

# MODELO DE OTIMIZAÇÃO DE INVENTÁRIOS HIDROELÉTRICOS

*Rafael Kelman<sup>1\*</sup>; Mario Veiga Ferraz Pereira<sup>2</sup>; Larissa Figueiredo Terra de Faria<sup>3</sup>;  
André Granville<sup>4</sup>; André Dias Pinto<sup>5</sup>;*

**Resumo** – Um modelo computacional para a determinação do potencial hidroelétrico é apresentado. O modelo investiga alternativas de divisão de queda através de indicadores técnico-econômicos (custo de produção de energia) e impactos socioambientais, de forma análoga ao Manual de Inventário Hidrelétrico da Eletrobras. Ademais, oferece um ambiente racional para comparação de alternativas e quantificação dos impactos econômicos de restrições, como a virtual impossibilidade de construção de reservatórios de regularização. É composto por três partes: (i) pré-processamento em ambiente SIG (Sistema de Informações Geográficas) de dados topográficos e hidrológicos - tarefa esta executada “nas nuvens” via processamento distribuído; (ii) automação de projetos de engenharia, dimensionamento de equipamentos e estimativa de orçamentos dos projetos candidatos; (iii) formulação e resolução de modelo de programação matemática linear-inteira para a seleção da melhor alternativa de divisão de quedas com visualização gráfica dos resultados.

**Palavras-Chave** – Inventários Hidrelétricos, Otimização, Geoprocessamento

## A MODEL FOR OPTIMIZING HYDROELECTRIC STUDIES

**Abstract** – A computational model for the automation of hydropower assessment studies is presented. The analysis of the alternatives for exploiting the hydro potential of the river cascades compares technical-economical indices (cost of related electricity produced) and socio-environmental impacts, following the official guidelines by Eletrobras. The model offers a framework for the rational comparison of alternatives. For instance, the impact of the obstruction of regulating reservoirs may be analyzed. The model has three major components: (i) pre-processing in a GIS environment of the topographical and hydrological - a task performed in “the clouds” through distributed processing; (ii) project design, equipment sizing and corresponding budget estimate of the candidate projects; (iii) formulation and solution of a mixed-linear integer mathematical programming model for the optimization of the alternatives of river cascade exploitation with a graphical visualization of the results.

**Keywords** – Hydro potential assessment, optimization, geoprocessing.

## 1 INTRODUÇÃO

Um aspecto fundamental para o desenvolvimento econômico da hidroeletricidade é a avaliação integrada do potencial da toda bacia hidrográfica ao invés da análise individual de cada projeto nesta bacia. Caso fosse permitido ao empreendedor escolher o melhor local da bacia, optaria por aquele com melhor relação benefício/custo. Isto poderia comprometer o desenvolvimento de outras usinas na bacia, que em conjunto teriam maior benefício global aos consumidores (mais

---

<sup>1</sup> PSR, rafael@psr-inc.com

<sup>2</sup> PSR, mario@psr-inc.com

<sup>3</sup> Petrobras, larissaff@petrobras.com.br

<sup>4</sup> PSR, andre@psr-inc.com

<sup>5</sup> PSR, dias@psr-inc.com

energia por menos custo). Essa é a razão para diversos países desenvolverem estudos integrados sobre o desenvolvimento do potencial hidroelétrico de bacias hidrográficas de forma a maximizar o benefício líquido aos consumidores, medido como a diferença entre o valor da energia produzida e o custo do desenvolvimento deste potencial, incluindo os custos de construção civil, equipamentos eletromecânicos e custos socioambientais. Este é o princípio geral dos estudos de inventários hidroelétricos, que são o primeiro passo do planejamento do Brasil. A partir daí, grupos investidores ou o próprio governo podem desenvolver estudos mais detalhados de viabilidade de cada projeto.

