):

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (6)$$

Em relação à equação da quantidade de movimento se tem, na entrada e saída, do volume de controle, respectivamente, as Equações (7) e (8):

$$\iint \vec{V} \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} = -\rho(VQ) \quad (7)$$

$$\iint \vec{V} \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} = \rho \left[ VQ + \frac{\partial(VQ)}{\partial x} dx \right] \quad (8)$$

A taxa de variação temporal da quantidade de movimento, dentro do volume de controle é, Equação (9):

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{vc} V \rho dV = \rho \frac{\partial Q}{\partial t} dx \quad (9)$$

A partir daí, tem-se a equação que descreve os processos físicos que governam a quantidade de movimento do fluido, Equação (10). Os termos da aceleração local e convectiva representam o efeito das forças de inércia no escoamento (CHOW, 1988).

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (Q^2 / A) + gA \left( \frac{\partial y}{\partial x} - S_0 \right) + gAS_f = 0 \quad (10)$$

Onde  $S_f$  é a declividade da linha de energia;  $S_0$  é a declividade do fundo do canal;  $g$  é a aceleração da gravidade; e  $t$  é o tempo.

Apesar de terem sido feitas inúmeras tentativas de resolver analiticamente as equações de Saint Venant, sua complexidade somente permitiu a obtenção de soluções aproximadas, com resultados bastante satisfatórios (CHALFEN; NIEMIEC, 1986).

## 2. METODOLOGIA

A metodologia da pesquisa partiu da fundamentação matemática da equação da propagação da onda dinâmica em escoamentos não uniformes e não permanentes. Dada a formulação matemática do problema, seguiu-se com a escolha do método numérico capaz de resolver a equação diferencial parcial que descreve o problema e, assim, que uma solução estável pudesse ser obtida. Segue abaixo a formulação numérica da onda dinâmica.

### 2.1 Formulação numérica da onda dinâmica

Para encontrar a equação numérica da onda dinâmica, utilizou-se a aproximação das derivadas parciais na forma explícita com uma linearização em diagonal.

No modelo das diferenças finitas, o domínio da função é dado por uma malha ortogonal bidimensional,  $x-t$ . Esta malha é formada por linhas em paralelo ao eixo  $x$ , e por linhas paralelas ao eixo  $t$ . Cada nó da malha é identificado por um par de índices  $(i, j)$ , onde  $i$  indica a posição do nó ao longo do eixo  $x$ , e o índice  $j$  indica a posição do nó ao longo do eixo  $t$ .

Os valores das vazões  $Q_i^{j+1}$  e  $Q_{i+1}^j$  são conhecidos, para ser determinado o valor de  $Q_{i+1}^{j+1}$ . Isto pode ser visualizado na Figura 1 abaixo.

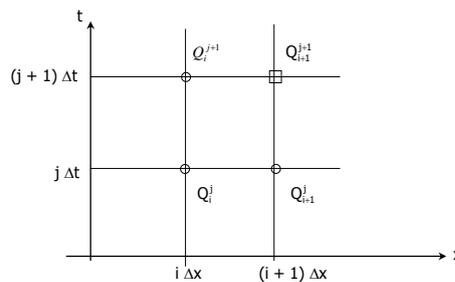


Figura 1 – Diferenças finitas para solução da equação de propagação da onda dinâmica (Chow, 1988).

Aplicando o método das diferenças finitas na equação da onda dinâmica, e efetuando as simplificações, tem-se (CHAGAS, 2005), Equação (11):

$$Q_{i+1}^{j+1} = \frac{Q_{i+1}^j + \frac{\Delta t}{\Delta x} \alpha_m Q_i^{j+1} - \beta_m \Delta t}{1 + \alpha_m \frac{\Delta t}{\Delta x}} \quad (11)$$

