

Regionalização hidrológica de vazões mínimas ($Q_{7,10}$) por meio dos métodos OLS, WLS e GLS aplicada à bacia do rio Paraopeba, em Minas Gerais

Sarah Figueiredo Luiz^{1} & Wilson dos Santos Fernandes²*

Resumo – As vazões mínimas desempenham um importante papel na avaliação da disponibilidade hídrica, na elaboração de projetos hidroelétricos e de irrigação, além de serem utilizadas como critério de outorga. Portanto, neste trabalho foi empregado o modelo de regionalização de vazões mínimas ($Q_{7,10}$) para a bacia do rio Paraopeba. Os métodos de regressão utilizados foram o OLS, o WLS e o GLS, sendo estes últimos aplicados como proposto por Tasker e Stedinger. Realizou-se a análise de frequência local para todas as estações que possuíam mais de 10 anos de dados observados, utilizando a distribuição de probabilidade Weibull 2 parâmetros. A análise e a determinação dos modelos foram feitas mediante a avaliação da variância média de predição (AVP). Os resultados obtidos mostraram que os métodos WLS e GLS tiveram melhor desempenho que o método OLS, em relação à variância do erro do modelo. A fim de que se pudessem avaliar os critérios relacionados aos resíduos do método OLS, foram aplicados testes de hipóteses ao nível de significância de 5%. Essa análise permitiu mostrar que para certas regiões, a utilização do método OLS não é recomendada, pois os resíduos foram heterocedásticos.

Palavras-Chave – variância do erro do modelo, variância média de predição.

Hydrologic regionalization of Low flow ($Q_{7,10}$) thought the OLS, WLS and GLS applied at the Paraopeba river basin, in Minas Gerais

Abstract - Estimation of low-flow statistics plays a key role in water availability studies, design of hydroelectric power plants and irrigation projects, and on water permitting and allocation processes. This paper employs OLS, WLS and GLS regional models for the 7-day 10-year low-flow statistic ($Q_{7,10}$) for the Paraopeba River Basin. Local frequency analyses were carried out for all sites with at least 10 years of data employing the 2-parameter Weibull distribution. The selection of the best regional model was based upon the average variance of prediction (AVP). Results show that the WLS and GLS model error variances were smaller than those provided by the OLS model. In order to evaluate the OLS assumption of homeocedasticity, hypothesis tests were applied to OLS residuals (independence, normality, constant variance and zero mean). This analysis showed that the OLS model is not appropriate because the residual error were heteroscedastic.

Key-words - model error variance, average variance of prediction.

*¹ 1) Doutoranda do PPGSMARH-UFMG, Avenida Antônio Carlos, 6627, Pampulha-Belo Horizonte, (31)3409-1882, sarahfluiz@ufmg.br.

² 2) Professor adjunto do Departamento de Engenharia Hidráulica e Recursos Hídricos da UFMG, Avenida Antônio Carlos, 6627, Pampulha-Belo Horizonte, (31)3409-3685, wilson@ehr.ufmg.br

1. INTRODUÇÃO

De acordo com WMO (1974), as vazões mínimas são definidas como sendo “a vazão que escoar em uma determinada seção de um rio durante um período prolongado de seca”.

O Método dos Mínimos Quadrados Ordinário - OLS (*Ordinary Least Square*), também conhecido como método dos mínimos quadrados convencional, tem diversas limitações. De acordo com Stedinger e Tasker (1985), este método assume que o erro associado às observações individuais são homocedásticos e independentemente distribuídos.

Segundo Reis Jr. *et al.* (2005), a hipótese de homocedasticidade é frequentemente violada em problemas hidrológicos, uma vez que a precisão das estatísticas de interesse são diferentes em cada local, já que o tamanho das séries hidrológicas também o são. Além disso, dificilmente as estatísticas de interesse são independentes, já que os dados de vazão possuem, em geral, uma forte correlação espacial. Por outro lado, a correlação serial local é pequena, uma vez que as amostras são formadas por um único valor extremo anual.