Estudos de inventário são complexos e onerosos, sobretudo quando cobrem grandes bacias hidrográficas como nos rios formadores do Amazonas. Um grande número de arranjos de engenharia precisa ser investigado em cada alternativa de divisão de quedas. Estas, por sua vez, precisam ser comparadas em termos do benefício líquido aos consumidores e impactos ambientais. Os componentes críticos destes estudos envolvem levantamentos topográficos com fotos estereográficas, estudos aerofotogramétricos, e estudos de campo complementares; elaboração de projetos preliminares com estimativas de orçamentos dos projetos e a identificação das principais restrições que envolvem impactos sobre populações e infraestrutura (estradas, pontes, ferrovias, etc.) e sobre o meio ambiente (qualidade da água, pesca, etc.). Algumas destas restrições podem ser compensadas, como a relocação de estradas ou criação de unidades de conservação, outras são proibidas, impossibilitando *a priori* projetos que alagam unidades de conservação ou ecossistemas ameaçados, por exemplo.

O presente artigo descreve uma abordagem baseada em otimização do desenvolvimento integrado do potencial hidroelétrico de bacias hidrográficas. A divisão de quedas ótima - que envolve a localização dos projetos, altura e tipo de cada barragem, altura de queda, volume do reservatório, capacidade instalada, dentre outros - é obtida através da solução de um problema de programação linear-inteira mista. A função objetivo é maximizar o benefício líquido percebido pelos consumidores. Com relação às restrições, cabe destacar que o modelo internamente avalia centenas ou até milhares de locais candidatos ao longo do rio. Um conjunto de restrições de “compatibilidade” assegura que as alternativas de divisão de quedas são viáveis, sem que um projeto interfira com outros. Adicionalmente, restrições especiais, tais como a relação entre a capacidade instalada e área máxima da superfície ou a distância para áreas ambientalmente sensíveis podem ser incluídas na formulação. A formulação do artigo é uma generalização do problema resolvido por Faria (2011) em sua dissertação de mestrado ao permitir que os projetos de usinas hidroelétricas tenham reservatórios de regularização.

Outra característica importante do modelo é que, para cada local possível, não há altura da barragem pré-definida. Isto significa que o modelo de otimização tem dois tipos de variáveis de decisão: uma discreta (sim / não) pela construção de uma usina hidrelétrica em um determinado local, e outras, contínuas, sobre a altura da barragem, relacionada a outras variáveis do projeto, potência instalada, tamanho do reservatório e outras. Como consequência, o custo do investimento em cada local é uma função contínua da altura da barragem. A construção desta função de custo é desafiadora, pois um projeto de engenharia civil de uma usina hidrelétrica com 40 metros de queda pode ser bastante diferente daquele de uma usina no mesmo local, porém com 35 metros. Este problema é resolvido através do desenvolvimento de um pré-processador automatizado de projetos de usinas hidroelétricas, que calcula o projeto de engenharia ótimo da usina (e do custo do investimento correspondente) para um intervalo discreto de valores de altura. Estes custos são utilizados na formulação do modelo através de uma função de custo linear por partes. Caso a função

de custo seja não convexa, torna-se necessário o emprego de variáveis inteiras adicionais na formulação do problema.

A base de dados topográfica utilizada pode ser bastante precisa, por exemplo, se apoiada por extensos levantamentos de campo, ou públicas, como no caso da missão SRTM (*Shuttle Radar Topography Mission*), liderada pelas agências norte-americanas NGA e NASA [Farr *et al.* (2007)], que levantou dados topográficos (elevação) da Terra a partir de um radar embarcado na nave Endeavour. A missão durou 10 dias e resultou no levantamento de mais de 80% do globo terrestre com resolução espacial de 1 arco-segundo (30 metros) , porém, foram disponibilizados para o público em uma resolução inferior, de 90 metros e acurácia vertical de 16 metros com intervalo de confiança de 90%. Obviamente que a confiança nos resultados da análise do modelo dependerá das incertezas dos dados utilizados e cabe ao usuário do modelo o bom senso quando for tomar decisões com base no mesmo.

