

ANÁLISE DO DESEMPENHO DE OPERADORES DE REPRODUÇÃO DIRECIONADOS EM UM ALGORITMO EVOLUCIONÁRIO PARA ALOCAÇÃO DA VAZÃO EXCEDENTE EM BACIAS HIDROGRÁFICAS

Fagner França da Costa¹; Simone Nóbrega Ribeiro¹; Wanessa Dunga de Assis¹; Érica Cristine Medeiros Nobre Machado^{2}*

Resumo - A outorga é o instrumento de alocação de água entre os diversos usos da bacia hidrográfica, contudo, os critérios de determinação da vazão máxima outorgável são bastante restritivos, o que provoca descontentamentos e gera conflitos entre os usuários. Além de basear-se em critérios restritivos, a própria variabilidade do clima impõe modificações nas disponibilidades hídricas, de modo que, em períodos de vazões superiores à outorgável, há um excedente de vazão que fica indisponível para a produção de riquezas sociais. Este trabalho analisa o desempenho de técnicas de tratamento das restrições incorporadas no operador de torneio e nos operadores de reprodução de um algoritmo evolucionário multiobjetivo para otimização da alocação da vazão excedente em bacias hidrográficas. Os resultados demonstram a importância desta incorporação de conhecimento no sucesso da otimização para o problema apresentado; ressalta-se, contudo, que tais técnicas devem ser combinadas com os operadores tradicionais, de modo a permitir uma melhor exploração do espaço de busca.

Palavras-Chave – Algoritmos evolucionários, vazão excedente, tratamento de restrições.

PERFORMANCE ANALYSIS OF SPECIFIC REPRODUCTION'S OPERATORS IN A EVOLUTIONARY ALGORITHM FOR FLOW SURPLUS ALLOCATION IN A WATERSHED

Abstract – In Brazil, water rights concession criteria are very restrictive, generating conflicts among users. In addition, the climate variability causes changes in water availability, so that in periods of higher flows, there is an excess discharge that is unavailable for the production of social wealth. This work analyzes the incorporation of constraint-handling techniques in an Evolutionary Algorithm, with the intention of increase its efficiency and to the problem of flow surplus allocation. Results show the importance of these techniques on the success of the optimization, emphasizing however that such techniques should be combined with traditional operators, in order to allow a better exploration of the search space.

Keywords – Evolutionary algorithms, flow surplus, constraint-handling techniques.

INTRODUÇÃO

No Brasil, a outorga é o instrumento de alocação de água entre os diversos usos da bacia hidrográfica, e deve buscar a distribuição da água de modo a atender as necessidades ambientais, econômicas e sociais; reduzir ou eliminar conflitos entre usuários e possibilitar o atendimento das demandas futuras (Silva e Monteiro, 2004). Contudo, os critérios de determinação da vazão máxima outorgável são bastante restritivos, o que provoca descontentamentos e gera conflitos. Além de basear-se em critérios restritivos, a própria variabilidade do clima impõe modificações nas

¹ Graduandos de Engenharia Ambiental do Centro de Ciências e Tecnologia Ambiental (CCTA) da Universidade Federal de Campina Grande (UFCG). Emails: fagnerengenharioambiental@gmail.com; simonenobrega2@gmail.com; w_dunga@hotmail.com

² Professor Adjunto I do CCTA/UFCG. Email erica@ccta.ufcg.edu.br

disponibilidades hídricas, de modo que, em períodos de vazões superiores à outorgável, há um excedente de vazão que fica indisponível para a produção de riquezas sociais (Machado, 2011).

A sustentabilidade hídrica do sistema depende de um planejamento integrado eficiente e racional da alocação das disponibilidades hídricas entre os seus múltiplos usos e, atualmente, métodos de otimização estão entre os instrumentos mais apropriados para efetuar tais análises (Santos *et al.*, 2011). Dentre tais métodos, os algoritmos evolucionários multiobjetivos, os quais se baseiam no conceito de dominância de Pareto, têm se destacado na resolução de problemas complexos por serem menos suscetíveis à forma ou continuidade da fronteira Pareto e por adaptar-se bem com descontinuidades e concavidades nessa fronteira (Coello, 2006). Além disso, em cada iteração, um algoritmo evolucionário utiliza uma população de soluções ao invés de uma única solução. Logo, o resultado de um algoritmo evolucionário também é uma população de soluções, tornando esse algoritmo ideal para ser utilizado em um problema multiobjetivo (Deb, 2001).