Tasker e Stedinger (1986) empregaram a regressão WLS para obter um estimador generalizado para o coeficiente de assimetria. Os pesos para o método WLS foram determinados separando-se a variância do erro em duas partes, variância do erro do modelo e variância do erro amostral. Tais autores relataram que resultados encontrados através do modelo WLS foram melhores que os do modelo OLS, principalmente no que se refere à variância do erro do modelo.

Segundo Stedinger e Tasker (1985), o Método dos Mínimos Quadrados Generalizados - GLS (*Generalized Least Square*) fornece uma melhor aproximação se comparado aos métodos OLS e WLS, ou seja, agrega mais informações ao modelo.

Ainda de acordo com Stedinger e Tasker (1985), o GLS assume inicialmente que as vazões são independentes e identicamente distribuídas e, assim como no WLS, os resíduos são heterocedásticos. Os autores utilizaram simulação de Monte Carlo e demonstraram que o método GLS fornecia estimadores mais precisos dos parâmetros, melhores estimadores da variância do erro amostral e um estimador não enviesado para a variância do erro do modelo. Em geral, o erro quadrático médio (*mean square error* - MSE) amostral dos estimadores GLS foi menor que o (MSE) do OLS, principalmente quando a variância do erro do modelo foi pequena ou quando a correlação cruzada foi grande.

Embora o GLS tenha sido proposto há quase três décadas, somente recentemente o método começou a ser aplicado em um grande número de estudos. Reis Jr. *et al.* (2005) lista uma série de estudos que utilizaram o GLS para regionalizar diferentes dados hidrometeorológicos em diferentes locais do mundo. A metodologia tem sido utilizada para estimar parâmetros de modelos de regressão regionais de quantis extremos de vazão máxima anual (TASKER *et al.*, 1986; WMO, 1994; KJELDSEN e ROSBJERG, 2002; FEASTER e TASKER, 2002), vazão mínima anual (VOGEL e KROLL, 1990), chuvas extremas (MADSEN *et al.*, 2002) e parâmetros de distribuições de probabilidades (MADSEN e ROSBJERG, 1997).

O presente artigo tem como objetivo avaliar o desempenho dos métodos OLS, WLS e GLS em um estudo de regionalização de vazões mínimas de 7 dias de duração e 10 anos de período de retorno, $Q_{7,10}$, para a bacia do rio Paraopeba, em Minas Gerais.

2. LOCALIZAÇÃO DA ÁREA DE ESTUDO

A área de estudo encontra-se localizada na região central do estado de Minas Gerais, na sub-bacia 40 do rio São Francisco (Figura 1).

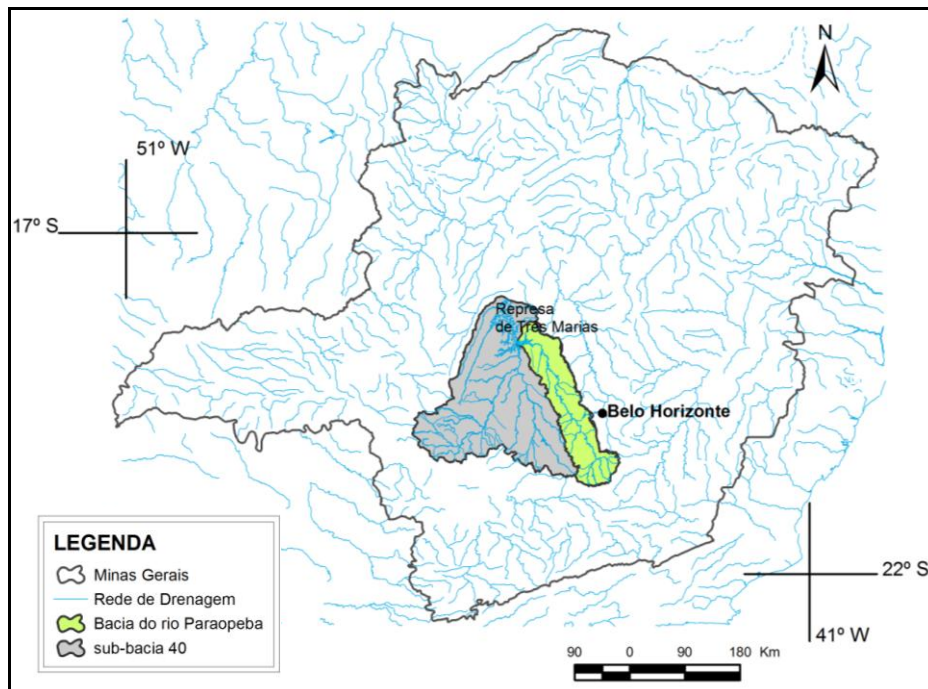


Figura 1: Localização da bacia do rio Paraopeba em Minas Gerais e na sub-bacia 40.

