

REGIONALIZAÇÃO DE VAZÕES MÁXIMAS PARA O ESTADO DO CEARÁ

*Francisco A. de A. Teixeira^{*1}; Francisco de A. de Souza Filho; G. W. T. F. q. U. R. O. T. O. O. c. t. v. k. p. u. H. t. c. p. e. k. e. q. 'X. O. F. O. B. a. r. r. o. s. & S. a. m. u. e. l. l. s. o. n. L. o. p. e. s. C. a. b. r. a. l.¹.*

RESUMO - Este trabalho objetiva a regionalização das vazões máximas associadas aos períodos de retorno de 100, 1.000 e 10.000 anos para as bacias hidrográficas das estações fluviométricas do Estado do Ceará, utilizando-se de técnicas de regressão linear múltipla. A aplicação do método *stepwise* sugeriu que para a representação multilinear das vazões em função das características fisiográficas e climatológica dependeria principalmente das variáveis: área da bacia hidrográfica da estação fluviométrica e percentual da área da bacia hidrográfica inserida no Cristalino. Para os 3 períodos de retorno analisados, as regressões analisadas (Normal, Gama e Robusta) apresentaram baixo desempenho (R^2) e alto erro médio quadrado (RMS) na predição das vazões extremas em função das características consideradas como representativas.

Palavras-chave: regionalização; vazões extremas; regressões.

ABSTRACT – This work aims regionalization of maxim flows associated to period of return of 100, 1.000 and 10.000 years to fluviometric stations watersheds on Ceara using technics of multiple linear regressions. The method *stepwise* suggested that the representation of flows as function of physiographic and climatic characteristics would depend on watersheds' area and percentage of watershed area on Crystalline. To 3 periods of return analyzed the regressions (Normal, Gamma and Robust) presented low performance (R^2) and high value to Root Mean Square (RMS) to the extreme flow prediction as function of characteristics considered as representative.

Keywords: regionalization; extreme flow; regressions.

INTRODUÇÃO

A utilização de técnicas de regionalização de vazões é de suma importância na tentativa de se suprir a escassez de dados em bacias de menor abrangência. Esta tarefa é imprescindível, uma vez que informações sobre vazões são necessários tanto para o dimensionamento de obras hídricas, quanto para a gestão adequada dos recursos hídricos.

A regionalização de vazões consiste num conjunto de procedimentos que se utilizam das informações disponíveis para estimar variáveis hidrológicas em locais sem dados ou com dados em quantidade insuficiente, realizando a transferência dessas informações de uma região a outra com comportamento hidrológico semelhante (TUCCI, 2002).

Os processos de regionalização de vazões envolvem análises matemáticas e estatísticas aplicadas às séries históricas de vazões e às características fisiográficas e pluviométricas das bacias hidrográficas, tornando indispensável a utilização de sistemas computacionais, tais como os Sistemas de Informações Geográficas (SIG), para auxílio na coleta de informações.

Dentre as metodologias utilizando análises estatísticas, aquelas que realizam regressões lineares múltiplas podem ser utilizadas para que se possa avaliar o comportamento das vazões e sua relação de linearidade com as variáveis climatológicas e fisiográficas das bacias hidrográficas.

¹ Universidade Federal do Ceará – f.alberto84@gmail.com

Este trabalho objetiva a regionalização das vazões máximas associadas aos períodos de retorno de 100, 1.000 e 10.000 anos para as bacias hidrográficas das estações fluviométricas do Estado do Ceará, utilizando-se de técnicas de regressão linear múltipla.

MATERIAL E MÉTODOS

Dados fluviométricos

Foram utilizadas 37 estações fluviométricas, disponíveis no sítio eletrônico da ANA. A Figura 1 apresenta mapa de localização das estações fluviométricas do Estado do Ceará. A Tabela 1 apresenta as características fisiográficas das bacias hidrográficas dos postos fluviométricos estudados.

Tabela 1 - Características fisiográficas das bacias hidrográficas dos postos fluviométricos estudados.