Ressalta-se ainda, em tais algoritmos, a facilidade de incorporação nos seus operadores, de duas técnicas necessárias para melhorar o desempenho de qualquer método de otimização: a técnica de *exploration*, que consiste em explorar pontos distintos no espaço de busca, e a técnica de *exploitation*, que consiste em utilizar as informações presentes nas soluções já encontradas para guiar a busca.

Diversos autores têm utilizado tais algoritmos em estudos direcionados a otimização da gestão das águas em bacias hidrográficas, inclusive na alocação da vazão excedente (Machado, 2011; Machado *et al.*, 2012), no entanto poucos trabalhos avaliam o desempenho da otimização realizada pelo algoritmo e ainda há muito que se evoluir a respeito da introdução de técnicas e operadores específicos ao problema nestes algoritmos. Este trabalho analisa o desempenho de técnicas de tratamento das restrições e de incorporação de operadores de reprodução direcionados em um algoritmo evolucionário multiobjetivo para otimização da alocação da vazão excedente em bacias hidrográficas.

ÁREA DE ESTUDO

O trabalho foi realizado na bacia hidrográfica do rio Gramame localizada na região litorânea sul do Estado da Paraíba, e que é responsável por aproximadamente 70% do abastecimento da grande João Pessoa, que está localizada fora dos limites geográficos da bacia. Para a realização deste estudo foi adotada a discretização da bacia em dez pontos de referência (Figura 1), cujas respectivas vazões de referências foram baseados no Plano Diretor de Recursos Hídricos da Bacia (SEMARH, 2000). Para a vazão ecológica foi utilizado o valor equivalente a 10% da vazão de referência; e, para determinação da vazão máxima outorgável foi considerada em todos os trechos 90% da vazão de referência da área em estudo, conforme estabelecido pelo Decreto Estadual nº 19.260, de 31 de outubro de 1997.

A análise dos dados permitiu definir o quantitativo de demanda que está ultrapassando os limites legais de vazão máxima outorgável, sendo que, nos trechos em que as demandas outorgadas atuais são superiores à outorgável, este excesso foi convertido em vazão adicional requerida, sendo distribuída a usuários característicos do trecho, e cujo valor alocado é o objeto de otimização do algoritmo proposto.

METODOLOGIA

Método de otimização

O método de otimização utilizado foi o *Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2* (SPEA2) (Zitzler *et al.*, 2001) e a solução de alocação foi representada, através de números reais, em uma

matriz bidimensional tempo x usuário contendo n colunas, uma para cada mês do período em análise, e nu linhas, uma para cada usuário.

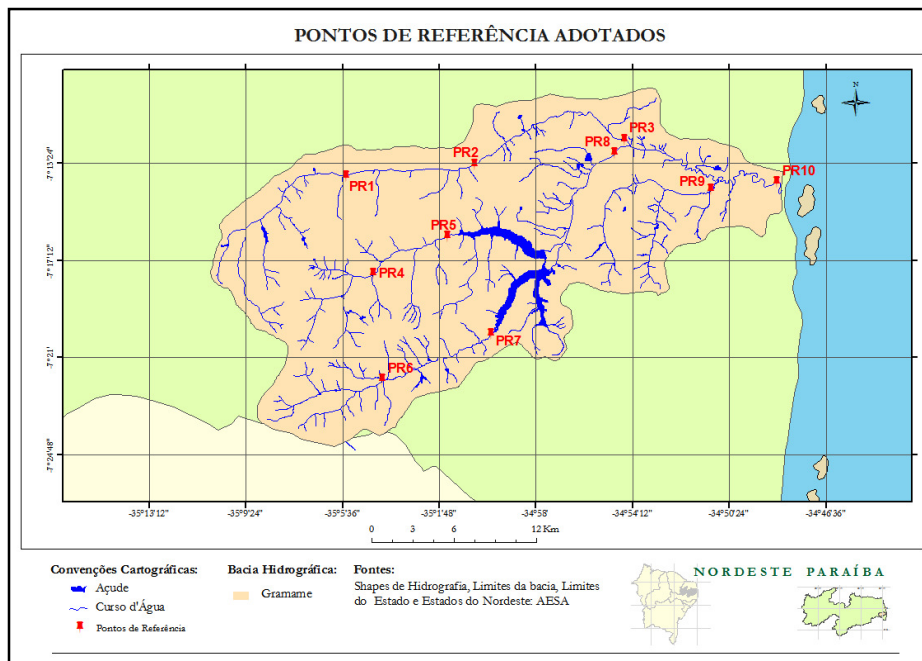


Figura 1 – Pontos de referência adotados na Bacia hidrográfica (Machado, 2011).

