

## **SIMULAÇÃO DE NÍVEIS D'ÁGUA DO RIO TAPAJÓS VIA MODELO ARIMA PARA ANÁLISE DE NAVEGABILIDADE**

*Nelio Moura de Figueiredo<sup>1\*</sup>; Claudio José Cavalcante Blanco<sup>2</sup>.*

**Resumo** – A compreensão de processos hidrológicos é de grande importância na gestão de recursos hídricos e em projetos de obras hidráulicas. A modelagem hidrológica é utilizada como ferramenta de observância do comportamento de variáveis hidrológicas. Esse trabalho apresenta uma análise da flutuabilidade de níveis d'água médios mensais, utilizando modelos estocásticos do tipo ARIMA (*Autoregressive Integrated Moving Average*). A análise das séries temporais teve por objetivo modelar e prever níveis d'água na bacia do rio Tapajós. A identificação do modelo foi feita através da análise do coeficiente e da função de autocorrelação (ACF) e do coeficiente e da função de autocorrelação parcial (PACF). A estimação do modelo foi feita com base nos critérios de verossimilhança de AIC (Akaike Information Criterion), AICC (Akaike Information Criterion Corrected), e o BIC (Bayesian Information Criteria). Os critérios de verossimilhança apresentaram menores valores para o modelo ARIMA (1,0,0)(1,1,1)<sub>12</sub>. A calibração e a validação do modelo tiveram como critérios de desempenho o coeficiente de Nash e Sutcliffe R<sup>2</sup> e o RMSE (Root Mean Square Error). O desempenho do modelo permitiu concluir que se trata de uma importante ferramenta na previsão de condições de navegabilidade e no dimensionamento de obras hidroviárias.

**Palavras-Chave** – Modelagem hidrológica, Simulação de níveis d'água, Navegabilidade, Amazônia.

## **SIMULATION OF RIVER TAPAJÓS WATER LEVELS BY ARIMA MODEL FOR ANALYSIS OF NAVIGABILITY**

**Abstract** – The hydrological processes' understanding is of great importance in the water resources management and hydraulic work designs. Hydrological modelling is used as a tool for observance of the behaviour of hydrological variables. This paper presents an analysis of the variation of monthly mean water levels, using stochastic model ARIMA (*Autoregressive Integrated Moving Average*). A time series analysis aimed to model and predicts water levels in the Tapajós river basin. The model identification was performed through analysis of the coefficient and of the autocorrelation function (ACF) and coefficient and the partial autocorrelation function (PACF). The model estimation was made based on the criteria of the likelihood AIC (Akaike Information Criterion), AICC (Corrected Akaike Information Criterion) and BIC (Bayesian Information Criteria). The likelihood criteria showed lower values for the model ARIMA (1,0,0)(1,1,1)<sub>12</sub>. The calibration and validation of model performance criteria were as the coefficient of Nash and Sutcliffe R<sup>2</sup> and RMSE (Root Mean Square Error). The performance of the model led to the conclusion that it is an important tool in predicting navigability conditions and design of works waterways.

**Keywords** – Hydrologic modeling, Forecasting water levels, Navigability.

<sup>1\*</sup> Professor da FENAV – Faculdade de Engenharia Naval e Doutorando do PRODERNA – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Recursos Naturais da Amazônia/ITEC/UFPA, Av. Augusto Corrêa, 01, 66075-110. E-mail: [nelio@ufpa.br](mailto:nelio@ufpa.br).

<sup>2</sup> Professor da FAESA – Faculdade de Engenharia Sanitária e Ambiental, do PPGEC e do PRODERNA – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Recursos Naturais da Amazônia/ITEC/UFPA, Av. Augusto Corrêa, 01, 66075-110. E-mail: [blanco@ufpa.br](mailto:blanco@ufpa.br).

## INTRODUÇÃO

A eficiência do transporte hidroviário é função do dimensionamento adequado de embarcações que utilizam a via, ou seja, suas características têm de ser adequar às condicionantes e variáveis hidrológicas, que influenciam diretamente no seu desempenho e na quantidade de carga transportada. Nesse contexto regional, a implementação de modelos hidrológicos estocásticos assume, cada vez mais, importância estratégica na previsão de níveis d'água e na prospecção de condições de navegabilidade.