Cujos valores de  $\alpha_m$  e  $\beta_m$  são definidos da seguinte maneira, Equações (12) e (13):

$$\alpha_m = \frac{\alpha_i^{j+1} + \alpha_{i+1}^j}{2} \quad (12)$$

$$\beta_m = \frac{\beta_i^{j+1} + \beta_{i+1}^j}{2} \quad (13)$$

Onde:

$$\alpha_i^{j+1} = 2 \frac{Q_i^{j+1}}{A_i^{j+1}} + \frac{g \frac{A_i^{j+1}}{B} - \left(\frac{Q_i^{j+1}}{A_i^{j+1}}\right)^2}{\frac{Q_i^{j+1}}{A_i^{j+1}} \left(\frac{5}{3} - \frac{4}{3} \frac{R_i^{j+1}}{B}\right)} \quad (14)$$

$$\alpha_{i+1}^j = 2 \frac{Q_{i+1}^j}{A_{i+1}^j} + \frac{g \frac{A_{i+1}^j}{B} - \left(\frac{Q_{i+1}^j}{A_{i+1}^j}\right)^2}{\frac{Q_{i+1}^j}{A_{i+1}^j} \left(\frac{5}{3} - \frac{4}{3} \frac{R_{i+1}^j}{B}\right)} \quad (15)$$

$$\beta_i^{j+1} = g A_i^{j+1} \left[ \frac{(Q_i^{j+1})^2 n^2}{(A_i^{j+1})^2 (R_i^{j+1})^{4/3}} - S_0 \right] \quad (16)$$

$$\beta_{i+1}^j = g A_{i+1}^j \left[ \frac{(Q_{i+1}^j)^2 n^2}{(A_{i+1}^j)^2 (R_{i+1}^j)^{4/3}} - S_0 \right] \quad (17)$$

## 2.2 Aspectos computacionais

Depois de encontrada a solução numérica, foi possível desenvolver o programa computacional, na linguagem FORTRAN, capaz de calcular todas as variáveis de controle diretamente relacionadas ao escoamento no rio em estudo. Este programa é capaz de fornecer o campo das variáveis de controle para os mais diferentes cenários desejados.

Neste programa, além do programa principal, foram elaboradas duas sub-rotinas:

- Leitura dos dados de entrada;
- Cálculo das variáveis de controle pertinentes à propagação da onda dinâmica.

A primeira sub-rotina, referente à leitura dos dados de entrada, define todos os dados correspondentes ao rio, bem como todas as suas condições iniciais, geométricas e de contorno. Os dados utilizados na pesquisa podem ser visualizados na Tabela 1 abaixo:

Tabela 1 – Dados de entrada para a resolução da equação da onda dinâmica.

Parâmetros		Un.
Vazão inicial do rio	150,00	m <sup>3</sup> /s
Comprimento do rio	50.000,00	m
Largura do rio	50,00	m
Tempo de base do rio	3600,00	s
	7200,00	
	10800,00	
Declividade do rio	0,0001	m/m
	0,0005	
	0,0008	
Rugosidade do rio	0,05	m/m

Já a segunda subrotina, tem por finalidade calcular as variáveis de controle pertinente á propagação da onda dinâmica, no tempo e no espaço. A partir daí pode-se fazer as simulações para os diferentes tempos de base, como também para diferentes declividade e rugosidades. Vale lembrar que a condição inicial de contorno de montante é representada por uma hidrógrafa na forma triangular com um pico de vazão três vezes maior do que a vazão, nas suas condições iniciais.

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Depois de desenvolver o programa computacional, foi possível realizar uma série de simulações, tomando por base o modelo da onda dinâmica. As primeiras delas, ilustradas nas Figuras 2 e 3 abaixo, representam a propagação da vazão e da altura, respectivamente, em relação ao tempo, em uma seção a 20 km da origem do trecho de controle do rio. A declividade do rio utilizada foi de 0,0005 m/m, e o número de Manning igual a 0,05.

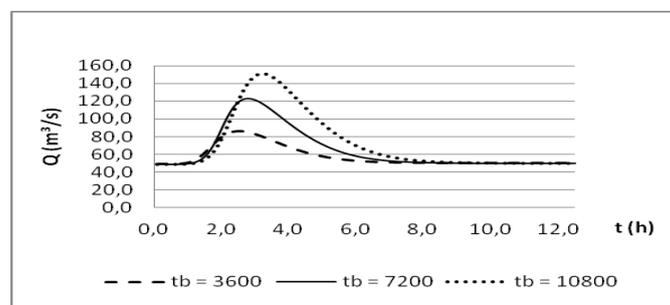


Figura 2 – Comportamento da propagação onda de vazão em função do tempo, em uma seção 20 km da seção de origem, para o número de Manning igual a 0,05.

