

MODELAGEM DE TRANSPORTE DE SEDIMENTOS COESIVOS PARTE 1: FUNDAMENTOS TEÓRICOS

M. V. Estigoni^{1}; D. A. Botelho^{2*}; I. A. L. Teakle³; R. B. Miranda⁴; O. Veronez⁵ & F. F. Mauad⁶*

Resumo – O entendimento sobre o transporte e deposição de sedimentos não-coesivos (e.g. silte e areia) é bem consolidado, enquanto que ainda restam lacunas no conhecimento do comportamento do sedimento coesivo (e.g. argilas). No campo da modelagem hidrodinâmica, o constante avanço da capacidade de processamento abre portas para modelos cada vez mais complexos. Em particular, modelos de transporte de sedimentos acoplados a modelos hidrodinâmicos multidimensionais proporcionam uma descrição da variação espaço-temporal dos processos envolvidos na dinâmica dos sedimentos. Neste contexto, está sendo desenvolvido um modelo de transporte de sedimentos coesivos acoplado a um modelo hidrodinâmico tridimensional. A publicação deste trabalho está organizada em uma série de três artigos. O presente trabalho é o primeiro da série, apresentando a fundamentação teórica empregada no desenvolvimento e nos testes preliminares deste modelo.

Palavras-Chave – Modelagem de Transporte de Sedimentos, Sedimentos Coesivos.

COHESIVE SEDIMENT TRANSPORT MODELLING PART 1: THEORETICAL FOUNDATIONS

Abstract – Understanding of transport and deposition of non-cohesive sediment (e.g. silt and sand) is very mature, whilst there are some gaps in the knowledge of cohesive sediment behavior (e.g. clays). Advancements in computational processing capacity have been allowing for the development of complex numerical hydrodynamic models. In particular, sediment transport models coupled to multidimensional hydrodynamic models propitiate a description of spatial-temporal variability of processes involved in the sediment dynamics. In this context, a coupled three-dimensional hydrodynamic and cohesive-sediment transport model is being developed. The publication of this work is organized in a three-part series. Presented herein is the the Part 1, which presents the theoretical foundation adopted in the development and preliminary test s of the model.

Keywords – Sediment Transport Modeling, Cohesive Sediments.

1* – Doutorando em Ciências da Engenharia Ambiental, Núcleo de Hidrometria - Centro de Recursos Hídricos e Ecologia Aplicada – Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo (NH/CHREA/EESC/USP). Tel: (16) 33738255 < marcus.estigoni@usp.br >

2* – BMT WBM Pty Ltd.. - Cidade de Brisbane, QLD, Austrália < Daniel.Botelho@bmtwbm.com.au >

3 – BMT WBM Pty Ltd.. - Cidade de Brisbane, QLD, Austrália

4 – Doutorando em Ciências da Engenharia Ambiental, Núcleo de Hidrometria - Centro de Recursos Hídricos e Ecologia Aplicada – Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo (NH/CHREA/EESC/USP). Tel: (16) 33738255 < eng.renato.miranda@gmail.com >

5 – AES Tietê S.A. - Cidade de Mogi-Guaçu - SP < odemberg.veronez@aes.com>

6 – Professor da Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, EESC – USP. Tel: (16) 33738255 < mauadffm@sc.usp.br >

INTRODUÇÃO

A construção de uma barragem causa alterações no regime de vazão dos rios, em sua característica hidrodinâmica e de transporte de sedimentos. A redução da velocidade do fluxo das águas no reservatório diminui a capacidade que este fluido tem de manter em suspensão e transportar material particulado (i.e. sedimentos) favorecendo sua deposição, acarretando na redução de sua capacidade de armazenamento. Para o entendimento do processo de assoreamento de um reservatório deve-se conhecer sua hidrodinâmica a qual determina o comportamento dos processos de suspensão, deposição, e a concentração e o transporte de sedimentos na coluna d'água.

