

VELOCIDADE ASCENSIONAL DE BOLHAS EM COLUNAS DE AERAÇÃO

Guilherme Araujo Vuitik¹ & Nivaldo Aparecido Corrêa²

Resumo – O estudo das velocidades ascensionais de bolhas contribui ao entendimento e otimização da operação de colunas de aeração. Embora tenha sido alcançado razoável grau de desenvolvimento no equacionamento que prevê a magnitude e comportamento da velocidade ascensional de bolhas, a diversidade de propostas presentes na literatura não deixa claro seu grau de convergência. O objetivo deste estudo foi comparar as diferentes correlações disponíveis ao cálculo da velocidade ascensional de bolhas isoladas, demonstrando o grau de discrepância entre seus resultados matemáticos. Foram calculadas as velocidades ascensionais de bolhas isoladas, através de método iterativo de cálculo, utilizando dados reais, bem como o equacionamento proposto pela definição clássica e diversas correlações empíricas apanhadas na literatura científica. Embora os parâmetros calculados tenham apresentado ordem de grandeza semelhante em todas as correlações utilizadas, é possível observar que, para uma mesma vazão, houve diferença entre os resultados das correlações da ordem de 3,5% no cálculo das velocidades. Pode-se concluir que quando aplicado pequeno rigor aos cálculos, todas as equações testadas fornecem resultados semelhantes e satisfatórios. No entanto, em formulações mais sensíveis o erro admitido pode ser maior que o próprio resultado numérico.

Palavras-Chave – correlação matemática, bolhas isoladas.

UPFLOW BUBBLE VELOCITY IN AERATION COLUMNS

Abstract – The study of upflow bubbles velocity contributes to the understanding and optimization of the aeration columns operation. Although reasonable development had been reached in the equations which predict the magnitude and behavior of upflow bubbles velocity, the range of proposals present in the literature does not indicate their convergence level. The purpose of this study was to compare different correlations available to calculate the upflow velocity of isolated bubbles, demonstrating the discrepancy between their mathematical results. It was calculated the upflow velocity of isolated bubbles through iterative method, using real data, as well as the equation proposed by the classical definition, and various empirical correlations taken in the literature. Although the calculated parameters have presented similar magnitude in all used correlations, it is possible to observe that, for a given flow, there is a difference between the results of the correlations (around 3.5% in the calculated velocities). It can be concluded that when applied low accuracy to the calculations, all of the tested correlations provide similar and satisfactory results. However, in more sensitive formulations, the admitted error may be higher than the real numerical result.

Keywords – mathematical correlation, isolated bubbles.

¹ Engenheiro Civil, mestre e doutorando em Engenharia Hidráulica e Saneamento - EESC/USP. E-mail: guilhermevuitik@usp.br

² Engenheiro Químico, doutor em Engenharia Química pela UFSCAR. Professor doutor no Departamento de Hidráulica e Saneamento - EESC/USP. Av do Trabalhador São Carlense, 400, São Carlos/SP. E-mail: nacorre@sc.usp.br

1 INTRODUÇÃO

Colunas de aeração com bolhas são amplamente empregadas em processos físico-químicos nas indústrias, como por exemplo, na desinfecção de efluentes. Embora apresentem relativa facilidade de operação e garantia de eficiência, seu complexo comportamento hidrodinâmico requer e tem motivado diversas pesquisas sobre as características que o governam, dentre elas, os perfis de velocidade ascensional de bolhas, pois há consenso geral de que ainda é possível explorar mais dessa tecnologia, no entanto, é preciso antes otimizá-la através do estabelecimento e utilização de modelos que a descrevam com mais rigor.

A velocidade terminal de uma bolha (V) é obtida quando a diferença entre a força peso (F_G), devida à ação da gravidade, e força de empuxo (F_E), exercida pelo fluido ao seu redor, se iguala à força de arrasto (F_D), que consiste na resistência que o fluido oferece ao movimento, definida como:

$$F_D = \frac{1}{2} \cdot C_D \cdot \rho_f \cdot V^2 \cdot A \quad (1)$$

Onde C_D é o coeficiente de arrasto, ρ_f a massa específica do fluido e A , a área projetada da bolha.