Para geração de cada solução que compõe a população inicial, o volume disponível para alocação em cada trecho, uma vez conhecido, é distribuído através de um fator de proporção, conforme apresentado nas Equações 1 e 2.

$$V_{u,m} = \min(V_{r,u,m}; p_{u,m} \cdot q_c \cdot V_{d,c,m}) \quad (1)$$

$$p_{u,m} = \frac{p_{u,m}^*}{\sum_{u=U_{inic}^c}^{U_{fim}^c} p_{u,m}^*} \quad (2)$$

Onde:

$V_{u,m}$ é o volume alocado para o usuário u no mês m ;

$V_{r,u,m}$ é o volume requerido pelo usuário u no mês m ;

$p_{u,m}$ é a proporção de alocação do usuário u no mês m ;

q_c é o coeficiente de alocação para o ponto de referência c ;

$V_{d,c,m}$ é o volume disponível no ponto de referência c no mês m ;

$p_{u,m}^*$ é um número aleatório, contido no intervalo $[0,1]$ gerado para o usuário u no mês m ;

U_{inic}^c é usuário inicial do ponto de referência c ;

U_{fim}^c é usuário final do ponto de referência c .

Foram consideradas duas funções objetivo de otimização. A Função objetivo 1, de ordem técnica, é uma função de maximização da satisfação do usuário, por tentar aproximar o volume alocado o tanto mais próximo quanto possível do requerido, ao mesmo tempo em que considera a eficiência do uso da água e prioridades diferentes de acordo com o tipo de uso da água, tal como apresentado na Equação 3.

$$FO1_{MAX} = \frac{\sum_{c=1}^{nPR} \left[\frac{\sum_{u=uINI_c}^{uFIM_c} \left(\frac{\sum_{m=1}^{nm} \frac{V_{u,m} \cdot P_u \cdot CEU_u}{V_{r,u,m}} \right)}{nm}}{nuc} \right]}{nPC} \quad (3)$$

Onde:

nPR é o número de pontos de referência de captação na bacia;

nuc é o número de usuários vinculados ao ponto de referência de captação c;

uINI_c é o índice do usuário inicial do ponto de referência de captação c;

uFIM_c é o índice do usuário final do ponto de referência de captação c;

V_{u,m} é o volume adicional alocado para o usuário u no mês m [m³];

V_{r,u,m} é o volume adicional requerido pelo usuário u no mês m [m³];

nm é número de meses do período da análise;

P_u é o coeficiente de priorização do uso da água, valor variável de 0 a 1, onde 1 consiste no uso mais prioritário e 0 ao uso menos prioritário. Sendo adotado neste trabalho: Abastecimento urbano igual a 1,00; Irrigação igual a 0,70 e o Industrial igual a 0,80.

CEU_u é o coeficiente de eficiência do uso da água pelo usuário, valor variável de 0 a 1, onde 1 consiste no uso mais eficiente, sem perdas na utilização da água. Foram considerados os seguintes critérios: Irrigação dividida em três subgrupos: aspersão convencional móvel com seu valor sendo 0,70, pivô central igual a 0,80 e aspersão com canhão gigante igual a 0,65; Abastecimento urbano igual a 1,00 e o Industrial igual a 0,50.