As chuvas e as características de escoamento superficial de uma bacia determinam o regime de vazão de um rio, que por sua vez, define o estado turbulento das águas e o nível de energia para manter o transporte de sedimentos de leito e em suspensão. Por serem mais rasos em relação ao corpo central dos reservatórios, as águas dos rios tendem a sofrer variações de temperatura mais abruptas em função das trocas de calor com a atmosfera, de maneira que a densidade das águas entre o rio e reservatório comumente dá origem as correntes de densidade subsequente ao escoamento de entrada (Fischer *et al.*, 1979; Botelho e Imberger, 2007). Além da influência da temperatura, os sedimentos em suspensão, principalmente a parcela de sedimentos coesivos (diâmetro mediano < 0,63 mm), também contribuem para a diferença de densidades, e em geral, são usados como traçadores para indicar a posição e o deslocamento dessas correntes (Carmack *et al.*, 1979; Hipsey *et al.*, 2004).

As correntes de densidade, e o transporte dos sedimentos em suspensão nelas contidos, são resultantes de uma maior densidade do escoamento de entrada, forçando o deslocamento do rio a um ponto de mergulho (*plunge point*) no local em que a inércia do escoamento não é suficiente para subverter as forças gravitacionais de empuxo (*buoyancy*). Como existem variações na vazão do escoamento, o local do ponto de mergulho é variável, e essa zona de variação do ponto de mergulho em geral corresponde à zona de deposição dos sedimentos mais grosseiros denominada delta (Carvalho, 2008; Morris e Fan, 2010). À jusante do delta, o escoamento segue o leito do reservatório sendo denominado *underflow* e corresponde a uma zona de deposição dos sedimentos mais finos.

A publicação dos primeiros testes de um modelo hidrodinâmico de transporte de sedimentos coesivos em desenvolvimento está organizada nos artigos “Modelagem de transporte de sedimentos coesivos” dividida em três partes: “Fundamentos Teóricos”, “Testes de deposição” e “Testes de consolidação e erosão” de autoria dos mesmos pesquisadores deste trabalho. O presente artigo é a primeira parte desta publicação e tem por objetivo apresentar os principais fundamentos teóricos empregados no desenvolvimento e nos testes preliminares deste modelo.

MODELO HIDRODINÂMICO

A simulação do transporte de sedimentos coesivos requer o conhecimento do campo hidrodinâmico (velocidade, nível d'água, entre outros), que por sua vez é obtido através de soluções numéricas das Equações Não Lineares de Águas Rasas (ENLAR). Além da solução das ENLAR, simulações computacionais devem ser executadas para a solução das Equações de Transporte de Constituintes (ETC) levando em consideração processos de advecção e dispersão turbulenta. Incluem-se neste modelo, através de condições de contorno, os efeitos do vento, descargas hidráulicas (i.e. escoamentos de rios, tomadas de água, etc.) e trocas de calor com a atmosfera. O modelo TUFLOW-FV (Guard *et al.* 2013, BMT WBM 2013) foi utilizado para a resolução das ENLAR e ETC.

O programa TUFLOW-FV é um modelo hidrodinâmico e de transporte baseado na técnica de volumes finitos aplicada a uma malha computacional flexível na horizontal e coordenadas híbridas (z e σ) na vertical. A malha flexível pode utilizar elementos triangulares e quadrilaterais, e é capaz de ser adaptada em configurações de domínio complexas, comuns aos reservatórios. O modelo também inclui capacidade de excluir e incluir, respectivamente, células secas e molhadas. No caso de reservatórios, essa capacidade permite levar em consideração a variação da extensão da superfície livre associada com as variações do nível d'água.

O modelo pode ser utilizado tanto para solução bidimensional verticalmente integrada quanto solução tridimensional completa. Em soluções tridimensionais, o transporte de salinidade e a temperatura podem ser utilizadas para resolver as equações de estado de densidade, que por sua vez, dão origem aos termos baroclínicos nas equações hidrodinâmicas. Para maior eficiência computacional, uma técnica de separação de modos (*mode-splitting*) é utilizada (Blumberg e Mellor 1983). Nesta técnica, as soluções tridimensionais completas são efetuadas em passos de tempos mais longos, já que os movimentos baroclínicos variam em escalas de tempo maiores. Os movimentos barotrópicos, cujas escalas de tempo são menores, exigem soluções em passos de tempo mais curtos, que, no entanto, são computacionalmente menos onerosas.