Simulações hidrológicas estocásticas de séries temporais de níveis d'água são comumente baseadas em modelos matemáticos. Trabalhos como os de Ledolter (1976, 1977) introduziram a análise de séries temporais na hidrologia. Salas et al. (1980) e Salas (1992) apresentam os principais conceitos e teorias referentes à modelagem de séries temporais na hidrologia, com aplicações voltadas à engenharia. Por exemplo, Lanna e Valença (1985) utilizaram um modelo linear auto regressivo do tipo ARIMAX para a previsão de níveis de cheias do rio Itajaí-Açu em Blumenau, SC. Bayer et al. (2012) apresentaram um modelo de previsão de vazões para a bacia do rio Potiribu, afluente do rio Ijuí, RS, obtendo resultados satisfatórios para uma antecedência de seis meses. Mine e Tucci (1999) utilizaram um modelo ARIMA, conjuntamente com um modelo determinístico chuva-vazão denominado IPH-II, na previsão de vazões afluentes à estação Usina Foz de Areia, no rio Iguaçu/PR. Galvinctio et al. (2002) simularam a vazão mensal na bacia hidrográfica do alto São Francisco, com a utilização de um modelo estocástico auto regressivo (AR) e outro do tipo médias móveis (MA). Lucas et al. (2009) utilizaram dois modelos, um determinístico e outro estocástico do tipo ARIMA, para simular a vazão média mensal das sub-bacias da região hidrográfica do Xingu no Estado do Pará. Birinci e Akay (2010) utilizaram modelos do tipo ARIMA para a previsão de precipitações, que, por sua vez, são variáveis de entrada em modelos de redes neurais artificiais para previsão de vazões diárias.

Assim, o objetivo deste artigo foi realizar a modelagem e a previsão, com antecedência de até vinte e quatro meses, de níveis d'água médios mensais do rio Tapajós, sob a ótica da navegação fluvial. A análise desenvolvida considerou modelos estocásticos sazonais do tipo ARIMA (*Auto Regressive Integrated Moving Average*).

## METODOLOGIA

### Área de Estudo e Dados Utilizados

A previsão de níveis d'água foi aplicada à bacia do rio Tapajós, a qual está inserida na bacia hidrográfica do rio Amazonas, que se constitui na maior bacia hidrográfica do globo terrestre com uma área total de 6.110.000 km<sup>2</sup>, desde suas nascentes nos Andes Peruanos até sua foz no oceano Atlântico. Essa bacia continental, estende-se sobre vários países da América do Sul: Brasil (63%), Peru (17%), Bolívia (11%), Colômbia (5,8%), Equador (2,2%), Venezuela (0,7%) e Guiana (0,2%) (AGÊNCIA NACIONAL DE ÁGUAS, 2002).

A bacia do rio Tapajós está situada nos estados do Pará, Mato Grosso e uma pequena porção no Amazonas, entre latitudes 2° e 15° Sul e 53° e 61° oeste, possui uma área de drenagem de 493.200 km<sup>2</sup>, com configuração alongada no sentido longitudinal. Seus rios formadores são o Juruena e o Teles Pires, com áreas de drenagem de 191.100 km<sup>2</sup> e 139.000 km<sup>2</sup>, respectivamente (Figura 1). A altitude varia de cerca de 900 m, nas cabeceiras da bacia, até cerca de 50 metros acima do nível do mar, junto à foz no rio Amazonas. A localização da bacia do rio Tapajós abrange o Oeste do Estado do Pará, próximo à divisa com o Estado do Amazonas. O rio Tapajós, com extensão de 851 km, é um dos mais importantes afluentes da margem direita do rio Amazonas. Nasce na confluência dos rios Teles Pires e Juruena, junto à divisa dos estados do Pará, Amazonas e

Mato Grosso, compreendendo a porção média da bacia Amazônica. Em termos de clima, a bacia é dominada pela Zona de Convergência Intertropical (ZCIT). Apresenta baixa pressão, sendo uma característica própria de regiões próximas à linha do Equador. A precipitação média da bacia está situada entre 1.800 e 2.300 mm ao ano. (AGÊNCIA NACIONAL DE ÁGUAS, 2002). A Figura 1 mostra a localização da área de estudo.

A base de dados utilizada no modelo foi obtida junto ao banco de dados da Agência Nacional de Águas - ANA, constituindo-se de séries históricas de níveis d'água médios. Esses dados encontram-se disponibilizados no endereço eletrônico <http://hidroweb.ana.gov.br/>.

A modelagem dos níveis d'água médios mensais foi desenvolvida em 7 estações fluviométricas localizadas na bacia do rio Tapajós. A identificação e localização das estações utilizadas na modelagem são apresentadas na Figura 2. Foram utilizadas séries históricas com 33 anos de observação, no período de 1976 a 2008. A Tabela 1 resume os dados e informações relativas às estações utilizadas na modelagem.