Admitindo a bolha como uma esfera perfeita, a força de arrasto atuante sobre a mesma pode ser expressa pela Equação 2, onde d_b corresponde ao diâmetro da bolha.

$$F_D = \frac{1}{8} \cdot C_D \cdot \pi \cdot d_b^2 \cdot \rho_f \cdot V^2 \quad (2)$$

Para a mesma suposição, a diferença entre as forças peso e empuxo pode ser definida pela Equação 3, onde ρ_b é a massa específica da bolha.

$$F_G - F_E = \pi \cdot (\rho_b - \rho_f) \cdot g \frac{d_b^3}{6} \quad (3)$$

Na situação de equilíbrio:

$$C_D = \frac{4 \rho_b - \rho_f}{3 \rho_f} g \frac{d_b}{V^2} \quad (4)$$

Para escoamentos em que o efeito das forças inerciais pode ser negligenciado, Stokes (1880) propõe o uso da Equação 5 para a determinação de C_D , função do número de Reynolds (Re).

$$C_D = \frac{24}{Re} \quad (5)$$

Nos casos onde os efeitos das forças inerciais não podem ser desprezados, podem ser empregadas diversas correlações empíricas, como as apresentadas no Quadro 1, definidas para a determinação do coeficiente de arrasto atuante em bolhas isoladas. No entanto, essas correlações não são as mais indicadas para a determinação da velocidade de bolhas próximas entre si e,

portanto, sob mutua influência, realidade das colunas de aeração, onde se observa a ascensão de plumas de bolhas, sujeitas a coalescência e quebra, e não apenas bolhas isoladas (BEHZADI; ISSA; RUSCHE, 2004).

Quadro 1 – Correlações para o coeficiente de arrasto em bolhas isoladas

C_D	Referência
$C_D = \frac{24}{Re} + \frac{3}{\sqrt{Re}} + 0,34 \therefore Re < 1 \times 10^4$	Fair e Geyer (1954)
$C_D = \frac{24}{Re} + \frac{3}{16} \therefore Re < 0,01$ $C_D = \frac{24}{Re} [1 + 0,1315Re^{(0,82-0,05w)}] \therefore 0,01 \leq Re \leq 20$ $C_D = \frac{24}{Re} [1 + 0,1935Re^{0,6305}] \therefore 20 \leq Re \leq 260$ $\log C_D = 1,6435 - 1,1242w + 0,1558w^2 \therefore 260 \leq Re \leq 1500$ $\log C_D = -2,4571 + 2,5558w - 0,9295w^2 + 0,1049w^3 \therefore 1500 \leq Re \leq 1,2 \times 10^4$ $\log C_D = -1,9181 + 0,6370w - 0,0636w^2 \therefore 1,2 \times 10^4 \leq Re \leq 4,4 \times 10^4$ $\log C_D = -4,3390 + 1,5809w - 0,1546w^2 \therefore 4,4 \times 10^4 \leq Re \leq 3,38 \times 10^5$ <p>Onde $w = \log Re$</p>	Clift <i>et al.</i> (1978)
$C_D = \frac{0,284153}{Re^2} \left(1 + \frac{9,04}{\sqrt{Re}}\right)^2 (0,9620833Re^2 + 2,736461 \times 10^{-5}Re^3 - 3,938611 \times 10^{-10}Re^4$ $+ 2,476861 \times 10^{-15}Re^5 - 7,159345 \times 10^{-21}Re^6 + 7,437237 \times 10^{-27}Re^7) \therefore Re < 3,0 \times 10^6$	Concha e Barrientos (1982)
$C_D = \frac{24}{Re} 10^E \therefore Re < 8,6 \times 10^4$ $E = 0,261Re^{0,369} - 0,105Re^{0,431} - \frac{0,124}{1 + (\log R)^2}$	Flemmer e Banks (1986)
$C_D = \frac{24}{Re} (1 + 0,173Re^{0,657}) + \frac{0,413}{1 + 16,300Re^{-1,09}} \therefore Re < 2,6 \times 10^5$	Turton e Levenspiel (1986)
$C_D = (2,25Re^{-0,31} + 0,36Re^{0,06})^{3,45} \therefore 0,01 < Re < 3,0 \times 10^5$	Khan e Richardson (1987)
$C_D = \frac{24}{Re} (1 + 0,1806Re^{0,6459}) + \frac{0,4251}{1 + \frac{6880,95}{Re}} \therefore Re < 2,6 \times 10^5$	Haider e Levenspiel (1989)
$C_D = \frac{24}{Re} (1 + 0,15Re^{0,681}) + \frac{0,407}{1 + 8710Re^{-1}} \therefore Re < 2,0 \times 10^5$	Brow e Lawler (2003)
$C_D = \left[\frac{1}{(\varphi_1 + \varphi_2)^{-1} + \varphi_3^{-1}} + \varphi_4 \right]^{\frac{1}{10}} \therefore Re < 10^6$ $\varphi_1 = \left(\frac{24}{Re}\right)^{10} + \left(\frac{21}{Re^{0,67}}\right)^{10} + \left(\frac{4}{Re^{0,33}}\right)^{10} + 0,4^{10}; \varphi_2 = 1 / [(0,148Re^{0,11})^{-10} + 0,5^{-10}];$ $\varphi_3 = (1,57 \times 10^8 / Re^{1,625})^{10}; \varphi_4 = 1 / [(6 \times 10^{-17} Re^{2,63})^{-10} + 0,2^{-10}]$	Almedeij (2008)