O rio Paraopeba nasce no município de Cristiano Ottoni, a uma altitude de cerca de 1.140m. A área total da bacia é de aproximadamente 13.640 km². Os principais afluentes são os rios Maranhão, Camapuã, Macaúbas, Manso e Soledade. (CPRM, 1995a citado por CPRM, 2001).

Em relação à geologia, a região que corresponde à sub-bacia do baixo rio Paraopeba drena terrenos com conformação em rochas das formações Paraopeba e Três Marias, do Grupo Três Marias (Proterozóico Superior). A sub-bacia do médio e alto rio Paraopeba drena a região conformadas em rochas cársticas, cuja formação é Sete Lagoas do Grupo Bambuí, as rochas granito-gnáissicas dos complexos Belo Horizonte e Bonfim (Arqueanos) e as unidades dos Supergrupos Minas e Rio das Velhas, respectivamente, do período Proterozóico Superior e Arqueano (CPRM, 1995a citado por CPRM, 2001).

O relevo desta bacia é caracterizado por planaltos e depressões. As unidades encontradas são: Planalto Dissecado do Centro-Sul e Leste de Minas, Depressão São Franciscana (CPRM, 1995a citado por CPRM, 2001).

Em relação ao sistema aquífero, o sistema aquífero fissurado é predominante, principalmente as unidades dos aquíferos de rochas ígneas e metamórficas de alto grau e aquíferos de rochas metapelíticas e xistosas, aquíferos de rochas quartzíticas e aquíferos de rochas itabiríticas. Também encontra-se nesta região o sistema de aquífero Cárstico e o sistema de aquíferos fissurados-cársticos, além de uma pequena parcela de aquífero aluviais (Mourão *et al.*, 2001).

3. METODOLOGIA

A metodologia consiste na aplicação do método OLS, WLS sistematizado por Tasker e Stedinger (1986) e GLS sistematizado por Stedinger e Tasker (1985, 1986a, 1986b).

As estações utilizadas no presente estudo são as de responsabilidade da Agência Nacional das Águas (ANA) (Brasil, 2012). Foram selecionadas séries históricas com mais de 10 anos de dados observados. Após a análise de frequência local, restaram apenas 20 estações consistidas. Estas

foram escolhidas devido ao fato de apresentarem melhor ajuste da curva empírica à distribuição Weibull 2P.

As características físicas e climáticas que foram avaliadas nas regressões são: Área de drenagem (A), comprimento do talvegue principal (L), declividade equivalente (I), precipitação média anual (P), coeficiente de escoamento superficial (C) e densidade de drenagem (Dd).

2.1. Método OLS

O método OLS assume que a variável hidrológica do vetor $\hat{\mathbf{y}}$ pode ser descrita por uma função linear das características fisiográficas das bacias com uma componente de erro. Considere uma região com N postos de observação, sendo que cada posto possui P características fisiográficas (área de drenagem, declividade, precipitação média anual, etc.). O modelo de regressão na sua forma mais genérica para a variável $\hat{\mathbf{y}}$, é apresentado na Equação 1.