A Função objetivo 2, de ordem ambiental, busca a minimização da emissão de poluentes, através da maximização da aproximação da concentração resultante da mistura (considerada como instantânea e completa) com a concentração máxima admissível (Equação 4).

$$FO2_{MAX} = \begin{cases} \text{se, } C_{res_{pl,m}} > C_{adm_{pl,m}}: \frac{\sum_{pl=1}^{nPl} \left[\frac{\left(\frac{\sum_{m=1}^{nm} C_{adm_{pl,m}}}{C_{res_{pl,m}}} \right)}{nm} \right]}{nPl} \\ \text{se, } C_{adm_{pl,m}} \geq C_{res_{pl,m}}: \frac{\sum_{pl=1}^{nPl} \left[\frac{\left(\frac{\sum_{m=1}^{nm} C_{res_{pl,m}+1}}{C_{adm_{pl,m}}} \right)}{nm} \right]}{nPl} \end{cases} \quad (4)$$

Onde:

nPl é o número de pontos de referência de lançamento de efluentes na bacia hidrográfica;

C_{res_{pl,m}} é a concentração resultante de DBO₅ no ponto de referência de lançamento pl [mg/l];

C_{adm_{pl,m}} é a concentração admissível de DBO₅ no ponto de referência de lançamento pl [mg/l], adotado em 10mg/l de DBO₅ no ponto de referência 3, que é único trecho da bacia em que ocorre lançamento de efluentes.

Incorporação de conhecimento no método de otimização

As principais adaptações incorporadas ao método de otimização foi a consideração do conceito de viabilidade das soluções no operador de seleção por torneio e nos operadores de reprodução. Dessa forma, as soluções foram categorizadas em viáveis e inviáveis, sendo que as inviáveis são avaliadas, além das funções objetivo, pelas informações do tipo e severidade da restrição violada.

Na seleção por torneio o campeão (indivíduo de melhor aptidão) é definido considerando concomitantemente os conceitos de viabilidade e de dominância, da seguinte forma: 1) entre um indivíduo viável e um inviável, seleciona-se o indivíduo viável; 2) entre dois indivíduos viáveis,

seleciona-se aquele de menor Fitness; e 3) entre dois indivíduos inviáveis, seleciona-se aquele em que o ponto de falha está mais próximo do final do horizonte de operação e, caso ocorra empate, seleciona-se o indivíduo que violou o alarme de menor severidade; persistindo o empate, seleciona-se o indivíduo de menor valor de Fitness.

Em relação aos operadores de reprodução, foram avaliados juntamente com operadores tradicionais da literatura, operadores denominados direcionados, por considerar o tipo e severidade da violação da restrição violada em cada indivíduo ineficaz, adaptados de Brasileiro (2005) e Machado (2006), que desenvolveram operadores semelhantes para variáveis binárias na otimização da operação de redes de escoamento de petróleo.

No operador Crossover média (Davis, 1991 *apud* Lacerda e Carvalho, 1999), cada gene do filho gerado é obtido através da média aritmética dos respectivos genes dos indivíduos pais. Ressalte-se que esta operação apenas será aplicada caso seja satisfeita a probabilidade definida para este operador, caso contrário, o filho da reprodução será tomado como uma réplica do melhor entre os dois pais, considerando-se os mesmos critérios do operador por torneio na definição do melhor. Já no Crossover média direcionado, em cada par de pais submetido a este operador, é observada a viabilidade e o ponto de falha mais prematuro entre os dois. Se os dois pais forem viáveis ou se a probabilidade de aplicação deste operador não for satisfeita, nenhuma operação é realizada, sendo o indivíduo filho tomado como uma réplica do melhor indivíduo pai. Por outro lado, quando a probabilidade é atendida, o volume alocado do indivíduo filho até o instante anterior ao ponto de falha mais prematuro é tomado como uma réplica do melhor indivíduo pai, instante a partir do qual o volume alocado é tomado pela média aritmética dos respectivos valores dos indivíduos pais, tal como o crossover média.

O operador de Mutação uniforme (Lacerda e Carvalho, 1999) age também restrito a uma probabilidade de aplicação, avaliada em cada trecho e mês da bacia hidrográfica, sendo que, quando a mesma não é satisfeita, os genes do indivíduo filho referentes aos volumes alocados naquele trecho/mês permanecem inalterados. Caso contrário os genes do indivíduo filho serão substituídos pelos genes correspondentes de um indivíduo gerado aleatoriamente, da mesma forma como descrito na geração de indivíduos para preenchimento da população inicial. Já no operador de Mutação direcionada, por sua vez, quando a probabilidade de aplicação não é satisfeita ou quando o indivíduo filho não viola nenhuma restrição, o indivíduo filho é tomado como uma réplica do indivíduo pai. Caso contrário, é observado o ponto de falha e o tipo de restrição violada, efetuando ações de reparo específicas para cada restrição, ou seja, alterando o volume alocado, aumentando-o ou diminuindo-o, em intervalos de tempo específicos, no intuito de eliminar a violação da restrição.