A Figura 2 ilustra simulações para diferentes tempos de base. Como pode ser observado, este parâmetro tem uma significativa influência no comportamento da onda de cheia. Os resultados mostram que quanto maior for o valor do tempo de base, maior será o pico da vazão do rio, na seção. Entretanto, o comprimento da onda, para diferentes tempos de base, permanece praticamente inalterado, mostrando que a uma seção distante da origem, o tempo de passagem da onda tende a ser muito próximo. Isto se deve ao fato de que, apesar de o semi comprimento de onda de entrada ser maior, o pico da onda de entrada permanece o mesmo, fazendo com que o volume de entrada de água do rio aumente.

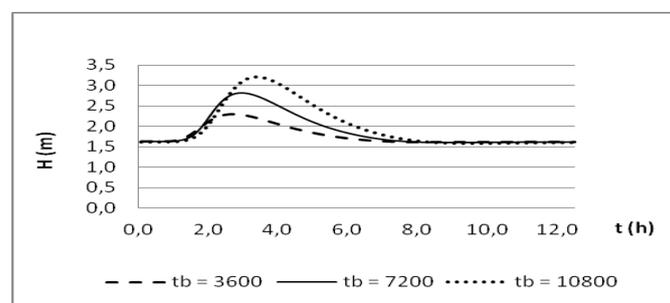


Figura 3 – Propagação da altura da linha d'água em função do tempo, em uma seção 20 km da seção de origem, para o número de Manning igual a 0,05.

O mesmo acontece com a altura. Como o volume de água que entra no rio é muito grande, na medida em que cresce o tempo de base, e a velocidade não aumenta na mesma proporção, as profundidades tendem a aumentar. A Figura 3 ilustra exatamente este fato.

As Figuras 8, 9, 10 e 11 apresentam os resultados para estas simulações, onde se tomou, para a declividade, os valores 0,0001 m/m e 0,0008 m/m.

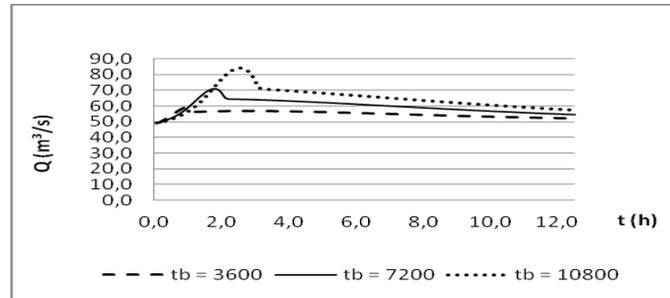


Figura 8 – Comportamento da propagação da vazão em função do tempo, em uma seção 20 km da seção de origem, para a declividade do rio igual a 0,0001.

As Figuras 9 e 10 ilustram os resultados obtidos para os comportamentos da vazão e da linha d'água considerando a declividade igual a 0,0001 m/m. A partir destes resultados tem-se que a declividade desempenha um importante papel no comportamento da onda dinâmica, uma vez que o tempo de passagem da onda na seção se torna muito longo, para os três tempos de base. Por outro lado, vê-se a acentuada dissipação no pico da onda para baixas declividades. Isto equivale dizer que neste caso a onda de cheia se distribui ao longo do canal, reduzindo o impacto concentrado em uma única seção.

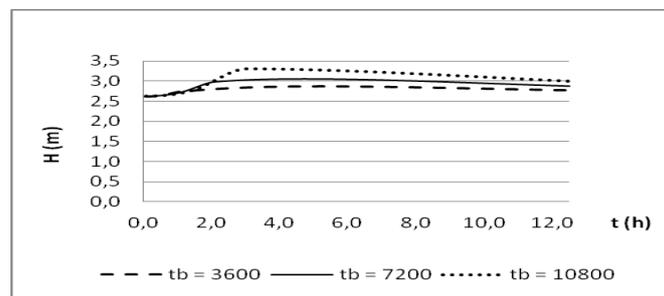


Figura 9 – Propagação da altura da linha d'água em função do tempo, em uma seção 20 km da seção de origem, para a declividade do rio igual a 0,0001.