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (1)$$

onde $\hat{\mathbf{y}}$ é um vetor que contém as estimativas do valor verdadeiro de \mathbf{y} em cada estação, \mathbf{X} é uma matriz ($N \times P$) contendo as P variáveis explicativas, $\boldsymbol{\beta}$ é um vetor a ser estimado com os P parâmetros do modelo e $\boldsymbol{\varepsilon}$ é um vetor contendo os erros para cada um das N estações fluviométricas. Então, de acordo com o que é estabelecido na hipótese de homocedasticidade, a covariância entre os erros é igual a zero e a média também. Sendo assim, o estimador de $\boldsymbol{\beta}$ é dado por

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \hat{\mathbf{y}} \quad (2)$$

De acordo com Stedinger e Tasker (1986b), o modelo básico do OLS assume que $E(\hat{\mathbf{y}}) = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}$. Tal hipótese é essencialmente verdadeira e os resíduos são independentes e homocedásticos, de modo que

$$E[(\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})(\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})^T] = \sigma_\varepsilon^2 \mathbf{I} \quad (3)$$

onde \mathbf{I} é a matriz identidade ($N \times N$), e σ_ε^2 é a variância do erro do modelo.

O melhor estimador não enviesado de σ_ε^2 (Stedinger e Tasker, 1986b) é dado por

$$\sigma_\varepsilon^2 = \frac{(\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}})^T (\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}})}{N - P - 1} \quad (4)$$

2.2. Método WLS Tasker - Stedinger

A principal mudança introduzida no método WLS por Tasker e Stedinger (1986) é a separação da matriz de covariância dos erros do modelo ($\boldsymbol{\Lambda}(\delta^2)$), em variância do erro do modelo e em covariância dos erros amostrais (Equação 5) (STEDINGER e TASKER, 1986b).

$$E(\boldsymbol{\eta}\boldsymbol{\eta}^T) = \boldsymbol{\Lambda}(\delta^2) = \sigma_\varepsilon^2 \mathbf{I} + \boldsymbol{\Sigma} \quad (5)$$

onde \mathbf{I} é a matriz identidade e $\boldsymbol{\Sigma}$ a matriz de covariância dos erros amostrais.

Segundo Tasker e Stedinger (1986), o estimador dos parâmetros $\boldsymbol{\beta}$ é dado pela Equação (6)

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = [\mathbf{X}^T \boldsymbol{\Lambda}(\delta^2)^{-1} \mathbf{X}]^{-1} \mathbf{X}^T \boldsymbol{\Lambda}(\delta^2)^{-1} \hat{\mathbf{y}} \quad (6)$$

2.3. Método GLS Stedinger-Tasker

Stedinger e Tasker (1985, 1986a, 1986b) fizeram uma mudança no método GLS de forma a torná-lo mais aplicável à análise hidrológica. A principal mudança é a separação da matriz de covariância dos erros do modelo. O método assume que o erro total resulta de duas fontes: o erro do modelo ε_i , que é identicamente distribuído com média zero e variância constante, e os erros amostrais, advindos do fato do real valor de y_i não ser conhecido, sendo que somente as estimativas da variável de interesse são disponíveis. Nesse caso, a Equação 1 pode ser reescrita sob a forma.

$$\hat{y} = \mathbf{X}\beta + \omega + \varepsilon = \mathbf{X}\beta + \eta \quad (7)$$

onde ω é o erro dos estimadores amostrais. Assim, os erros do modelo de regressão η_i são a combinação do erro amostral da estimativa \hat{y}_i de y_i e do erro do modelo ε_i . O erro total η tem média zero e matriz de covariância dada pela Equação 8.

$$\mathbf{E}(\eta\eta^T) = \Lambda(\delta^2) = \delta_\varepsilon^2 \mathbf{I} + \Sigma \quad (8)$$

sendo $\Lambda(\delta^2)$ a matriz de covariância dos erros, que depende do erro do modelo, e Σ a matriz de covariância dos erros amostrais, a qual é obtida utilizando os dados de distâncias e das correlações cruzadas entre os fluxos concorrentes.