A solução numérica do TUFLOW-FV também se beneficia de esquemas numéricos de primeira e segunda ordem para os termos advectivos, a fim de obter-se um balanço entre a resolução de malha e a acuracidade numérica. Adicionalmente, limitadores de gradientes podem ser utilizados para reduzir efeitos de difusão numérica excessiva na solução das equações (Batten *et al.*, 1996, Fringer *et al.*, 2005).

As equações de fechamento de turbulência podem ser simples, adotando-se esquemas de Smagorinsky (1963) para os termos de viscosidade e dispersão turbulenta na direção horizontal. Para cálculo dos coeficientes de dispersão na horizontal, ainda podem ser utilizados esquemas de Elder (Fischer *et al.* 1979) e isotrópicos (i.e. constantes). Na vertical, podem ser especificados coeficientes de dispersão constantes ou por modelo paramétrico simples baseado em Munk e Anderson (1948). Modelos de turbulência mais avançados para o cálculo de viscosidades e coeficientes de dispersão turbulenta também podem ser utilizados com uso de bibliotecas externas. Por exemplo, o modelo de turbulência GOTM (*Geral Ocean Turbulence Model*), desenvolvido por Umlauf *et al.* (2005), pode ser acoplado. Nesta biblioteca, modelos como κ - ϵ , κ - ω , dentre outros podem ser utilizados.

MODELO DE TRANSPORTE DE SEDIMENTOS COESIVOS

O modelo de transporte de sedimentos se beneficia do modelo hidrodinâmico e de transporte de constituintes descrito acima, com a adição de termos de deposição (tanto na coluna d'água como na interface com o leito) e ressuspensão (erosão), baseados na tensão de cisalhamento de fundo e características dos sedimentos em estudo. O modelo também adota uma descrição do leito em camadas para tratamento de extratos com características diferentes de resistência à erosão.

Para sua configuração, assume-se que os sedimentos são distribuídos em classes diferentes, de acordo com a sua granulometria. Associam-se a cada uma dessas classes, características do comportamento para a sua deposição. Também se assume que o leito pode ser subdividido em camadas, cada uma contendo a distribuição de massa de cada uma das classes de sedimentos, e características relativas à erosão e consolidação das mesmas. A camada mais superficial, também chamada de camada ativa, troca massa com a coluna d'água até que sua massa seja exaurida (no caso de erosão). No caso de deposição, a massa de sedimento depositado é adicionada à camada ativa. Para representar o processo de consolidação, pressupõe-se que a massa das diversas classes de

sedimento é transportada entre as camadas. Nota-se ainda que a configuração das camadas pode ser variada na direção horizontal. Essa variação é possível com a definição de grupos de células de fundo no domínio computacional, na qual as camadas inferiores possuem as mesmas características. A Figura 1 ilustra a estrutura e os processos envolvidos no modelo.

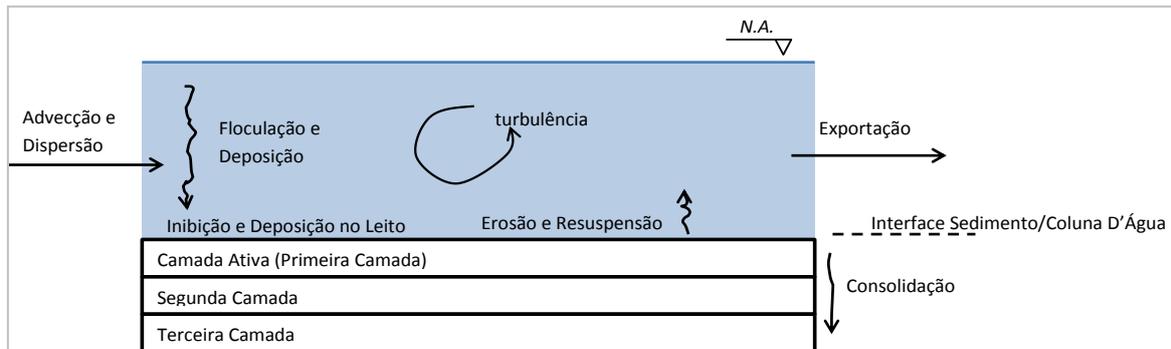


Figura 1 - Estrutura dos Processos e Configuração de Camadas no Modelo. (Fonte: Adaptado de BMT WBM, 2013).

Os cálculos referentes aos processos incluídos no modelo de transporte de sedimentos coesivos são descritos a seguir.