As Figuras 10 e 11 apresentam os resultados tomando para a declividade o valor de 0,0008 m/m. Com o aumento da declividade, verifica-se que há uma redução no tempo de passagem da onda de cheia na seção. No entanto, os resultados apresentam o aumento no pico dessas ondas, para diferentes tempos de base.

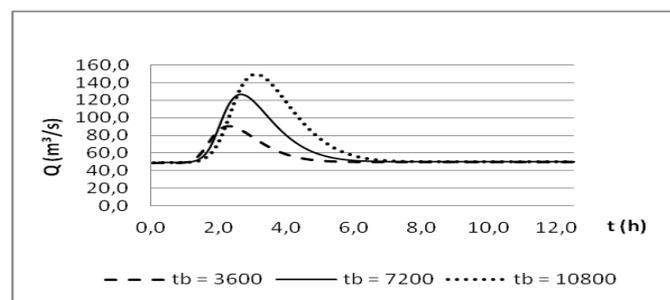


Figura 10 – Comportamento da propagação da vazão em função do tempo, em uma seção 20 km da seção de origem, para a declividade do rio igual a 0,0008.

Analisando a Figura 10, é interessante observar que, para o tempo de base de 1h, o pico da onda não ultrapassa 90 m<sup>3</sup>/s, enquanto que, para um tempo de base de 3h, o pico da onda ultrapassa 140 m<sup>3</sup>/s, ou seja, para este cenário, o comportamento da onda é muito sensível à declividade.

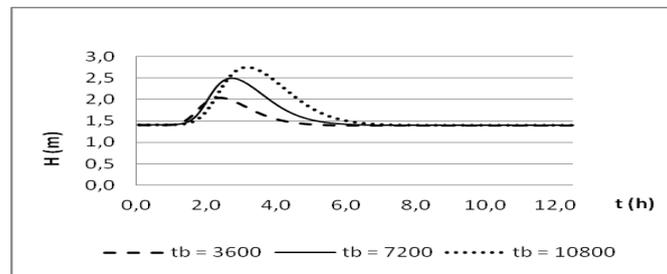


Figura 11 – Propagação da altura da linha d'água em função do tempo, em uma seção 20 km da seção de origem, para a declividade do rio igual a 0,0008.

Ainda é possível ver que, com relação ao comportamento da linha d'água, a mesma tem um pico concentrado na seção de controle. No entanto, tendo em vista a alta declividade, não são obtidas profundidades tão acentuadas, fato este que reduz o risco de enchentes.

#### 4. CONCLUSÕES

Portanto, vê-se que o tempo de base, a declividade do canal têm significativa influência na forma, tempo de dissipação e pico na onda dinâmica, de forma que:

- ➔ Quanto maior for o valor do tempo de base, maior será o pico da vazão, e maior será a profundidade do rio na seção. Entretanto, apesar de o semi comprimento de onda ser maior, o pico da onda de entrada permanece o mesmo, fazendo com que o volume de entrada de água do rio aumente.
- ➔ Para valores de declividade muito baixos, o tempo de passagem da onda em uma seção se torna muito longo, para diferentes tempos de base. Assim, como se tem uma acentuada dissipação do pico de vazão e da profundidade do rio, pode-se dizer que a onda de cheia é distribuída ao longo do rio, reduzindo o impacto concentrado na seção.
- ➔ Com o aumento da declividade, o tempo de passagem da onda diminui, conseqüentemente o pico da vazão aumenta. Contudo, as profundidades não são tão altas, também favorecendo a redução do risco de enchentes.

#### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- CHAGAS, P.F. (2005). *Perspectivas da Aplicação da Teoria Fuzzy para o cálculo de risco em sistemas hidrodinâmicos*. Tese defendida no Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental da Universidade Federal do Ceará. 190p.
- PORTO, R.M. (1999). *Hidráulica Básica*, EESC-USP São Carlos SP - Projeto Reenge. 519p.
- CHOW, V. T. (1988). *Applied Hydrology*. New York: McGraw-Hill. 572p.
- MAHAMOOD K., YEVJEVICH, V. (1975). *Unsteady Flow in Open Channels*. Water Resources Publications, v. 1 and 2, Fort Collins, Co.
- CHALFEN, M., NIEMIEC, A. (1986). *Analytical and Numerical Solution of Saint-Venant Equations*. Journal of Hydrology, v. 86, p. 1–13.