De acordo com Stedinger e Tasker (1985, 1986a, 1986b), o estimador GLS para os parâmetros β é dado pela Equação 3.26.

$$\hat{\beta} = [\mathbf{X}^T \Lambda(\delta^2)^{-1} \mathbf{X}]^{-1} \mathbf{X}^T \Lambda(\delta^2)^{-1} \hat{y} \quad (9)$$

E, finalmente, a variância do erro do modelo (δ_ε^2) é dada pela Equação 10.

$$\delta_\varepsilon^2 = \frac{(\hat{y} - \mathbf{X}\hat{\beta})^T \Lambda(\delta^2)^{-1} (\hat{y} - \mathbf{X}\hat{\beta})}{N - P - 1} \quad (10)$$

2.3.1. Correlação e a matriz de covariância dos erros amostrais

A correlação cruzada entre as Q_7 concorrentes foi calculada para cada um dos pares de estações. Por conseguinte, determinou-se a combinação simples para 20 estações, ou seja, 20 estações combinadas duas a duas. Os resultados encontrados foram 190 combinações possíveis para os pares de estações. No entanto, devido à grande dispersão dos 190 pontos, fez-se o uso de uma correlação média de 0,70.

A matriz de covariância dos erros amostrais foi construída a partir das Equações 11 e 12, sendo respectivamente, a variância dos erros amostrais e a covariância dos erros amostrais. Estas equações foram sugeridas por Stedinger e Tasker (1985), para o caso em que as vazões se distribuam de forma simétrica. Verificou-se que, as séries de vazões (Q_7) para as 20 estações apresentaram uma leve simetria.

$$\Sigma(\hat{y})_{ij} = \frac{m_2}{N_i} \left[1 + K^2 \left(\frac{\kappa - 1}{4} \right) \right] \text{ para } i = j \quad (11)$$

$$\Sigma(\hat{y})_{ij} = \frac{\rho_{ij} N_{ij} \sigma_i \sigma_j}{N_j N_i} \left[1 + \rho_{ij} K^2 \left(\frac{\kappa - 1}{4} \right) \right] \text{ para } i \neq j \quad (12)$$

onde m_2 é a variância amostral, κ o coeficiente de curtose populacional, N_{ij} representa o período em comum de dados nas estações i e j e N_i e N_j o período de dados nas estações i e j , respectivamente.

2.4. Construção do modelo Final

Construiu-se um modelo regional cuja estimativa dos parâmetros foi feita através de um aplicativo em linguagem de programação Matlab. O modelo de regressão avaliado foi do tipo potencial (Equação 13).

$$\ln(\hat{Q}_{7,10}) = \ln \beta_0 + \beta_1 \ln(A) + \beta_2 \ln(L) + \beta_3 \ln(I) + \beta_4 \ln(P) + \beta_5 \ln(C) + \beta_6 \ln(Dd) + \eta \quad (13)$$

Os procedimentos para a determinação dos parâmetros do modelo de regressão estão descritos abaixo:

- Primeiramente, criou-se uma matriz de modelos, a qual contém todas as combinações possíveis de modelos das características físicas e climáticas, juntamente com o intercepto. Sendo assim, fez-se o teste para 6 variáveis fisiográficas, correspondendo a 64 modelos;
- Encontrou-se a variância do erro do modelo (Equação 10) resolvendo-se, iterativamente, a Equação 9 para as 6 variáveis explicativas.
- Por fim, determinou-se os parâmetros β do modelo de regressão.

A fim de avaliar a precisão dos modelos de regressão, utilizou-se a variância média de predição (*average variance of prediction* - AVP). De acordo Tasker e Stedinger (1986), a AVP (Equação 14) mede o quanto o modelo de regressão poderia prever o quantil (variável resposta). Valores pequenos de AVP correspondem a melhores modelos de regressão (Reis Jr. et al., 2005).

$$AVP = \sigma_{\varepsilon}^2 + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i [\mathbf{X}^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{X}]^{-1} x_i^T \quad (14)$$

Na avaliação dos resultados dos modelos OLS e WLS incorporaram-se outras análises estatísticas, tais como, o R^2 , o R^2 ajustado e a variância do erro do modelo.