## 2 METODOLOGIA

A Figura 1 apresenta um esquemático do fluxo de atividades executados pelo modelo. A base de dados gerada pela missão SRTM é disponibilizada em blocos, onde cada bloco corresponde a uma “cena” da superfície terrestre. A partir da matriz de dados de elevação do terreno, por meio de interpolação, pode ser gerado um modelo de superfície do terreno conhecido como Modelo Digital de Elevação (MDE). O MDE define uma superfície sintética representando a distribuição espacial da altimetria do solo ou dos objetos sobre o mesmo. No Brasil, o INPE, em Agosto de 2008, lançou o projeto TOPODATA [De Morisson Valeriano, *et al.* (2009)] que consistiu em definir um banco de dados topográfico nacional a partir do refinamento dos dados SRTM. Diversos estudos comparativos de MDE’s disponíveis publicamente [Landau e Guimarães (2011)], [Marques *et al.* (2011)], demonstram que o MDE TOPODATA apresenta uma maior adequação ao relevo brasileiro em relação a outros produtos MDE como o SRTM. Por esta razão, o MDE da base de dados TOPODATA foi utilizado como fonte de dados de topografia.

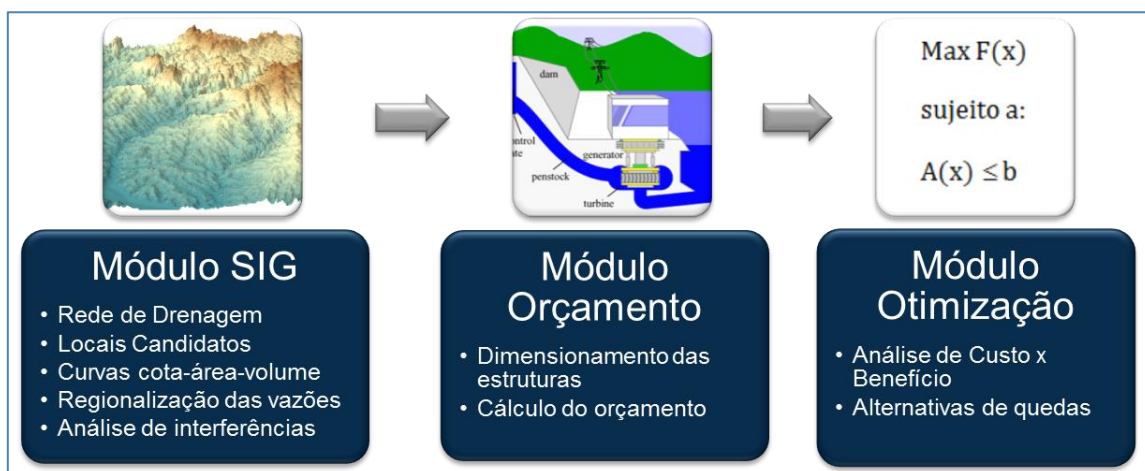


Figura 1: Fluxo de atividades do Modelo Computacional

As atividades executadas pelo modelo computacional podem ser agrupadas em três módulos. Todas as atividades do primeiro módulo são executadas em um ambiente SIG utilizando-se funções de geoprocessamento próprias para estudos hidrológicos. São funções bem conhecidas e

documentadas no meio acadêmico [Djokic (2008)], [Paz e Collischonn (2008)], disponíveis na maioria dos ambientes SIG atuais. São aplicadas nesta ordem: (i) função de geoprocessamento “*fill*” para o preenchimento de depressões e remoção de elevações espúrias do MDE; (ii) análise do escoamento superficial da água com o uso da função de cálculo de direcionamento de fluxos (“*Flow Direction*”); (iii) cômputo do acúmulo do escoamento superficial (*flow accumulation*); (iv) geração da rede de drenagem aplicando um fator de corte para considerar apenas as drenagens mais significativas (com um valor mínimo de acúmulo de fluxo). Estas funções são necessárias para os estudos hidrológicos.

Uma vez inferida a rede de drenagem, é identificado o curso do rio onde serão avaliados os projetos e procede-se com a definição dos locais candidatos. Em seguida, para cada local, é feita a simulação das barragens em diferentes alturas de queda, onde as curvas de cota-área-volume são calculadas. A análise de interferências entre o lago formado por cada projeto {local, queda bruta} e as informações socioambientais disponíveis é o próximo passo. Por último, um módulo determina de forma automática as séries de vazões afluentes aos locais candidatos. O módulo, também programado em SIG, regionaliza as vazões a partir de regressões feitas com base nas medições das estações fluviométricas do Sistema Informações Hidrológicas [ANA (2005)] e de funções específicas do SIG, como a que calcula áreas de drenagem em cada ponto da bacia hidrográfica. Uma das possíveis extensões do modelo é programar no SIG modelos chuva-vazão para que eventuais informações pluviométricas sejam utilizadas, sobretudo nas bacias com informações fluviométricas.