Posto	Área (km ²)	L rio principal (m)	Tc (h)	Posto	Área (km ²)	L rio principal (m)	Tc (h)
34730000	897.37	64,319.02	11.25	35880000	4,085.57	181,571.01	34.23
34740000	2,221.99	108,123.32	17.46	35900000	3,094.17	161,796.47	43.22
35050000	997.26	66,700.57	10.20	35950000	2,027.72	113,021.03	30.26
35125000	1,501.24	96,187.53	13.56	36020000	5,852.01	175,862.20	44.86
35156000	1,008.60	89,922.58	12.75	36045000	3,459.74	146,479.57	26.77
35170000	3,967.24	171,568.58	25.90	36070000	13,648.07	270,239.58	65.55
35205000	1,453.13	67,077.06	17.29	36125000	3,533.32	158,726.15	28.00
35210000	1,566.68	152,257.12	22.77	36130000	5,996.83	191,575.58	32.59
35223000	693.14	53,743.47	7.68	36160000	20,664.32	344,988.88	83.61
35235000	3,644.35	196,204.30	29.92	36210000	1,666.00	85,871.61	13.79
35240000	1,532.78	124,646.24	21.00	36220000	1,564.88	118,523.56	21.91
35250000	2,445.31	135,964.89	22.88	36250000	4,240.72	213,984.35	39.63
35260000	2,875.18	193,689.78	33.26	36260000	6,960.86	296,747.96	55.88
35263000	587.89	58,322.37	8.51	36270000	8,869.97	347,089.70	65.44
35275000	11,355.89	267,948.16	42.83	36290000	12,381.52	414,915.13	77.03
35283000	13,118.91	357,169.46	62.18	36320000	39,574.36	512,778.92	96.76
35350000	1,376.24	71,887.63	10.95	36370000	44,982.24	599,758.18	112.80
35370000	2,669.36	131,037.68	20.96	36386000	2,166.94	106,957.49	16.80
35570000	7,267.10	260,320.62	45.79	36390000	534.77	83,062.51	19.20
35571000	7,751.83	268,134.87	47.23	36470000	998.02	94,532.03	15.99
35668000	495.86	75,771.68	11.36	36520000	7,035.74	174,383.94	27.32
35740000	180.31	30,321.17	3.62	36580000	17,266.12	353,216.32	70.04
35830000	1,610.56	96,656.99	17.52	36760000	524.71	74,903.93	21.16
35871000	509.76	43,623.90	5.44				

Como pode ser observado na Tabela 1, foram estudadas bacias as quais apresentam áreas que variam de 180 a aproximadamente 40.000 km² e distribuídas pelas principais bacias do Estado do Ceará. Para o cálculo do tempo de concentração foi utilizada a metodologia definida