Realizou-se testes de hipóteses ao nível de significância de 5%, para verificar se os resíduos da regressão OLS eram independentes, normalmente distribuídos e com variância constante (homocedástico) e média igual a zero. Os testes realizados foram: análise gráfica dos resíduos, teste de aderência de Anderson-Darling, teste da independência dos resíduos de Durbin-Watson, testes da variância constante Breusch-Pagan e White e teste T da média.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os modelos WLS e GLS tiveram resultados similares, no que diz respeito às grandezas dos parâmetros da equação de regressão e a variância do erro do modelo (σ_{ε}^2) (Tabela 1). No entanto, verifica-se na Figura 2 que o método OLS teve o melhor ajuste linear. Contudo, no método OLS a variância do erro amostral é a mesma e, os métodos WLS e GLS ponderam os valores da variância do erro amostral. Sendo assim, estes últimos, como já demonstrados por Tasker e Stedinger (1986) e Stedinger e Tasker (1985, 1986a, 1986b), apresentam melhor desempenho. Entretanto, o método GLS pelo fato de levar em consideração a correlação cruzada, é um método mais robusto no que se refere à incorporação da variância do erro amostral e também este método apresenta melhor desempenho para o caso das séries de vazões curtas.

Tabela 1: Resultados dos modelos para A(área de drenagem) ≤ 8734 km²

Métodos de regressão	$\ln \beta_0$	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	δ_e^2	R ²	R ² ajustado	AVP
OLS	-7,38	1,29	-	0,54	-	1,70	-0,43	0,066	0,986	0,981	0,083
WLS	-3,90	1,19	-0,75	-	-	2,10	-0,84	0,037	0,983	0,978	0,068
GLS	-3,95	1,19	-0,75	-	-	2,06	-0,84	0,037	0,981	0,977	0,071

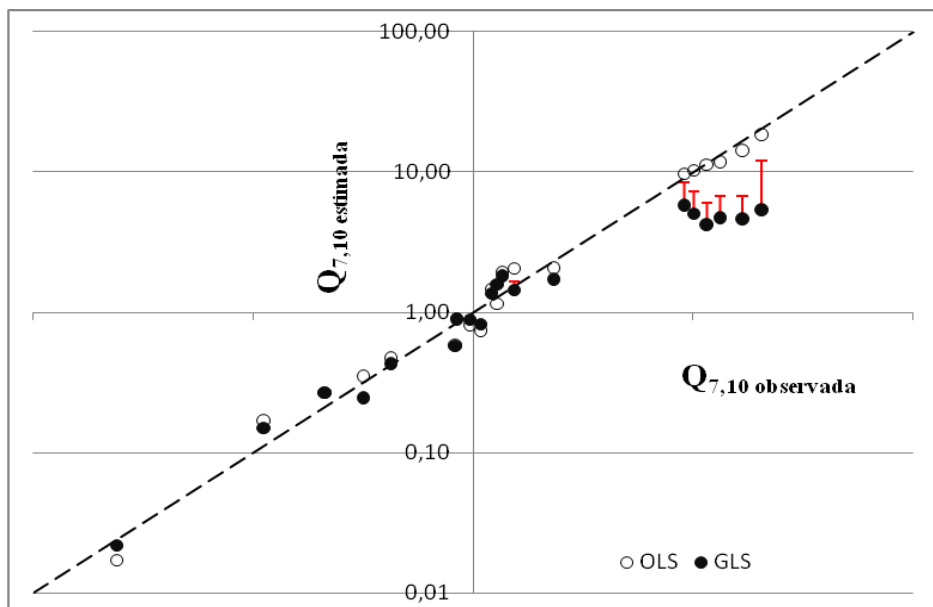


Figura 2 - Vazões estimadas versus observadas região - com barra de erros (em vermelho) da variância do erro amostral

No que concerne à análise dos resíduos para o método OLS, os resíduos não apresentaram variância constante (homocedástica). Sendo assim, o método OLS não pode ser empregado, uma vez que uma das premissas relacionadas aos resíduos foi violada.

5. CONCLUSÕES

O método OLS apresentou maior variância do erro do modelo (δ_e^2). Contudo, tal método não pode ser empregado, pois a variância dos resíduos é heterocedástica.

Os resultados do modelo WLS e GLS foram similares. Todavia, pelo fato do método GLS levar em consideração a correlação cruzada entre os fluxos concorrentes, ele se torna mais adequado.

6. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Fundação de Amparo à Pesquisa do estado de Minas Gerais - FAPEMIG e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL. Agência Nacional de Águas. Hidroweb: Sistema de informações hidrológicas. Disponível em: <http://hidroweb.ana.gov.br/> Acesso em: 27 de março de 2012.