O segundo módulo é responsável por estimar o dimensionamento dos equipamentos e o cálculo do orçamento em cada projeto. São utilizadas as diretrizes do Manual de Inventário para dimensionamento de estruturas como os condutos forçados, comportas, canais, vertedouros, equipamentos eletromecânicos diversos e custos ambientais. O orçamento é feito com base em quantitativos derivados da inserção da usina em cada local via processamento de terreno (cubagem) e de valores unitários atualizados (ex. custos unitários de escavação em terra e rocha, custo unitário de concreto, etc.) - informações estas que alimentam o modelo. Com relação aos custos socioambientais, cabe ressaltar que as áreas dos reservatórios (para cada altura de queda proposta) são calculadas pelo SIG, assim como a Área de Proteção Permanente (APP) no perímetro do reservatório. Com estas informações e os valores unitários das terras (R\$/hectare) - que dependem do seu uso para atividades econômicas – e de custos para a supressão vegetal (R\$/hectare) que dependem da cobertura vegetal, é possível estimar parte dos custos ambientais. Os custos de relocações de pessoas e de infraestrutura também são estimados com a função especializada “Intersect” do SIG, que calcula interferências entre os reservatórios projetados e informações de outras camadas no SIG (ex. rodovias, pontes, ferrovias, núcleos urbanos, e outros [MME, 2007; Sugai et al., 2008] que estão georeferenciadas. Uma vez definida a interferência (ex. quilômetros de estrada relocadas), este montante é multiplicado por um custo unitário (ex. “R\$/km de estrada tipo I”) informado.

Conhecidos e orçados os projetos das usinas hidroelétricas, o terceiro módulo determina qual a melhor alternativa de divisão de quedas sob o ponto de vista do consumidor a partir da resolução de um problema de programação matemática descrito pelo modelo (1)-(15) a seguir. A notação é a seguinte: as usinas hidrelétricas candidatas são indexadas por  $i = 1, \dots, I$ . Os estágios são indexados por  $t = 1, \dots, T$ . Funções cota x volume são representadas por segmentos indexados por  $k=1\dots K$ .

$$\text{Max } p \cdot \alpha - \sum_{i=1}^I C_i(\bar{h}_i, \bar{E}_i) \quad (1)$$

$$8760 \cdot \sum_{i=1}^I E_{ti} \geq \alpha \quad \forall t \quad (2)$$

$$v_{t+1,i} = v_{ti} + a_{ti} + (u_{t,m(i)} + s_{t,m(i)}) - (u_{ti} + s_{ti}) \quad \forall t, \forall i \quad (3)$$

$$h_{ti} = \varphi_i + \sum_{k=1}^K \phi_i^k \Delta v_{ti}^k \quad \forall t, \forall i \quad (4)$$

$$\Delta h_{ti} = h_{ti} - \varphi_i \quad \forall t, \forall i \quad (5)$$

$$v_{ti} = \sum_{k=1}^K \Delta v_{ti}^k \quad \forall i, \forall k \quad (6)$$

$$\Delta v_{ti}^k \leq \Delta v_i^k \quad \forall i, \forall k \quad (7)$$

$$\Delta v_i^k \leq \Delta \hat{v}_i^k x_i \quad \forall i, \forall k \quad (8)$$

$$\underline{u}_i \cdot x_i \leq u_{ti} \leq \bar{u}_i \cdot x_i \quad \forall t, \forall i \quad (9)$$

$$E_{ti} \geq (\Delta h_{ti} \bar{u}_i + \Delta \hat{h}_i^+ u_{ti} - \Delta \hat{h}_i^+ \bar{u}_i) \cdot \mu_i \quad \forall t, \forall i \quad (10)$$

$$E_{ti} \geq (\Delta h_{ti} \underline{u}_i) \cdot \mu_i \quad \forall t, \forall i \quad (11)$$