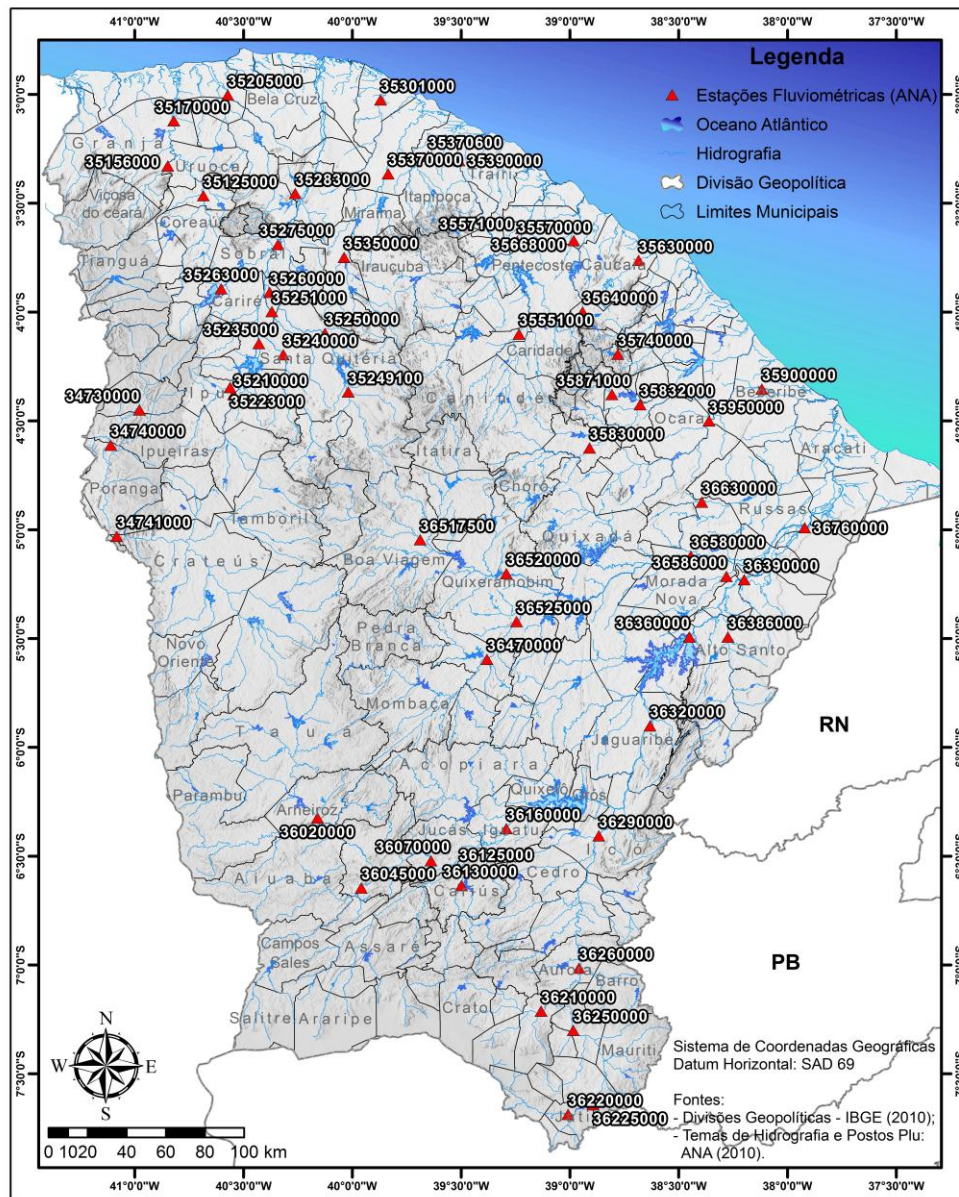


Figura 1 - Mapa de Localização das Estações Fluviométricas do Estado do Ceará

Metodologia

Distribuições de Probabilidade e Teste Kolmogorov-Smirnov

Neste trabalho, foram utilizadas, para os ajustes das séries de vazões, três distribuições contínuas de probabilidade (Gama, Gumbel e Log-normal) e o teste de aderência do tipo Kolmogorov-Smirnov (KS), bastante utilizados em estudos de séries hidrológicas, a serem descritas a seguir.

Distribuição Gama

A função densidade de probabilidade da distribuição Gama é definida como (BOTELHO e MORAIS, 1999):

$$p = F(x | a, b) = \frac{1}{b^a \Gamma(a)} \int_0^x t^{a-1} e^{-\frac{t}{b}} dt \quad (1)$$

Sendo $F(x)$ a probabilidade de ocorrência de um evento menor ou igual a x , pode-se escrever que a função de distribuição acumulada de probabilidade é representada pela função Gama incompleta, segundo Thom (1958) citado por Catalunha, Sedyama, *et al.* (2002).

Distribuição Gumbel

Segundo Yevjevich (1972), as distribuições de valores extremos têm um interesse particular e são de grande importância em hidrologia, sendo frequentemente associadas com cheias e secas, suprimentos ou déficits.

A distribuição de Gumbel é uma distribuição de extremos do tipo exponencial, a qual é dada pela Equação (2):

$$p = f(x) = \frac{1}{\sigma} \exp \left[\frac{x - \mu}{\sigma} - \exp \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right] \quad (2)$$

Distribuição Log-Normal

É uma distribuição de muitas aplicações, particularmente para variáveis que têm distribuições assimétricas. Em tese, se o logaritmo (Y) de uma dada variável X tem distribuição normal, então a variável X tem distribuição log-normal. Essa função tem a vantagem de sua ligação com a distribuição Normal, a qual é de simples aplicação. É aplicada em variáveis como vazões anuais, séries de precipitações máximas diárias, precipitações mensais e outras. A função densidade de probabilidade da distribuição Log-normal é representada pela Equação (3).

$$p = F(x | \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_0^x \frac{e^{-\frac{[\ln(t) - \mu]^2}{2\sigma^2}}}{t} dt \quad (3)$$

Kolmogorov-Smirnov

O teste de Kolmogorov-Smirnov (KS) é um teste não paramétrico baseado na máxima diferença absoluta D entre os valores de uma distribuição empírica de uma amostra aleatória de tamanho n e os valores de uma distribuição teórica específica. Assim, é um teste de aderência o qual analisa a concordância entre distribuições em um conjunto de valores, objetivando a identificação de esses dados seguirem ou não uma distribuição normal, utilizando a distribuição de frequência dada a descrição teórica comparando-a com a distribuição dos dados analisados.