Com o propósito de ampliar as conclusões de Richardson e Zaki (1954) a respeito da velocidade de sedimentação de sólidos em função da porosidade do meio, na forma $(1 - \phi)^n$, onde ϕ refere-se à fração de vazios e n é um expoente a ser determinado, diversos pesquisadores passaram a aplicar esse conceito à velocidade ascensional de bolhas, como a pesquisa pioneira de Ishii (1977), precedido mais recentemente por pesquisas que desenvolveram equações de ajuste para a velocidade calculada para bolhas isoladas.

Para a condição de $\mu_l \gg \mu_g$, Ishii (1977), apresentou a seguinte equação para determinação da velocidade ascensional de bolhas:

$$V_p = \sqrt{2} \cdot \left(\frac{g \cdot \sigma \cdot \Delta\rho}{\rho_l^2} \right)^{1/4} \cdot (1 - \phi_{loc})^{1,75} \quad (6)$$

Nesta proposta, μ_l e μ_g são as viscosidades dinâmicas do líquido e do gás, respectivamente, g é a aceleração devido a ação da gravidade, σ é a tensão superficial do líquido, $\Delta\rho$ a diferença entre as massas específicas do líquido e do gás no interior da bolha e ϕ_{loc} a fração local de vazios.

Em uma coluna de aeração de seção circular dotada de um sistema de injeção de ar com tubos capilares, que garantiam uma distribuição homogênea de bolhas, Garnier *et al.* (2002), realizaram medidas da velocidade ascensional de bolhas. Para diâmetros menores que 5,5 mm e fração de vazios inferiores a 35%, foi proposta a seguinte equação:

$$V_p = V_\infty (1 - \phi_{loc}^{1/3}) \quad (7)$$

Onde: V_p é a velocidade de bolhas em plumas e V_∞ a velocidade de bolhas isoladas.

Com um sistema semelhante de injeção de ar, Simonnet *et al.* (2007) avaliaram a velocidade ascensional de bolhas, em uma coluna de seção quadrada (0,1 x 0,1) m², variando a velocidade superficial da fase gasosa entre 0 e 8 cm/s, e correspondente fração global de vazios de 0 e 35%. A correlação obtida neste estudo é a seguinte:

$$\frac{C_{Dp}}{C_{D\infty}} = (1 - \phi_{loc}) \left((1 - \phi_{loc})^m + \left(4,8 \frac{\phi_{loc}}{1 - \phi_{loc}} \right) \right)^{-2/m} \quad (8)$$

Onde: C_{Dp} é o coeficiente de arrasto de bolhas em plumas e $C_{D\infty}$ o coeficiente de arrasto de bolhas isoladas.