$$E_{ti} \leq (\Delta h_{ti} \bar{u}_i) \cdot \mu_i \quad \forall t, \forall i \quad (12)$$

$$E_{ti} \leq (\Delta h_{ti} \underline{u}_i + \Delta \hat{h}_i^+ u_{ti} + \Delta \hat{h}_i^+ \bar{u}_i) \cdot \mu_i \quad \forall t, \forall i \quad (13)$$

$$E_{ti} \leq \bar{E}_i \quad \forall t, \forall i \quad (14)$$

$$\bar{v}_i \leq \bar{v}_{ii}^+ (1 - x_i) \quad \forall i, \forall l \in J_i \quad (15)$$

A função objetivo (1) maximiza a receita anual da venda de energia firme subtraída da anuidade do investimento total nos projetos  $\sum_{i=1}^I C_i(\bar{h}_i, \bar{E}_i)$ . Pela definição (2) a energia total produzida pelas usinas em cada estágio  $\sum_{i=1}^I E_{ti}$ , acumulada no ano (MWh) deve ser maior ou igual a uma variável de decisão (escalar)  $\alpha$ . Como estas restrições são escritas para todos os estágios,  $\alpha$  mede a energia firme total dos projetos cascata (MWh/ano). A energia firme da cascata é valorizada por  $p$  que define o custo marginal de longo prazo da energia (R\$/MWh), um parâmetro exógeno. O investimento em cada projeto é convertido numa anuidade para comparação com o benefício anual da energia firme produzida. Isto é feito multiplicando o investimento pelo fator de recuperação de capital  $\{[j(1+j)^n] / [(1+j)^n - 1]\}$ , onde  $j$  é a taxa de desconto anual e  $n$  é a vida útil do projeto (anos), para obtenção de  $C_i(\bar{h}_i, \bar{E}_i)$ . Assim, a função apresenta o investimento anualizado da usina  $i$  para o nível máximo operativo  $\bar{h}_i$  e capacidade instalada  $\bar{E}_i$  (MW).

As equações (3) apresentam o balanço hídrico de cada usina  $i$  em cada estágio  $t$ . O volume final em cada estágio  $v_{t+1,i}$  é igual ao volume ao início deste estágio  $v_{ti}$  somado ao volume natural afluyente  $a_{ti}$  e deflúvios (volumes turbinados e vertidos) da usina  $m(i)$  imediatamente a montante de  $i$ , portanto  $(u_{t,m(i)} + s_{t,m(i)})$ , menos a soma dos volumes turbinados e vertidos pela própria usina  $i$ , respectivamente  $u_{ti}$  e  $s_{ti}$ . A cota  $h_{ti}$  é uma função côncava linear por partes do volume armazenado através da equação (4). Por sua vez, a queda bruta de cada usina  $i$  é obtida da equação (5) onde  $\varphi_i$  é o nível médio do canal de fuga da usina  $i$ , uma informação conhecida.

O volume de cada reservatório é expresso pela soma de segmentos como expresso em (6). O tamanho do reservatório, em si, é uma variável de decisão contínua. As equações (7) restringem os volumes de cada segmento ao tamanho de cada segmento  $\Delta v_i^k$ , que por sua vez é limitado pelo conjunto de equações (8), onde  $\Delta \hat{v}_i^k$  é o máximo tamanho de cada segmento (pré-definido), e  $x_i$  é uma variável de decisão binária que indica se a usina  $i$  será construída ( $x_i = 1$ ) ou não ( $x_i = 0$ ). As equações (9) definem os limites de volumes mínimos ( $\underline{u}_i$ ) e máximos ( $\bar{u}_i$ ) engolidos pelas turbinas da usina  $i$  em cada estágio do problema  $t$ , obviamente condicionados à construção da usina  $i$ . É fácil observar que estes limites se anulam se a usina não for construída ( $x_i = 0$ ).