Portanto, são testadas as seguintes hipóteses:

- H_0 : A amostra segue uma distribuição Normal;
- H_1 : A amostra não se adere a uma distribuição Normal.

Regressão Linear Múltipla

Na regressão múltipla analisa-se o comportamento de uma variável dependente Y em função de k variáveis independentes X_i ($i = 1, 2, \dots, k$). Assim, considerando que a variável dependente varie linearmente em função das variáveis independentes, esta pode ser representada como função

das variáveis independentes da forma como apresentado na Equação (4) (NAGHETTINI e PINTO, 2007).

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k \quad (4)$$

A Equação (4) pode ser reescrita de forma matricial, considerando-se os n valores do conjunto de valores da variável dependente das m variáveis independentes. Assim, pode-se representar a regressão linear múltipla na sua forma matricial pela Equação

(5) (NAGHETTINI e PINTO, 2007).

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & X_{1,1} & X_{1,2} & \dots & X_{1,m} \\ 1 & X_{2,1} & X_{2,2} & \dots & X_{2,m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & X_{n,1} & & \dots & X_{n,m} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_n \end{bmatrix} \quad (5)$$

Alguns autores recomendam que se estimem os valores dos coeficientes desconhecidos β_i pela aplicação da minimização do somatório dos erros quadrados. No entanto, neste trabalho, foram analisadas três metodologias de busca destes coeficientes:

- Uma mediante aplicação de uma distribuição Normal;
- Uma mediante aplicação de uma distribuição Normal;
- Uma mediante aplicação de regressão Robusta, a qual o algoritmo utiliza mínimos quadrados ponderados iterativamente com uma função de pesos biquadrada.

Após a determinação das máximas, tentou-se representar as vazões extremas como função das principais características fisiográficas e da média das precipitações máximas observadas, esta como variável climatológica. Assim, a Equação (6) representa a vazão associada ao período de retorno em função das características das bacias das estações fluviométricas analisadas.

$$Q_{TR} = f(A, D_{no}, T_c, P_{m,max}, k_c, CN, \%_{cristalino}) \quad (6)$$

Em que: A : área da bacia hidrográfica da estação fluviométrica; D_{no} : declividade média do rio principal; T_c : tempo de concentração em minutos; $P_{m,max}$: média das precipitações máximas diárias anuais; k_c : fator de forma da bacia hidrográfica; CN : *Curve Number*; $\%_{cristalino}$: percentual de área da bacia hidrográfica.

As variáveis que apresentaram a maior significância na representação das vazões extremas em função das características físicas e climatológica das bacias foram a área da bacia hidrográfica e o percentual de área da bacia hidrográfica inserida no cristalino, definidas pela aplicação da regressão *stepwise*.

Assim, a regressão a ser apresentada nestes resultados terá a forma como mostra a Equação (7).

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 \quad (7)$$

Em que: X_1, X_2 : variáveis independentes correspondentes, respectivamente, à área da bacia hidrográfica da estação fluviométrica analisada e ao percentual de área da bacia hidrográfica pertencente ao cristalino; $\beta_0, \beta_1, \beta_2$: coeficientes adimensionais da regressão; Y : variável dependente, correspondente à vazão como função de X_1, X_2 .

RESULTADOS

A Tabela 2 apresenta os coeficientes adimensionais das regressões Normal, Gama e Robusta, para os tempos de retorno de 100, 1000 e 10000 anos.

A distribuição Gama foi considerada a de melhor ajuste, pois além de se ajustar a todas as séries, segundo resultados do teste KS, apresentou resultados mais próximos da máxima da série quando esta comparada à vazão calculada para o período de retorno de 100 anos.

Tabela 2 – Coeficientes das regressões testadas.