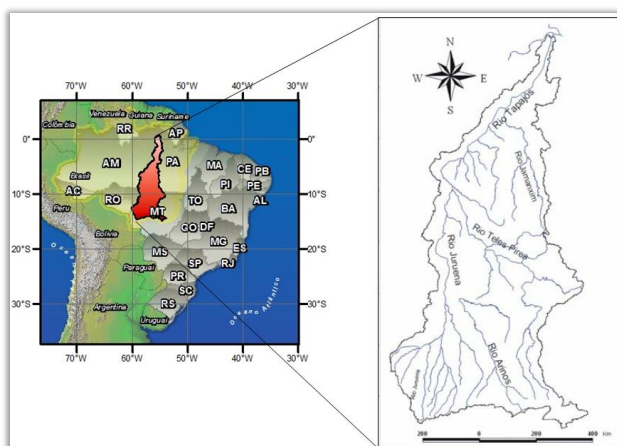


Figura 1: Localização da bacia do rio Tapajós.

Tabela 1: Estações das séries de níveis d'água.

Código ANA	Nome	Área (Km <sup>2</sup> )	Rio
17420000	Três Marias	138000	Teles Pires
17430000	BSM	333000	Tapajós
17500000	Fortaleza	363000	Tapajós
17650000	Jatobá	387000	Tapajós
17650002	Acará	390000	Tapajós
17710000	Buburé	450000	Tapajós
17720000	Bela Vista	453000	Tapajós

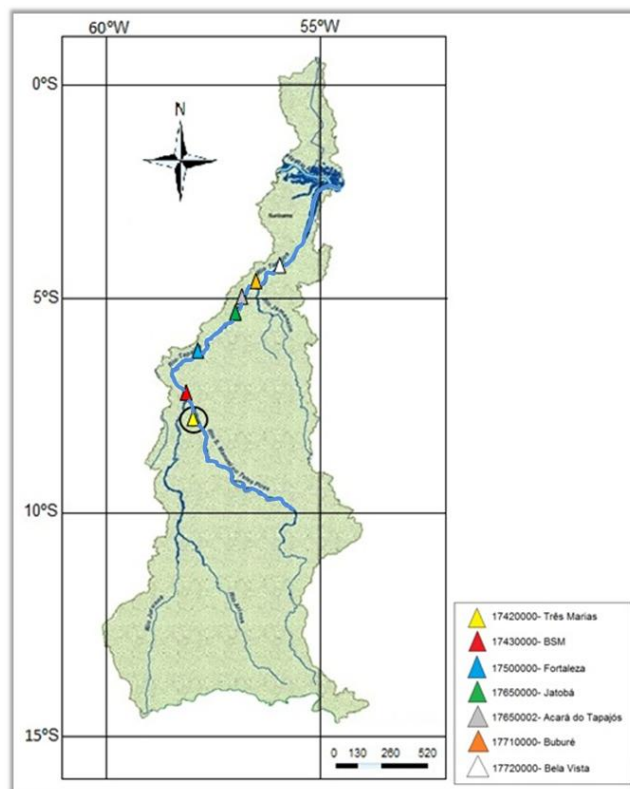


Figura 2: Localização das estações de níveis d'água.

## Metodologia de Box e Jenkins

A metodologia de processos estocásticos baseia-se em mecanismos dinâmicos que proporcionem estruturas de análise de uma sequência de observações. Assim, um processo estocástico deve ser entendido como um modelo que descreve a estrutura probabilística de uma sequência de observações.

Box e Jenkins (1976), conceituando série temporal como um conjunto de observações de uma variável disposta sequencialmente no tempo, pressupõe que exista um processo estocástico gerador da série e que cada possível realização aleatória da variável esteja associada a uma probabilidade de ocorrência da observação. A metodologia está assentada na suposição de que a série foi gerada por

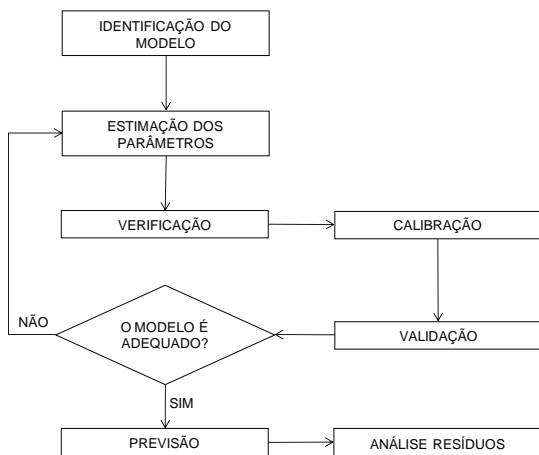
um processo estocástico que pode ser descrito e caracterizado, com base no comportamento passado da variável.