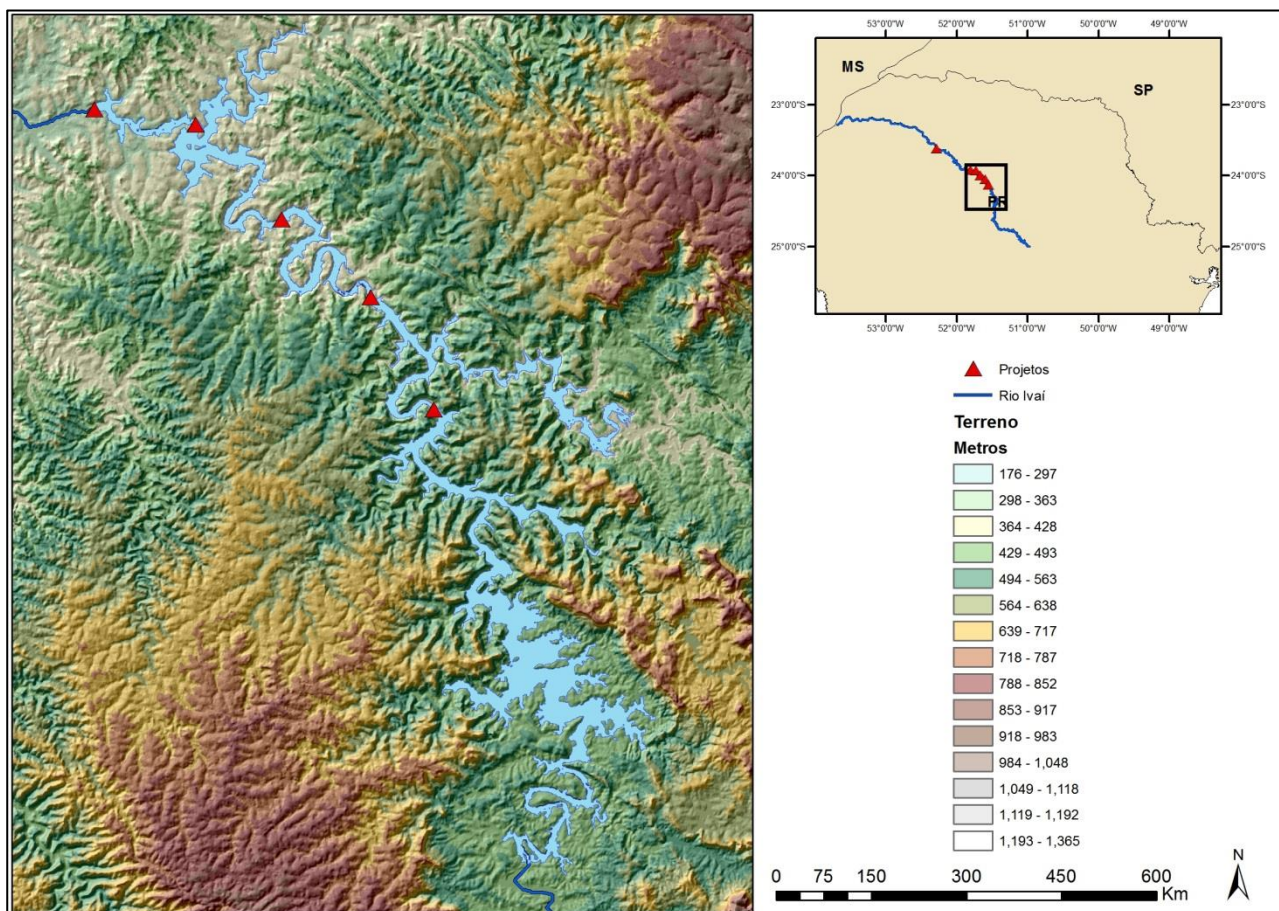
A energia produzida é calculada como o produto da altura de queda (diferença entre as cotas de montante e jusante) pelo volume turbinado e por  $\mu_i$ , que é uma constante (aceleração da gravidade vezes rendimento da turbina-gerador). Assim  $E_{ti} = \mu_i \times \Delta h_{ti} \times u_{ti}$ . Sabemos que o produto de variáveis  $\Delta h_{ti} u_{ti}$  é não convexo e que a melhor aproximação convexa para um produto  $z = xy$ , onde tanto  $x$  como  $y$  têm limites inferiores e superiores  $[\underline{x}, \bar{x}]$  e  $[\underline{y}, \bar{y}]$ , é dada pelas desigualdades de McCormick. No problema em foco, os limites de  $\Delta h_{ti}$  e  $u_{ti}$  são respectivamente  $[0, \Delta \hat{h}_i^+ = \hat{h}_i^+ - \varphi_i]$  e  $[\underline{u}_i, \bar{u}_i]$ . Aplicando as desigualdades de McCormick com estes limites no problema dá-se origem ao conjunto de restrições (10)-(13). A equação (14) estabelece o limite de produção dado pela capacidade instalada no local. Por último, o conjunto de restrições (15) estabelece a proibição do “afogamento” das usinas.  $J_i$  é o conjunto de usinas a jusante, e  $\bar{v}_{li}^+$  é o volume da usina  $l$  cujo nível máximo operativo ultrapassaria o nível médio do canal de fuga da usina a montante  $i$ . Os valores de  $\bar{v}_{li}^+$  são pré-calculados.