Regressão.	β_0	β_1	β_2
Normal 100	-4.78	0.04	416.69
Gama 100	8.98	0.04	392.96
Robusta 100	-33.05	0.04	361.12
Normal 1.000	-139.31	0.08	1056.51
Gama 1.000	10.89	0.07	853.27
Robusta 1.000	-162.51	0.08	860.21
Normal 10.000	-294.21	0.12	1735.39
Gama 10.000	11.99	0.11	1325.91
Robusta 10.000	-306.48	0.12	1374.87

A Figura 2 apresenta os coeficientes de determinação (R^2) para as regressões realizadas, podendo-se observar que, embora bastante próximos, a Normal apresentou o maior valor para R^2 , sendo este igual a 0,53863, contra 0,53859 da Gama e 0,53789 da Robusta.

Também foi calculado o erro médio quadrado (RMS) para as regressões. Os valores calculados para o RMS para as três regressões analisadas no período de retorno de 100 anos, assim como o coeficiente de determinação, apresentaram valores próximos, embora elevados. O RMS da regressão com base na distribuição normal apresentou valor de 1.828,50, contra 1.830,05 e 1.878,64 das regressões com a Gama e a Robusta, respectivamente.

Pode-se observar que, assim como no caso da regressão para o período de retorno de 100 anos, a Normal apresentou o maior valor para R^2 , sendo este igual a 0,47652, contra 0,47534 da Gama e 0,47452 da Robusta.

Os valores calculados para o RMS para as três regressões analisadas no período de retorno de 1.000 anos, assim como o coeficiente de determinação, apresentaram valores próximos, no entanto elevados. O RMS da regressão com base na distribuição normal apresentou valor de 4.144,38, contra 4.163,88 e 4.281,84 das regressões com a Gama e a Robusta, respectivamente.

Pode-se observar que, assim como no caso da regressão para o período de retorno de 1000 anos, a Normal apresentou o maior valor para R^2 , sendo este igual a 0,44703, contra 0,44502 da Gama e 0,44428 da Robusta.

Os valores calculados para o RMS para as três regressões analisadas no período de retorno de 10.000 anos, assim como o coeficiente de determinação, apresentaram valores próximos, porém elevados. O RMS da regressão com base na distribuição normal apresentou valor de 6.619,14, contra 6.663,03 e 6.859,27 das regressões com a Gama e a Robusta, respectivamente.