VELOCIDADE DE DEPOSIÇÃO

No modelo de transporte de sedimentos, cada classe de sedimento tem estipulada uma maneira de se calcular a sua velocidade de deposição, para a qual três formulações foram utilizadas. A primeira corresponde a uma velocidade de deposição constante, já implementada previamente no TUFLOW-FV. Especificação da velocidade de deposição pode ser, em geral, dada pela fórmula de Stokes (e.g. Chapra, 2008) ou como variável no processo de calibração.

Também foram implementadas às formulações RZ (Richardson e Zaki, 1954) adaptada à sedimentos coesivos, e a formulação WVK (Winterwerp e Van Kasteren, 2004). Ambas procuram aproximar a influência da concentração do sedimento na velocidade de deposição.

Nas formulações, assume-se que a velocidade de deposição dos sedimentos apresenta comportamentos distintos em decorrência da concentração de sedimentos suspensos. Para concentrações de sedimentos pequenas, as partículas apresentam um grau reduzido de floculação, já que as condições para o amalgamento das partículas não são favoráveis. Desta forma, a taxa de colisão entre as partículas suspensas é pequena, sendo que as forças de atração entre as mesmas é limitada e facilmente quebrada pela turbulência na coluna d'água. A velocidade de deposição () nesse caso é assumida constante.

Conforme a concentração aumenta, o processo de floculação se torna mais preponderante, em decorrência do aumento da taxa de colisão entre as partículas, sendo que as forças de atração entre as mesmas são capazes de mantê-las unidas (em flocos). Para a formulação RZ, a velocidade de deposição para este comportamento é dada pela Equação 1.

$$\text{---} \quad (1)$$

Onde v_{d0} é a velocidade de deposição dos flocos sem efeitos de inibição, C é a concentração total dos sedimentos coesivos, C_c é a concentração na qual os flocos começam a interferir na velocidade de deposição, e K é uma potência constante (no caso assumido igual a unidade).

A partir de um determinado momento, os flocos se tornam grandes o suficiente a ponto de inibir a sua velocidade de deposição. A formulação RZ limita progressivamente o aumento da intensidade de v_s , e a partir de certo ponto reduz a velocidade de deposição (Equação 2).

$$v_s = v_{s0} \left(\frac{C}{C_{gel}} \right)^{-n} \quad (2)$$

Onde C_{gel} é o ponto de formação de gel (onde $v_s = 0$) e n é uma potência constante.

Essa formulação é similar à atribuída a Nicholson e O'Connor (1986) em Huang *et al.* (2006), na qual n assume um valor igual a 5,0. A variação da velocidade de deposição em função da concentração de sedimentos coesivos resultante desta formulação é apresentada na Figura 2 em escala logarítmica.

A formulação original de Richardson e Zaki (1954) foi baseada em experimentos de sedimentos não coesivos e assume ρ_s (densidade do sedimento) no lugar de C_{gel} . Winterwerp e Van Kasteren (2004) indicam que o uso de C_{gel} na equação acima não é embasado em argumentos teóricos consistentes e derivaram um equacionamento para flocos de misturas coesivas com distribuição monodispersiva (i.e. assume-se que os flocos formados se comportam da mesma maneira em relação aos efeitos dos flocos na viscosidade da água). Nesta formulação se assume que a partir da concentração de inibição C_{hind} a velocidade de deposição é apresentada na Equação 3.

$$v_s = v_{s0} \left(\frac{C - C_{floc}}{C_{hind} - C_{floc}} \right)^{-n} \quad (3)$$

Onde v_{s0} é a velocidade máxima associada à concentração de sedimentos (C_{floc}) na qual a velocidade de sedimentação começa a ser inibida. Na implementação proposta, assumiu-se uma variação linear entre v_{s0} e $v_{s0} - v_h$ em meio as concentrações C_{floc} e C_{hind} . As duas formulações implementadas podem ser contrastadas na Figura 2. A definição dos valores para os parâmetros identificados nas formulações é em geral baseada em dados específicos dos sedimentos locais.