A partir de dados experimentais presentes na literatura, Rusche e Issa (2000) também propuseram sua aproximação para a velocidade ascensional de bolhas, que mais tarde fora ampliada por Roghair *et al.* (2011), para escoamentos com $1 \leq Eo \leq 5$:

$$\frac{C_{Dp}}{C_D} = 1 + \left(\frac{18}{Eo} \right) \phi_{loc} \quad (9)$$

Com medidas de velocidade ascensional de bolhas, obtidas através da técnica de Anemômetro de Laser Doppler, Kashinsky e Timkin (1999) obtiveram a seguinte correlação:

$$V_p = V_\infty (1 - 0,75 \cdot \phi_{loc}^{1/3}) \quad (10)$$

Como mostram as formulações supracitadas, a determinação da velocidade de bolhas em plumas, necessita o cálculo prévio da velocidade ascensional de bolhas isoladas, para o qual, ademais da equação sugerida por Stokes (1880) para o regime laminar, podem ser empregadas as equações do Quadro 1, para diferentes níveis de turbulência. No entanto, há dúvidas sobre a correlação mais adequada ao cálculo e qual a influência da seleção de determinada correlação na determinação final da velocidade das plumas.

2 OBJETIVO

O objetivo do presente estudo é comparar as diferentes correlações disponíveis ao cálculo da velocidade ascensional de bolhas isoladas demonstrando o grau de discrepância entre seus resultados matemáticos.

3 METODOLOGIA

Para os diâmetros de bolhas, observados por Salla (2006) em seu ensaio em uma coluna de aeração de seção quadrada, de 19 cm de lado e 200 cm de altura, foram determinadas as velocidades ascensionais terminais teóricas, através da combinação entre a Equação 4 e as diferentes correlações apresentadas no Quadro 1.

O valor do número de Reynolds do escoamento é necessário à determinação do coeficiente de arrasto, uma vez que os diferentes autores citados no Quadro 1 estabeleceram suas correlações para definidas faixas de turbulência. No entanto, a determinação do número de Reynolds depende do conhecimento da velocidade do escoamento. Portanto, a princípio, essa equação resultaria em uma referência circular, cuja resolução seria impossível segundo os métodos clássicos.

Resolvendo essa questão, a Equação 4 foi igualada às diferentes correlações apresentadas pelos autores supracitados no Quadro 1, e através de método iterativo, as variáveis: V , Re e C_D foram determinadas.

Esse procedimento se repetiu até que fora identificada a faixa mais adequada de turbulência, onde o Re calculado estava contido na faixa de turbulência determinada pelo autor.

4 RESULTADOS

Na Tabela 1, são apresentadas as velocidades ascensionais calculadas, bem como os relativos números de Reynolds e coeficiente de arrasto, para diferentes diâmetros de bolhas.

Todo o conjunto de dados de velocidade ficou compreendido entre 0,345 e 0,426 m/s, já o número de Reynolds variou entre 1560,902 e 2592,453, em função da pequena variação de diâmetro imposta. Para todas as equações utilizadas, o aumento do diâmetro de bolha decorreu em aumento da velocidade.

Embora os parâmetros calculados apresentem ordem de grandeza semelhante em todas as fórmulas utilizadas, é possível observar que, para uma mesma vazão, houve diferença entre os resultados das correlações.