O processo de construção e de ajuste do modelo proposto por Box & Jenkins está alicerçado em um ciclo iterativo. A Figura 3 apresenta o fluxograma do estadiamento da metodologia de Box e Jenkins, evidenciando as etapas inerentes ao processo de aplicação e utilização do modelo (BOX e JENKINS, 1976).

A etapa de identificação do modelo foi realizada com a observância dos gráficos da função de autocorrelação ACF e da função de autocorrelação parcial PACF das séries de níveis d'água.

A estimação do modelo foi feita com a utilização dos critérios de AIC (Akaike Information Criterion) e de AICC (Akaike Information Criterion Corrected) propostos por Akaike (1974) e o de BIC (Bayesian Information Criteria) proposto por Schwarz (1978). Esses critérios baseiam-se na metodologia da máxima verossimilhança.

A calibração e a validação do modelo foram desenvolvidas com a utilização de função objetivo, que adotou como critérios de desempenho o coeficiente de determinação  $R^2$  ou de Nash e Sutcliffe e o RMSE (Root Mean Square Error) ou raiz do erro relativo quadrático médio, descritos pelas Equações 1 e 2, respectivamente.



$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{t=1}^n (Y_t - \hat{Y}_t)^2}{\sum_{t=1}^n (Y_t - \bar{Y})^2} \quad (1)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n \left(\frac{Y_t - \hat{Y}_t}{Y_t}\right)^2}{n}} \quad (2)$$

Figura 3: Fluxograma da metodologia de Box e Jenkins.

Onde  $n$  é o número de observações;  $Y_t$  é a observação no instante  $t$ ;  $\hat{Y}_t$  é a observação simulada; e  $\bar{Y}$  é a média das  $n$  observações.

Box e Jenkins (1976) sugerem a aplicação de um modelo ARIMA sazonal para descrever a série possuidora de correlação serial nos períodos sazonalmente defasados, conforme Equação 3. Esse modelo é representado por  $ARIMA(p,d,q)(P,D,Q)_s$ , onde  $p$ ,  $d$  e  $q$  são parâmetros não sazonais e  $P$ ,  $D$  e  $Q$  são os parâmetros sazonais auto regressivos, de integração e de média móvel, respectivamente.

$$\phi(B) \cdot \Phi(B^s) \cdot (1 - B^s)^D \cdot (1 - B)^d \cdot Y_t = \theta(B) \cdot \Theta(B^s) \cdot a_t \quad (3)$$

Onde  $B$  é o operador translação;  $\phi$  é o coeficiente auto regressivo não sazonal;  $\Phi$  é o coeficiente auto regressivo sazonal;  $\theta$  é o coeficiente média móvel não sazonal;  $\Theta$  é o coeficiente média móvel sazonal;  $\phi(B)$  é o operador de translação auto regressivo não sazonal de ordem “ $p$ ”;  $\Phi(B^s)$  é o operador de translação auto regressivo sazonal de ordem “ $P$ ”;  $\theta(B)$  é o operador de translação média móvel não sazonal de ordem “ $q$ ” e  $\Theta(B^s)$  é o operador de translação média sazonal de ordem “ $Q$ ”.

A previsão de observações com modelos de séries temporais são procedimentos que visam simular observações futuras com modelos calibrados, validados e ajustados a valores passados e

presentes. A previsão do modelo foi feita com a utilização da equação característica geral de um ARIMA  $(p,d,q)(P,D,Q)_S$  sazonal (Equação 3).

Assim, para o modelo ARIMA  $(1,0,0)(1,1,1)_{12}$ , a Equação 3, com a substituição e a operacionalização dos valores dos parâmetros  $p=1$ ,  $d=0$ ,  $q=0$  e  $P=1$ ,  $D=1$ ,  $Q=1$ , pode ser escrita em sua forma linear, conforme a Equação 4.

$$\hat{Y}_t = \Phi_1 Y_{t-12} + Y_{t-12} - \Phi_1 Y_{t-24} + \phi_1 Y_{t-1} - \phi_1 \Phi_1 Y_{t-13} - \phi_1 Y_{t-13} + \phi_1 \Phi_1 Y_{t-25} - \theta_1 a_{t-12} \quad (4)$$

Onde  $\hat{Y}_t$  é a previsão das observações no instante  $t$ ;  $Y_t$  é a observação no instante  $t$ ; e  $a_t$  é o resíduo da previsão no instante  $t$ .