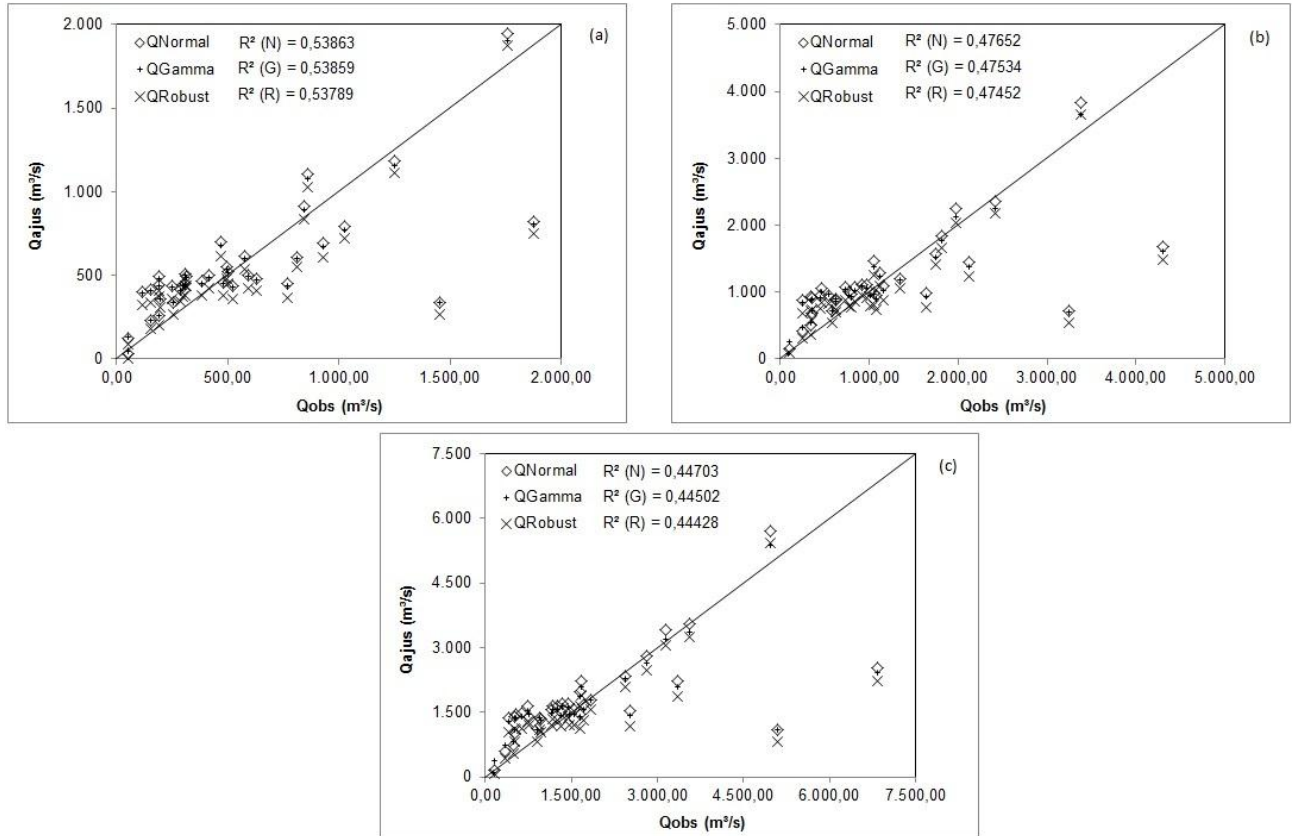


Figura 2 – Relação entre as vazões com período de retorno de (a) 100 anos, (b) 1000 anos e (c) 10000 anos, e vazões calculadas com aplicação das regressões Normal, Robusta e Gama.

CONCLUSÕES

- A aplicação do método *stepwise* sugeriu que para a representação multilinear das vazões em função das características fisiográficas e climatológica (média das precipitações máximas diárias anuais) dependeria principalmente das variáveis área da bacia hidrográfica da estação fluviométrica e percentual da área da bacia hidrográfica inserida no Cristalino;
- Para os 3 períodos de retorno analisados, as regressões analisadas (Normal, Gama e Robusta) apresentaram baixo desempenho (R^2) e alto erro médio quadrado (RMS) na
- predição das vazões extremas em função das características consideradas como representativas;
- Mesmo com baixo desempenho, a regressão do tipo Normal apresentou os melhores índices de desempenho nas três situações analisadas neste trabalho.

REFERÊNCIAS

AGÊNCIA NACIONAL DAS ÁGUAS - ANA. ANA - Hidroweb, 2012. Disponível em: <www.ana.gov.br/hidroweb>. Acesso em: 01 out. 2012.

BOTELHO, V. A. V. A.; MORAIS, A. R. Estimativas dos parâmetros da distribuição Gama de dados pluviométricos do município de Lavras, estado de Minas Gerais. **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras - MG, v. 23, n. 03, p. 10, 1999.

CATALUNHA, M. J. et al. Aplicação de cinco Funções Densidade de Probabilidade a Séries de Precipitação Pluvial no Estado de Minas Gerais. **Revista Brasileira de Agrometeorologia**, Santa Maria, v. 10, n. 01, p. 153-162, 2002.

EMBRAPA. Embrapa - Monitoramento por Satélite. **Brasil em Relevo**, 2005-2006. Disponível em: <www.relevobr.cnpem.embrapa.br/download/>. Acesso em: 05 nov. 2012.

JOHNSON, R. A. **Probability and statistics for engineers**. 6. ed. US: Prentice-Hall, Inc., 2000.

NAGHETTINI, M.; PINTO, É. J. D. A. **Hidrologia Estatística**. Belo Horizonte: CPRM, 2007.

THOM, H. C. S. A Note on the Gamma Distribution. **Monthly Weather Review**, Washington, D. C., v. 86, n. 4, p. 117 - 122, April 1958.

TUCCI, C. E. M. **Regionalização de Vazões**. Porto Alegre: UFRGS, 2002.

YEVJEVICH, V. M. **Probability and Statistics in Hydrology**. Fort Collins, Colo: Water Resources Publications, v. II, 1972.