Métricas de avaliação do desempenho

Em um problema de otimização multiobjetivo, duas metas devem ser atingidas para que o conjunto de soluções não-dominadas encontrado seja considerado satisfatório: que suas soluções estejam tão próximas quanto possível da Fronteira de Pareto e que suas soluções sejam tão diversificadas quanto possível. A primeira meta é similar à desejada na otimização de um único objetivo, a qual se dedica a encontrar o ótimo global do sistema, enquanto que a segunda é específica para otimização multiobjetivo, e é requerida para que seja garantida a diversidade de soluções de compromisso entre todos os objetivos (Machado, 2011).

Neste trabalho a proximidade da Fronteira Pareto foi avaliada: graficamente, através da disposição das soluções otimizadas de melhor aptidão obtidas em um espaço de busca que contém a Fronteira Pareto de soluções viáveis e a Fronteira Pareto de soluções inviáveis obtidas pela enumeração semi-exaustiva de 30.000 soluções geradas aleatoriamente; e, matematicamente, através da métrica de convergência e da métrica de otimização, conforme sugerido em Machado (2006).

A Métrica de convergência foi definida pelo cômputo da proporção das soluções não-dominadas encontradas em uma otimização que dominam as soluções não-dominadas encontradas em outra otimização, a qual caracteriza-se como uma métrica de análise binária. Com isso, tendo cada otimização fornecido um conjunto de soluções de compromisso (não-dominadas viáveis) para o problema, todas essas soluções serão armazenadas em um único conjunto e, desse conjunto, serão extraídas apenas as soluções não-dominadas. Portanto, o cenário que tiver encontrado o maior número dessas soluções não-dominadas do conjunto total será considerado de melhor desempenho nesta métrica. Já a métrica de otimização foi representada através dos valores máximos obtidos para cada função-objetivo no final da otimização, ou seja, o cenário que obtiver os maiores valores de funções-objetivo no final da otimização será considerado de melhor desempenho nessa métrica.

Schott (1995 *apud* Deb, 2001) sugere uma métrica de diversidade baseada no espaçamento entre as soluções, que calcula a distância relativa média entre soluções consecutivas no conjunto não-dominado obtido, dada pela Equação 5. Quando as soluções são uniformemente espaçadas, essa medida de diversidade será igual a zero. Tal métrica foi considerada para avaliar o atendimento da meta de diversidade, ou seja, o cenário cujo conjunto de soluções viáveis não-dominadas obtiver o menor valor desta métrica será considerado de melhor desempenho com respeito à diversidade entre as soluções encontradas.

$$MS = \sqrt{\frac{1}{|PV^*|} \cdot \sum_{\ell=1}^{|PV^*|} (md_{\ell} - \overline{md})^2} \quad (5)$$

Onde:

MS é o valor da métrica de espaçamento;

PV^* é o conjunto de soluções não-dominadas viáveis;

md_{ℓ} é a medida de distância do indivíduo ℓ , dada pelo mínimo valor da soma da diferença absoluta dos valores das funções-objetivo entre a solução ℓ e qualquer outra solução do conjunto PV^* ;

\overline{md} é a média das medidas de distâncias de todos os indivíduos do conjunto PV^* .

A análise do desempenho foi realizada em três cenários, os quais se diferenciam entre si pela proporção de operadores de reprodução tradicionais ou direcionados utilizados. Dessa forma, é possível avaliar o desempenho da otimização desde execuções em que 100% dos filhos são gerados pelos operadores tradicionais da literatura: Crossover médio – CM seguido da Mutação Uniforme - MU (Cenário 1); execuções com filhos gerados totalmente pelos operadores direcionados, que consideram a viabilidade dos indivíduos na sua reprodução: 50% Crossover média direcionado - CMD e 50% Mutação direcionada - MD; e, execuções com combinações de operadores tradicionais e direcionados: 40% CMD, 20% MD e 40% CM seguido de MU. A otimização em cada cenário foi executada cinco vezes.