A operacionalização da metodologia de Box e Jenkins foi feita com a utilização de algoritmos implementados no software *R* da *R Foundation for Statistical Computing*, versão 2.14.1, que é uma linguagem e ambiente de computação estatística e de construção de gráficos, sendo um projeto GNU (*General Public License da Free Software Foundation*).

### Previsão de Condições de Navegabilidade

A profundidade de um rio é função da variação do nível d'água e da topografia de fundo, estando sempre associada a uma probabilidade de ocorrência. Condições de navegabilidade e obras hidroviárias são sempre projetadas para um determinado risco.

Período de retorno ( $T_r$ ) é o tempo médio, em anos, decorrente entre duas ocorrências iguais e subsequentes. É o inverso da probabilidade de ocorrência de um evento. Chow (1951) afirma que a maioria das funções de probabilidades, aplicáveis na hidrologia, que visam associar um nível d'água de referência a probabilidades de ocorrência, pode ser representada pela Equação 5.

$$N_r = \bar{N}_a \pm Z.S \quad (5)$$

Onde  $N_r$  é o nível d'água de referência associado a  $T_r$ ;  $\bar{N}_a$  é a média de séries históricas associadas a uma recorrência;  $S$  é o desvio padrão da série; e  $Z$  é a variável reduzida.

Previsões de níveis de água em estudos hidroviários são de grande importância, uma vez que com o conhecimento prévio do nível de referência é possível desenvolver estudos específicos de condições de navegabilidade. A Figura 4 mostra, em uma seção de um canal de navegação hipotético, condições em que o nível de água ( $N_a$ ) encontra-se, em primeira situação, acima do  $N_r$  e, em segundo, a situação em que o  $N_a$  encontra-se abaixo do  $N_r$ . Quando o  $N_a$  encontra-se acima do  $N_r$  tem-se uma situação de cheias e quando abaixo, têm-se as estiagens. Assim, o modelo ARIMA permitiu o conhecimento e a previsão da flutuabilidade dos níveis d'água com antecedência de até 24 meses e a prospecção de condições de navegabilidade.

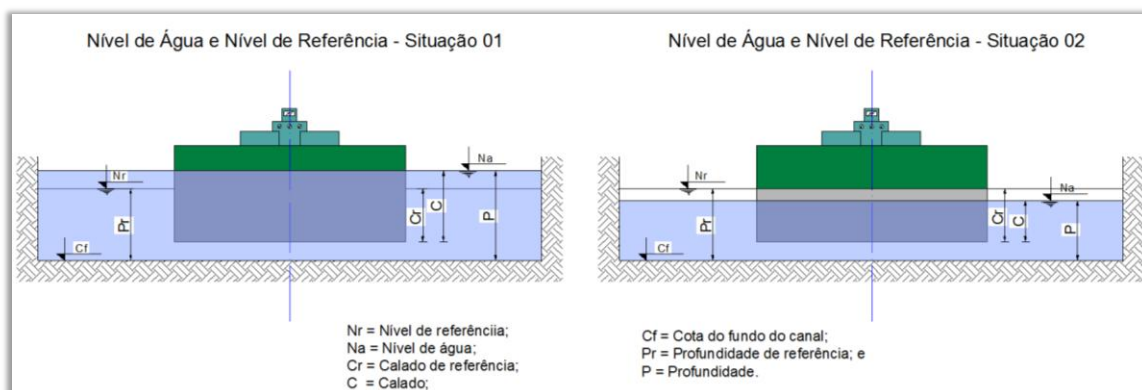


Figura 4: Seção transversal de canal hipotético com nível de água acima e abaixo do nível de referência

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

### Desempenho do Modelo ARIMA (1,0,0)(1,1,1)<sub>12</sub>

Após o preenchimento de falhas e consistência dos dados, o comportamento das séries de níveis d'água, no período de 1976 a 2008, foi analisado. Observou-se que as enchentes ocorrem entre janeiro e março e as estiagens entre agosto e outubro. A identificação dos modelos ARIMA baseou-se na análise das funções de autocorrelação ACF e de autocorrelação parciais PACF geradas com base nos coeficientes de autocorrelação e de autocorrelação parcial.