Tabela 1 – Velocidades ascensionais calculadas e referentes Re e C_D

		Fair e Geyer (1954)			Clift, Grace e Weber (1978)			Concha e Barrientos (1982)		
d_b (mm)	V (m/s)	Rey	C_D	V (m/s)	Rey	C_D	V (m/s)	Rey	C_D	
4,04	0,350	1583,751	0,431	0,347	1570,278	0,438	0,350	1585,191	0,430	
4,28	0,362	1736,505	0,426	0,360	1725,892	0,431	0,363	1739,696	0,424	
4,49	0,373	1874,038	0,422	0,371	1866,172	0,426	0,374	1878,565	0,420	
4,88	0,391	2138,724	0,416	0,391	2136,310	0,417	0,393	2145,126	0,414	
5,25	0,408	2400,592	0,411	0,409	2403,381	0,410	0,410	2407,869	0,409	
5,43	0,416	2531,645	0,409	0,417	2536,860	0,407	0,418	2538,978	0,407	
		Flemmer e Banks (1986)			Turton e Levenspiel (1986)			Khan e Richardson (1987)		
d_b (mm)	V (m/s)	Rey	C_D	V (m/s)	Rey	C_D	V (m/s)	Rey	C_D	
4,04	0,359	1625,608	0,409	0,358	1621,340	0,411	0,345	1560,902	0,443	
4,28	0,372	1781,939	0,404	0,372	1780,559	0,405	0,358	1714,947	0,437	
4,49	0,382	1922,005	0,401	0,382	1923,027	0,401	0,369	1853,642	0,431	
4,88	0,401	2189,785	0,397	0,402	2194,798	0,395	0,388	2120,514	0,423	
5,25	0,417	2452,478	0,394	0,419	2460,572	0,391	0,406	2384,379	0,417	
5,43	0,425	2583,139	0,393	0,426	2592,453	0,390	0,414	2516,350	0,414	
		Haider e Levenspiel (1989)			Brow e Lawler (2003)			Almedeij (2008)		
d_b (mm)	V (m/s)	Rey	C_D	V (m/s)	Rey	C_D	V (m/s)	Rey	C_D	
4,04	0,358	1618,113	0,412	0,354	1603,211	0,420	0,357	1614,601	0,414	
4,28	0,371	1775,888	0,407	0,367	1761,344	0,414	0,368	1763,724	0,413	
4,49	0,381	1917,057	0,403	0,379	1903,128	0,409	0,377	1897,000	0,412	
4,88	0,400	2186,404	0,398	0,398	2174,317	0,403	0,394	2151,404	0,411	
5,25	0,417	2449,932	0,395	0,415	2440,361	0,398	0,408	2400,969	0,411	
5,43	0,424	2580,767	0,394	0,423	2572,669	0,396	0,415	2525,223	0,411	

Para as velocidades houve uma diferença média de 0,014 m/s entre os resultados máximo e mínimo das correlações, para uma mesma vazão (variação de 3,5%). Esta variação entre as velocidades decorreu em uma amplitude média de 71 unidades ao número de Reynolds (variação de 3,5%) e de 0,029 ao coeficiente de arrasto (variação de 7,3%).

5 CONCLUSÃO

Nesse trabalho foi verificada a discrepância entre diferentes equacionamentos utilizados no cálculo da velocidade ascensional de bolhas.

Pode-se concluir que quando aplicado pequeno rigor aos cálculos, como no caso de uma simples constatação do nível de turbulência do escoamento, todas as equações fornecem resultados semelhantes e satisfatórios.

A divergência entre os resultados mostra que a seleção do equacionamento para a velocidade de bolhas isoladas tem potencial para acarretar prejuízo em cálculos que exijam mais rigor, como no caso da determinação da velocidade de bolhas em plumas, haja vista a discrepância entre os dados obtidos. Embora o erro de 3,5% pareça insignificante, para velocidades da ordem de 0,40 m/s sua influência será de 0,014 m/s.

O termo redutor da velocidade de bolhas isoladas: $(1 - \phi)^n$, presente no equacionamento da velocidade de bolhas em plumas, tem potencial para reduzir a velocidade de bolhas isoladas segundo uma sensibilidade maior que o erro admitido (3,5%), pois quaisquer frações de vazios, até mesmo as ínfimas, decorrem em redução de velocidade.

Utilizar velocidades de bolhas isoladas 3,5% menores que as reais significa admitir erros substanciais para o cálculo com baixas frações de vazios, onde a redução de velocidade devido a fração de vazios é pequena, ou seja, o erro admitido pode ser por vezes maior que a própria redução devido ao equacionamento. Para maiores frações de vazios esse erro passa a ser desprezível, tendo em vista que a redução da velocidade de bolhas isoladas cresce com a fração de vazios.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) pela bolsa de mestrado concedida.