Para a realização destas execuções foram fixados os demais parâmetros do algoritmo evolucionário, tais como: tamanho da população (200 indivíduos); dimensão da população externa (100 indivíduos); probabilidade de crossover médio (CM 80%); probabilidade de crossover médio direcionado (CMD 80%); probabilidade de mutação direcionada (MD 30%); e o critério de parada (300 gerações).

RESULTADOS

A Figura 2 apresenta os resultados da solução otimizada em cada execução, definida como aquela de melhor valor de aptidão entre todas as soluções não dominadas viáveis obtidas no final

das 300 gerações do AG. Observa-se em relação ao critério eficácia da otimização, caracterizado pela meta de proximidade da Fronteira Pareto, que o Cenário 1 apresentou os piores resultados, visto que, foi o único dentre todos os cenários que não conseguiu se aproximar da Fronteira Pareto de soluções viáveis (FPV). No Cenário 2 a solução otimizada resultante de cada execução se aproxima desta fronteira, com exceção da execução 3. Por fim, o Cenário 3 apresentou os melhores resultados, pois todas as suas soluções otimizadas se aproximaram da Fronteira Pareto de soluções viáveis, inclusive, ultrapassando-a, em duas execuções.

A Tabela 1 mostra os valores obtidos para as métricas de desempenho definidas. Observa-se que nesta análise também o Cenário 3 foi o que apresentou melhor resultado nas três métricas pois, apresentou o maior número de soluções não-dominadas do conjunto total (Métrica de convergência), o menor valor da métrica de diversidade e os maiores valores de funções objetivo (Métrica de otimização).

Tal cenário é caracterizado pelo uso concomitante dos operadores tradicionais com os operadores direcionados de onde se conclui que, a utilização da viabilidade da solução apenas no operador de torneio do Cenário 1 não é suficiente para progressão da otimização para a região de viabilidade. Por outro lado, a utilização excessiva de operadores direcionados do Cenário 2, também não conduz aos melhores resultados.

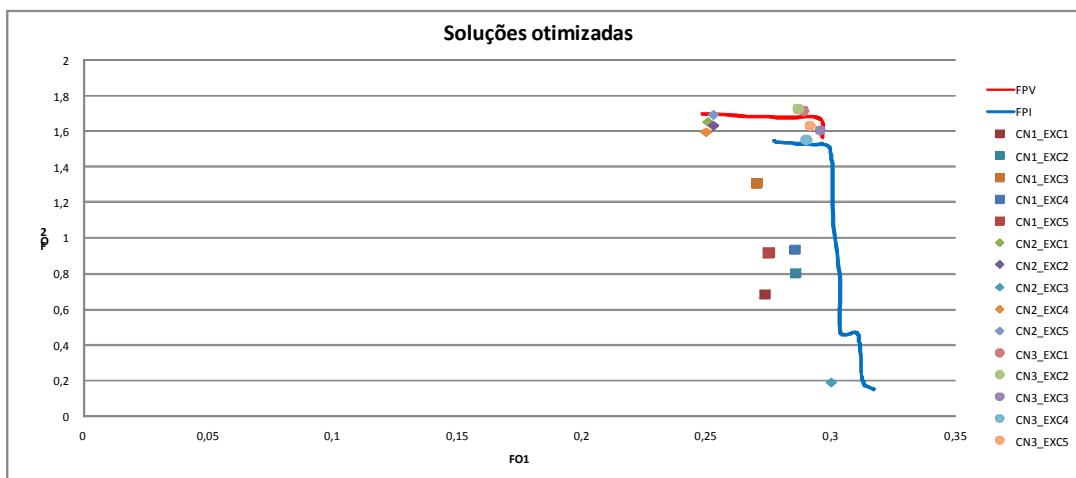


Figura 2 – Disposição no espaço de busca das soluções otimizadas (Fronteira Pareto Viável; FPI= Fronteira Pareto Inviável; CN= Cenário e EXC= Execução)

Tabela 1–Valores da métrica de desempenho obtidos ao final da otimização.

| Cenário | Métrica da Convergência | Métrica de Diversidade | Métrica de Otimização | |
|---------|-------------------------|------------------------|-----------------------|--------|
| | | | MaxFO1 | MaxFO2 |
| 1 | 0 | 0,30 | 0,28 | 0,93 |
| 2 | 0 | 0,13 | 0,26 | 1,58 |
| 3 | 4 | 0,07 | 0,29 | 1,65 |

CONCLUSÕES

Destaca-se a importância da incorporação da consideração da viabilidade das soluções no algoritmo evolucionário no problema apresentado, no qual se percebe pelo espaço de busca que as soluções viáveis tem melhores valores da Função objetivo 2, enquanto que as soluções inviáveis tem melhores valores da Função objetivo 1, em geral. Logo, se fosse usado apenas o conceito de dominância, seria possível que houvesse uma migração para a Fronteira Pareto de soluções

inviáveis, que tem uma extensão bem maior, ao invés da migração para a Fronteira Pareto de soluções viáveis.