CPRM. COMPANHIA DE PESQUISA DE RECURSOS MINERAIS. Projeto Análise de Consistência de Dados Pluviométricos – Bacia do Rio São Francisco. Sub-Bacias 40 a 44: Relatório Técnico Parcial. Sub-Bacia 40. Belo Horizonte, DNAEE/CPRM, 1995a, 3v. Citado

- por CPRM. Companhia de Pesquisa de Recursos Minerais. Regionalização de vazões. Sub-bacias 40 e 41: Relatório Final. CPRM/ANEEL. Belo Horizonte, 2001, 1v.
- FEASTER, T. D.; TASKER, G. D. Techniques for estimating the magnitude and frequency of floods in rural basins of South Carolina, 1999. *U. S. Geol. Surv. Water Resources Research*. Invest. Rep., 02-4140, 2002.
- KJELDSSEN, T. R.; ROSBJERG, D. Comparison of regional index flood estimation procedures based on the extreme value type I distribution. *Stochastic Environ. Res. Risk Assess.*, v. 16, p. 358-373, 2002.
- MADSEN, H.; MIKKELSEN, P. S.; ROSBJERG, D.; HARREMOES, P. Regional Estimation of Rainfall Intensity-Duration-Frequency Curves Using Generalized Least Squares Regression of Partial Duration Series Statistics. *Water Resources Research*, v. 38, n.11, 1239, 2002.
- MADSEN, H.; ROSBJERG, D. Generalized least squares and empirical Bayes estimation in regional partial duration series index-flood modeling. *Water Resources Research*, v. 33, n.4, 771-782, 1997.
- MOURÃO, M. A. A.; CRUZ, W. B.; GONÇALVES, R. L. F. Caracterização hidrogeológica da porção mineira da Bacia Hidrográfica do São Francisco. In: PINTO C.P.; MARTINS-NETO, M. A. (coord.) *Bacia do São Francisco: geologia e recursos naturais*. Belo Horizonte: SBG-MG, 2001. p. 327-350.
- REIS Jr., D. S.; STEDINGER, J. R.; MARTINS, E. S. Bayesian GLS Regression with application to LP3 Regional Skew Estimation. *Water Resources Research*, v. 41, W10419, 2005.
- STEDINGER, J. R.; TASKER, G. D. Correction to Regional hydrologic analysis 1. Ordinary, weighted, and generalized least squares compared. *Water Resources Research*, v. 22, n. 5, p. 844, 1986a.
- STEDINGER, J. R.; TASKER, G. D. Regional Hydrologic Analysis, 2 Model-Error Estimators, Estimation of Sigma and Log-Pearson Type 3 Distributions. *Water Resources Research*, v. 22, n. 10, p. 1487, 1499, 1986b.
- STEDINGER, J. R.; TASKER, G. D. Regional hydrologic analysis 1: Ordinary, weighted, and generalized least squares compared. *Water Resources Research*, v. 21, n.9, p. 1421-1432, 1985.
- TASKER, G. D.; EYCHANER, J. H.; STEDINGER, J. R. Application of generalized least squares in regional regression analysis. In: S. S. (Ed.) *Selected papers in Hydrologic Science*. U. S. Geological Survey Water-Supply Paper 2310, p.107-115, 1986.
- TASKER, G. D.; EYCHANER, J. H.; STEDINGER, J. R. Application of generalized least squares in regional regression analysis. In: S. S. (Ed.) *Selected papers in Hydrologic Science*. U. S. Geological Survey Water-Supply Paper 2310, p.107-115, 1986.
- VOGEL, R. M.; KROLL, C. N. Generalized low-flow frequency relationships for ungaged sites in Massachusetts. *Water Resources Bull.*, v.26, n. 2, p. 241-253, 1990.
- WMO - World Meteorological Organization. Guide to Hydrological Practices, Data Acquisition and Processing, Analysis, Forecasting and Other Applications. WMO Rep. 168, Geneva, Switzerland, 1994.
- WMO - World Meteorological Organization. *International Glossary of Hydrology*, WMO, Geneva, 1974.