REFERÊNCIAS

- ALMEDEIJ, J. Drag coefficient of flow around a sphere: matching asymptotically the wide trend, *Powder Technology*, v.186, n.3, p.218–223, 2008.
- BEHZADI, A.; ISSA, R.; RUSCHE, H. Modeling of dispersed bubble and droplet flow at high phase fractions. *Chemical Engineering Science*, v.59, n.4, 759–770, 2004.
- BROWN, P.P.; LAWLER, D.F. Sphere drag and settling velocity revisited, *Journal of Environmental Engineering – ASCE*, v.129, n.3, p.222–231, 2003.
- CLIFT, R.; GRACE, J.R.; WEBER, M.E. *Bubbles, drops and particles*, New York: Academic Press, 1978.
- CONCHA, F.; BARRIENTOS, A. Settling velocities of particulate systems, 3. Power-series expansion for the drag coefficient of a sphere and prediction of the settling velocity. *International Journal of Mineral Processing*, v.9, n.2, p.167–172, 1982.
- FAIR, G.M.; GEYER, J.C. *Water supply and waste water disposal*. New York: Wiley, 1954.
- FLEMMER, R.L.C.; BANKS, C.L. On the drag coefficient of a sphere. *Powder Technology*, v.48, n.3, p.217-221, 1986.
- GARNIER, C.; LANCE, M.; MARIE, J.L. Measurement of local flow characteristics in buoyancy-driven bubbly flow at high void fraction, *Experimental Thermal and Fluid Science*, v.26, n.6-7, p.811–815, 2002.
- HAIDER, A.; LEVENSPIEL, O. Drag coefficient and terminal velocity of spherical and nonspherical particles, *Powder Technology*, v.58, p.63–70, 1989.
- ISHII, M. *One-dimensional drift-flux model and constitutive equations for relative motion between phases in various two-phase flow regimes*, Illinois: Argonne National Laboratory, 1977.
- KASHINSKY, O.N.; TIMKIN, L.S. Slip velocity measurements in an upward bubbly flow by combined LDA and electrodiffusional techniques, *Experiments in Fluids*, v.26, n.4, p.305-314, 1999.

KHAN, A.R.; RICHARDSON, J.F. The resistance to motion of a solid sphere in a fluid, *Chemical Engineering Communications*, v.62, n.1–6, p.135–150, 1987.

RICHARDSON, J.F.; ZAKI, W.N. Sedimentation and fluidization: part I. *Chemical Engineering Research and Design*, v.75, n.3, p.S82–S100, 1954.

ROGHAIR, I.; LAU, Y.M.; DEEN, N.G.; SLAGTER, H.M.; BALTUSSEN, M.W.; VANSINTANNAL, M.; KUIPERS, J.A.M. On the drag force of bubbles in bubble swarms at intermediate and high Reynolds numbers, *Chemical Engineering Science*, v.66, n. 14, p.3204-3211, 2011.

RUSCHE, H., ISSA, R. The effect of voidage on the drag force on particles, droplets and bubbles in dispersed two-phase flow. In: *Japanese European Two-Phase Flow Meeting*, Tsukuba, Japan, 2000.

SALLA, M.R. *Sistema de ozonização em esgoto de reator anaeróbio: estudo da hidrodinâmica e das respostas oscilantes de DQO*. Tese de Doutorado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo: São Carlos, 2006.

SIMONNET, M.; GENTRIC, C.; OLMOS, E.; MIDOUX, N. Experimental determination of the drag coefficient in a swarm of bubbles, *Chemical Engineering Science*, v.62, n.3, p.858-866, 2007.

STOKES, G. *Mathematical and physical papers*, v.1, Cambridge: University Press, 1880.

TURTON, R.; LEVENSPIEL, O. A short note on the drag correlation for spheres, *Powder Technology*, v.47, n.1, p.83–86, 1986.