A aferição do desempenho dos modelos nas fases de calibração e de validação deu-se mediante comparação entre os valores simulados e os dados observados. As séries de dados relativas ao período de 1976 a 2004 formaram a memória do modelo. A calibração foi feita para o período de 2005 a 2006 e a validação para o de 2007 a 2008. A estimação dos modelos compreendeu a aferição dos critérios de AIC, de AICC e de BIC, que se baseiam em metodologias de máxima verossimilhança.

Tendo por base os valores do R<sup>2</sup> (Eq. 1) e do RMSE (Eq. 2) da função objetivo da calibração e da validação, constatou-se que o modelo ARIMA (1,0,0)(1,1,1)<sub>12</sub>, apresentou melhor desempenho. Na fase de calibração, o modelo apresentou R<sup>2</sup> médio de 0,93 e RMSE de 0,08 e na validação R<sup>2</sup> 0,95 e RMSE de 0,06. O ajuste dos parâmetros do modelo foi direcionado a um melhor desempenho nas estiagens. Fato que pode ser observado nos cotogramas das Figuras 5 a 10.

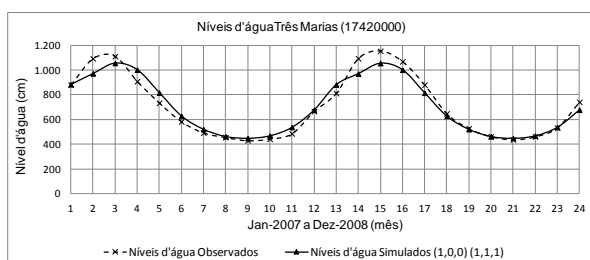


Figura 5: Cotogramas dos níveis d'água observados e simulados na estação Três Marias.

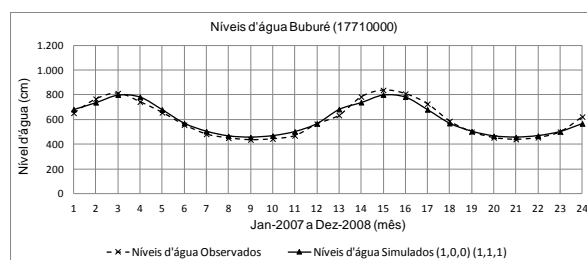


Figura 8: Cotogramas dos níveis d'água observados e simulados na estação Buburé.

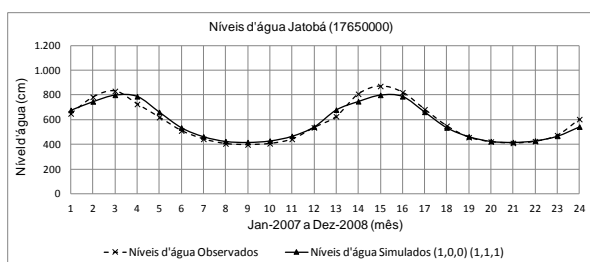


Figura 6: Cotogramas dos níveis d'água observados e simulados na estação Jatobá.

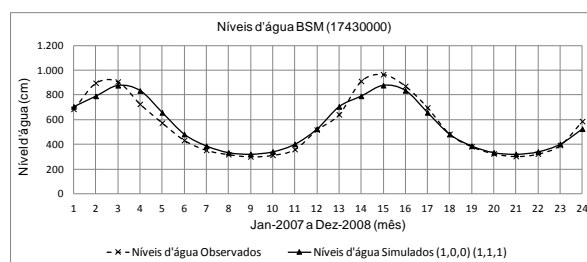


Figura 9: Cotogramas dos níveis d'água observados e simulados na estação Barra do São Manuel.

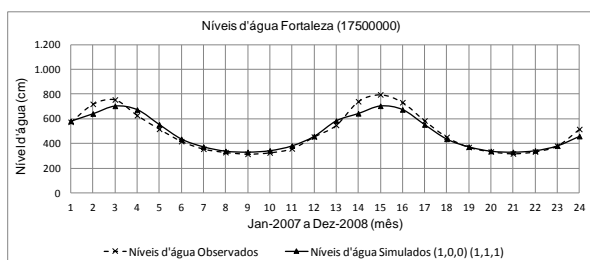


Figura 7: Cotogramas dos níveis d'água observados e simulados na estação Fortaleza.