Operadores de reprodução tradicionais da literatura, tais como o Crossover média e Mutação uniforme, são operadores que priorizam a técnica de *exploration*, pois permitem uma exploração mais ampla do espaço de busca. Já os operadores de Crossover média direcionado e Mutação direcionada, principalmente a segunda, priorizam a técnica de *exploitation*, que consiste em utilizar as informações presentes nas soluções já encontradas para guiar a busca, neste caso, a informação da viabilidade da solução. Conclui-se, portanto, tal como demonstrado por Machado (2006), que também no caso da alocação da vazão excedente, o equilíbrio entre estas duas técnicas contribuem para o sucesso de uma otimização, caracterizado pela proximidade da solução otimizada com a Fronteira Pareto de soluções viáveis e pela diversidade das soluções encontradas.

AGRADECIMENTOS

Ao CNPq pela concessão de bolsa de iniciação científica do primeiro autor.

REFERÊNCIAS

- BRASILEIRO, E. (2005). *Um algoritmo genético para otimização do controle em tempo real de redes de escoamento de petróleo*. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação da Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande-PB.
- COELLO, C. (2006). *Evolutionary multi-objective optimization: a historical view of the field*. In *IEEE Computational Intelligence Magazine*, vol. 1, number 1, p.28 – 36.
- DEB, K. (2001). *Multi-objective optimization using evolutionary algorithms*. John Wiley & Sons, Ltd., Chichester (England), 518p.
- MACHADO, E. C. M. N. (2006). *Operação de redes de escoamento de petróleo utilizando algoritmo genético multi-objetivo*. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental da Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande.
- MACHADO, E. C. M. N. (2011). *Metodologia multiobjetivo para alocação da vazão excedente em bacias hidrográficas*. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Recursos Naturais da Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande.
- MACHADO, E. C. M. N.; GALVÃO, C. O.; SOUZA FILHO, F. A. (2012). *Alocação Qualiquantitativa de Águas em Bacias Hidrográficas: Metodologia Multiobjetivo Inserida no Contexto da Gestão dos Recursos Hídricos*. Revista Brasileira de Recursos Hídricos. Volume 17 n.2 -Abr/Jun, p. 213-227, 2012.
- LACERDA, E.; CARVALHO, A. (1999). *Introdução aos algoritmos genéticos*. In: GALVÃO, C.; VALENÇA, M. (organizadores), *Sistemas inteligentes: Aplicações a recursos hídricos e ciências ambientais*. ABRH, editora UFRGS, Porto Alegre, p. 99 – 150.
- SANTOS, V. S.; CURI, W. F.; R. C.; VIEIRA, A. S. (2011). *Um Modelo de Otimização Multiobjetivo para Análise de Sistema de Recursos Hídricos: II Aplicação*. Revista brasileira de Recursos Hídricos. Volume 16, n.4, p. 61-71.
- SEMARH (2000). *Plano diretor de recursos hídricos da Bacia do rio Gramame*. Governo do Estado da Paraíba, Secretaria Extraordinária do Meio Ambiente, dos Recursos Hídricos e Minerais – SEMARH, 2000.
- SILVA, L. M. C.; MONTEIRO, R. A. (2004). *Outorga de direito de uso de recursos hídricos: Uma das possíveis abordagens*. In: Machado, C. J. S. (Org.) - *Gestão de Águas Doces*. 1 ed. Rio de Janeiro: Interciência, v. 1, p. 135-178.
- ZITZLER, E.; LAUMANN, M.; THIELE, L. (2001). *SPEA2: Improving the Strength Pareto Evolutionary Algorithm*. Technical report 103, Zürich, Switzerland: Computer Engineering and Network Laboratory (TIK), Swiss Federal Institute of Technology (ETH).