### 3. ESTUDO DE CASO

O rio Ivaí, que percorre o Estado do Paraná no sentido Noroeste por 685 km de extensão desde as nascentes em Prudentópolis até a confluência com o rio Paraná, foi escolhido como estudo de caso por ser uma bacia com mais de 36 mil km<sup>2</sup> de área de drenagem e potencial hidroelétrico inexplorado. As informações de terreno foram obtidas da base pública MDE TOPODATA e as camadas de interferências da base do IBGE. As séries de vazão foram obtidas pelo modelo a partir de cinco postos fluviométricos operados pela CPRM disponibilizados no sistema HidroWeb da ANA. Foram definidos 53 locais candidatos ao longo do rio e em cada local foram estudadas alternativas de aproveitamentos com barragens de concreto em layout com casa de força junto do corpo da barragem com alturas de queda variando entre 15m e 70m, em intervalos de 5m. Diretrizes do manual de inventário foram aplicadas para o dimensionamento e geração de orçamentos dos projetos candidatos.

Uma vez concluída a fase de pré-processamento para obtenção dos projetos candidatos, o modelo (1)-(15) foi aplicado. O modelo de otimização resultante possui 175 mil variáveis de decisão (dentre as quais 6,8 mil são binárias) e 168 mil restrições. O pacote comercial Xpress<sup>®</sup> foi utilizado na busca da solução ótima que foi encontrada após 14 horas em computador Intel i5 com 4 cores e 8 Gb de memória RAM. Na busca pela solução ótima foram encontradas 21 soluções.

A Figura 2 apresenta o esquema de divisão de quedas encontrado pelo modelo.



**Figura 2: Mapa da região gerado pelo SIG para a solução obtida pelo Modelo Computacional**

A tabela abaixo apresenta a divisão de quedas ótima escolhida pelo modelo.

NA Max Operativo (m)	NA Médio Jusante (m)	Queda Bruta (m)	Potência Instalada (MW)	Energia Firme (MWm)	Volume Mínimo (Hm <sup>3</sup> )	Volume Máximo (Hm <sup>3</sup> )
443,9	408,9	35,0	93,1	47,6	132,7	3478,3
408,2	378,2	30,0	103,1	28,6	52,2	562,6
378,2	356,1	22,1	77,8	37,0	59,7	241,7
356,1	340,0	16,1	64,7	28,8	220,7	256,6
339,8	324,8	15,0	60,7	26,4	32,5	32,5
290,8	275,8	15,0	98,6	43,1	226,9	226,9

**Tabela 1: Resultado do Estudo de Caso obtido pelo Modelo Computacional**

A capacidade instalada total é de 498 MW, sendo aproveitados 133 metros de um desnível total de 153 metros. Observa-se a construção de um grande reservatório (3346 Hm<sup>3</sup> de volume útil) que regulariza as vazões aproveitadas neste projeto e nas usinas a jusante na cascata. Também é possível verificar que as usinas são instaladas no trecho médio/superior do Ivaí, onde as condições são mais favoráveis por conta da maior declividade do rio. Ao todo o modelo selecionou seis projetos com capacidade instalada entre 60,7 e 103,1 MW, e quedas variando entre 15 e 35 metros.