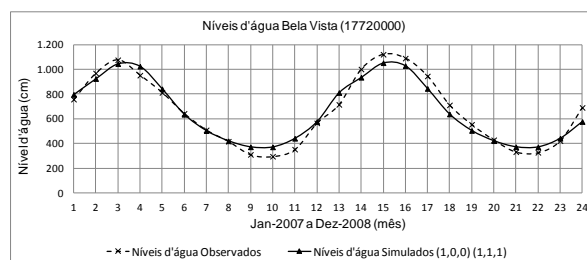


Figura 10: Cotogramas dos níveis d'água observados e simulados na estação Bela Vista.

As equações de previsão de níveis d'água  $\hat{Y}_t$  foram obtidas com a substituição dos coeficientes do modelo ARIMA (1,0,0)(1,1,1)<sub>12</sub> na Equação 4. A verificação dos modelos foi feita mediante a análise dos limites de significância de 95% demarcados nos gráficos da ACF e da PACF dos resíduos. Os gráficos das funções da ACF e da PACF dos resíduos mostraram, em praticamente todas as defasagens, que os coeficientes de correlação encontram-se entre os limites de confiança de 95%. Assim, consta-se que o modelo incorporou de forma satisfatória as características das séries na previsão dos níveis d'água.

## Uso do Modelo para Previsão de Navegabilidade

O modelo permitiu, através das equações de previsão, o conhecimento da fluvariabilidade dos níveis de água e a prospecção de condições de navegabilidade. A título de exemplo, o estudo de caso teve por base os dados da estação Barra de São Manoel.

A Figura 11 mostra previsões de níveis d'água ( $N_a$ ) do modelo e o comportamento dessas em relação ao nível de referência ( $N_r$ ) para um período de recorrência de 10 anos. Observa-se que as previsões dos  $N_a$  no período de estiagem, encontram-se abaixo do  $N_r$  (Figura 4 – Situação 02). Para os demais meses as previsões dos  $N_a$  encontram-se acima do  $N_r$  (Figuras 4 – Situação 01).

A Figura 12 mostra, para o mês de agosto, o histograma das observações dos níveis d'água mensais; as curvas das funções de distribuição normal e cumulativas ascendentes de probabilidades e os intervalos de confiança. É evidenciado um  $N_r$ , cujo valor assegura que em 90% do tempo, o  $N_a$  estará acima do  $N_r$  (Figuras 4 – Situação 01). Em apenas em 10% do tempo o  $N_a$  estará abaixo do  $N_r$  (Figura 4 – Situação 02).

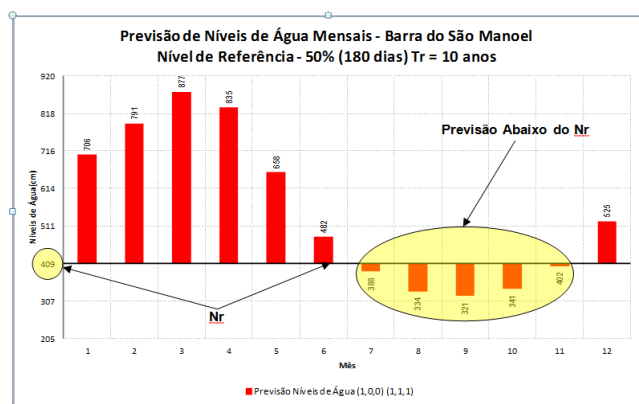


Figura 11: Previsões de  $N_a$  e variação em relação ao  $N_r$ .

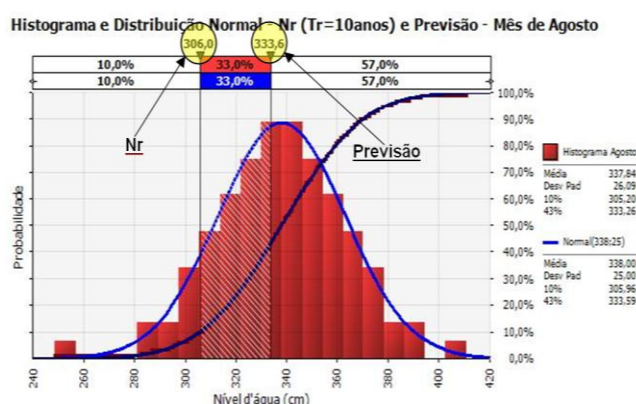


Figura 12: Histograma e intervalo de confiança dos  $N_a$ .