## 4. CONCLUSÕES

Existe extensa literatura sobre a utilização de ambientes SIG em estudos relacionados à hidroeletricidade, tais como prospecção de potencial para geração de energia, quantificação de impactos, dentre outros. A inovação deste artigo é que apresentamos um modelo que integra esta função a outras duas, quais sejam: (i) a automatização de projetos de engenharia com quantificação de investimentos nos projetos; (ii) a formulação de um problema de programação matemática que utiliza os projetos candidatos em diferentes pontos ao longo do rio e com diferentes soluções (altura de queda, tipo de barragem, etc.) para definir pela melhor alternativa de divisão de quedas sob ponto de vista do consumidor de energia. Trata-se de um problema combinatório complexo por envolver decisões de investimento  $\{0,1\}$  e relações não lineares entre variáveis de decisão, como o produto da vazão turbinada pela altura de queda para definir a produção de energia em cada etapa. Por limitação de espaço, não destacamos neste artigo os possíveis métodos de solução para os casos em que a resolução do problema a partir de sua formulação original não seja possível. Os autores têm a pretensão de que o modelo seja utilizado como ambiente de avaliação de alternativas, e que possa contribuir para aumentar a racionalidade sobre o desenvolvimento de usinas hidrelétricas no Brasil. Um exemplo é a virtual impossibilidade de construção de reservatórios com capacidade de regularização, com impactos econômicos diretos que podem ser mensurados pelo modelo em relação à alternativa com reservatórios de regularização. Outros aspectos podem ser estudados como impactos técnico-econômicos das restrições socioambientais sobre as alternativas de divisão de quedas.

## 5. REFERÊNCIAS

- ANA – Agência Nacional de Águas. HidroWeb: sistema de informações hidrológicas.
- De Morisson Valeriano, M., De Fátima Rossetti, D., & De Albuquerque, P. C. G. (2009). TOPODATA: desenvolvimento da primeira versão do banco de dados geomorfométricos locais em cobertura nacional. *bibdigital.sid.inpe.br*, (Figura 1), 5499–5506.
- Djokic, D. (ESRI). (2008). *Comprehensive Terrain Preprocessing Using Arc Hydro Tools*, 61.
- Eletrobras, “Diretrizes para Estudos e Projetos de Pequenas Centrais Hidrelétricas”, 2010.
- De Faria, L. F. T. (2011), *Otimização de Estudos de Inventário Hidroelétricos*, Dissertação de mestrado, PUC/RJ.
- Farr, Tom G. *et al* (2007). The shuttle radar topography mission, *Rev. Geophys.*, 43, RG2004.
- FICO™ Xpress Optimization Suite, “Xpress-Mosel Reference Manual”, 2009.
- International Journal of Hydropower and Dams: World Atlas, Aquamedia Publications (2000)
- Landau, E. C., & Guimarães, D. P. (2011). Análise Comparativa entre os modelos digitais de elevação ASTER, SRTM e TOPODATA. *mar.te.dpi.inpe.br*, 4003–4010.
- Marques, H. G., Penatti, N. C., Paranhos Filho, A. C., Froehlich, O., De Almeida, T. I. R., & Shimabukuro, Y. (2011). Comparação entre os modelos de elevação SRTM, TOPODATA e ASTER na delimitação automática de rede de drenagem e limite de bacia hidrográfica. *mar.te.dpi.inpe.br*, (1975), 1271–1278.
- McCormick, G.P. Computability of global solutions to factorable nonconvex programs: Part I — Convex underestimating problems. *Mathematical Programming*, 10:146–175, 1976
- Ministério de Minas e Energia, “Manual de Inventário Hidrelétrico de Bacias Hidrográficas”, 2007.
- Paz, A. R., & Collischonn, W. (2008). Derivação de rede de drenagem a partir de dados do SRTM. *Revista Geográfica Acadêmica*, 2, 84–95.
- Sugai, H., M. Santos, F. Machado, "Manual de Inventário Hidrelétrico de Bacias Hidrográficas: sua revisão e PCHs", Comitê Brasileiro de Barragens, Belo Horizonte, MG, 2008.