## CONCLUSÕES

O modelo ARIMA foi aplicado e verificado tendo por base a metodologia proposta por Box & Jenkins. Modelos auto regressivos e de médias móveis foram ajustados às séries de níveis d'água do Rio Tapajós.

A calibração e a validação do modelo, que tiveram como critérios de desempenho o coeficiente de Nash e Sutcliffe  $R^2$  e a raiz do erro relativo quadrático médio RMSE, apresentaram  $R^2$  médio acima de 0,90 e RMSE abaixo de 0,16. Tais resultados evidenciaram que o modelo captou de forma satisfatória o comportamento das séries de níveis d'água. As simulações nas estiagens, em função de sua menor variabilidade interquartil, apresentaram melhores resultados. No período de cheias, o modelo deve ser aplicado com cautela, uma vez que grande parte dos eventos extremos foram um pouco subestimados.

A adoção de modelos estocásticos tipo ARIMA como processo de previsão de níveis d'água é de grande importância e em muito contribui na consecução de estudos hidroviários, pois tais modelos aliados a análises probabilísticas e a levantamentos topobatimétricos que caracterizem o relevo do fundo, são ferramentas que permitem a prospecção de condições de navegabilidade e o dimensionamento de obras de infraestrutura hidroviárias necessárias a tornar a via navegável.

De maneira geral, conclui-se que o modelo ARIMA escolhido apresentou um comportamento plenamente satisfatório aos objetivos da pesquisa em questão.

## REFERÊNCIAS

- AGÊNCIA NACIONAL DE ÁGUAS – ANA. A Evolução da Gestão dos Recursos Hídricos no Brasil / The Evolution of Water Resources Management in Brazil. Brasília: ANA, 2002;
- BAYER, D. M., CASTRO, N. M. R., BAYER, F. M., (2012). Modelagem e Previsão de Vazões Médias Mensais do Rio Potiribu. Revista Brasileira de Recursos Hídricos. V. 17, nº 2. pp. 61-72
- BIRINCI, V.; AKAY, O. (2010). A Study on Modeling Daily Mean Flow with MLR, ARIMA and RBFNN. In Anais do BALWOIS: Water observation and information system for decision support. Ohrid, República da Macedônia. 25-29 de maio de 2010;
- BOX, G. E. P. and JENKINS, G. M. (1976) Time series analysis: forecasting and control, 2nd ed. San Francisco: Holden-Day;
- CHOW, V. T. A General Formula for Hydrology Frequency Analysis. Trans. Am. Geophys. Um., 1951;
- GALVÍNCIO, J.D.; SOUZA, F.A.S. Uso de modelos auto-regressivo e médias-móveis para geração de vazões médias mensais na bacia hidrográfica do alto São Francisco. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE METEOROLOGIA, XII, 2002, Foz de Iguaçu/PR: Sociedade Brasileira de Meteorologia, 2002;
- LANNA, A.E., VALENÇA, M.J. (1985). Previsão em tempo atual de cheias com técnica recursivas dos mínimos quadrados aplicação à cidade de Blumenau, SC. In: Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos, 6, 1985, São Paulo, Brasil. Anais...São Paulo: - ABRH, 3, 328-344;
- LEDOLTER, J. (1976). ARIMA Models and their Use in Modelling Hydrologic Sequences. IIASA Research Memorandum RM-76-069. 45 p;
- LEDOLTER, J. (1977). The Analysis of Multivariate Time Series with a View to Applications in Hydrology. IIASA Research Memorandum RM-77-011. 33 p;
- LUCAS, E.W.M.; SOUSA, F.A.S.; SILVA, F.D.S; LUCIO, P.S. (2009). Modelagem hidrológica determinística e estocástica aplicada à região hidrográfica do Xingu – Pará. Revista Brasileira de Meteorologia, v.24, n.3, 308-322;
- MINE, M.R.; TUCCI, C.E. Previsão em tempo real de vazões afluentes a reservatório de usinas hidrelétricas. Revista Brasileira de Recursos Hídricos, Vol. 9, n. 2, p. 73-99, 1999;
- SALAS, J.D.; DELLEUR, J.W.; YEVJEVICH, V.; LANE, W.L. (1980). Applied Modeling of hydrologic time series. Water Resources publications, Littleton, Colorado. 484p;
- SALAS, J.D. (1992) Analysis and modeling of hydrologic time series. Handbook of Hydrology. Maidment, D.R. (editor). McGraw-Hill. Capítulo 19. 72p;
- SCHWARZ, G. (1978). Estimating the dimension of a model. Ann. Statist. , 6, 461-464.