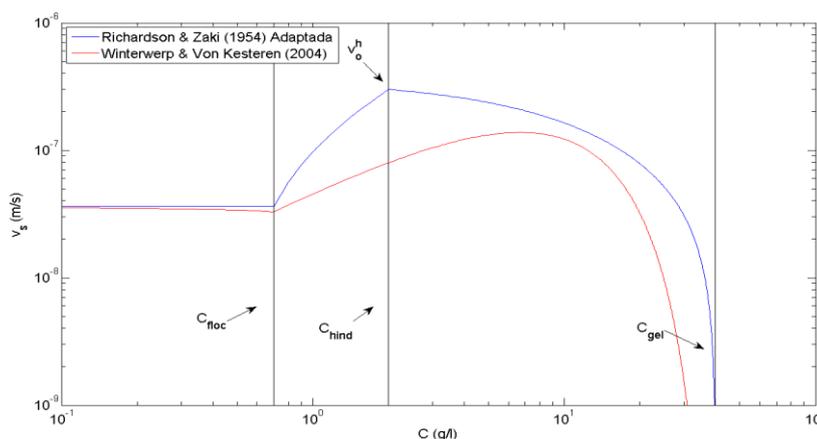


Figura 2 - Velocidades de deposição implementadas no TUFLOW FV. Parâmetros: $C_{floc} = 0,7 \text{ g/L}$, $C_{hind} = 2 \text{ g/L}$, $C_{gel} = 40 \text{ g/L}$, $v_{s0} = 3.6 \times 10^{-8} \text{ m/s}$ e $v_h = 3.0 \times 10^{-7} \text{ m/s}$. (Fonte: Adaptado de BMT WBM, 2013).

DEPOSIÇÃO NO FUNDO

O proceso de deposição no fundo foi implementado com a formulação de Krone (1962). Nesta formulação, é adotada uma tensão de cisalhamento crítica de deposição (τ_d) a qual, quando

excedida pela tensão de cisalhamento no fundo, anula a deposição de sedimentos. A taxa de deposição (Q_d) é obtida pela Equação 4

(4)

Onde P_d é a probabilidade de deposição dada pela Equação 5.

— (5)

Onde τ_b é a tensão de cisalhamento no fundo calculada pelo modelo hidrodinâmico.

No modelo tridimensional, aplica-se a formulação nas células adjacentes ao fundo no domínio computacional. A taxa de deposição é convertida em massa agregada ao sedimento (M_d) da camada superficial de acordo com a Equação 6.

(6)

Onde Δt é o passo de tempo do modelo e A é a área horizontal da célula do fundo.

EROSÃO

O modelo de erosão implementado corresponde ao modelo de erosão superficial de Mehta *et al.* (1989). Nesta formulação, é adotada uma tensão de cisalhamento crítica de erosão superficial (τ_{se}) a qual, quando excedida pela tensão de cisalhamento no fundo, introduz sedimentos na coluna d'água. A taxa de erosão superficial (Q_{se}) é dada pela Equação 7.

—, para $\tau_b \geq \tau_{se}$ (7)

Onde M_{se} é uma constante de força erosiva (em $\text{kg/m}^2/\text{s}$) e α_e é um expoente (geralmente adotado igual a unidade, para uma variação linear da taxa de erosão em função do excesso da tensão de cisalhamento).

Tal qual o modelo de deposição, a formulação é aplicada nas células adjacentes ao fundo no domínio computacional. A taxa de erosão é convertida em massa agregada à célula de fundo da coluna d'água (M_d) em cada passo de tempo do modelo de acordo com a Equação 8.

(8)

Onde τ_{se} , M_{se} e α_e são definidos para cada uma das camadas do sedimento. Desse modo, a erosão só é permitida na camada superficial até que a massa nessa camada se esgote. Com o esgotamento dessa camada superficial, a erosão é aplicada à camada abaixo, e assim por diante, até que a massa de todas as camadas se esgote (desde que haja excesso da tensão de cisalhamento). Em geral, a camada mais profunda é a mais consolidada e recebe parâmetros de maior resistência à erosão (τ_{se} alto e M_{se} baixo).

CONSOLIDAÇÃO

As implementações no modelo descritas anteriormente, correspondem aos processos na coluna d'água e na interface desta com o leito. Nesta interface são calculados os fluxos entre a camada ativa e a coluna d'água. Para tensões de cisalhamento no fundo de pequena intensidade ($\tau \leq \tau_b \leq \tau_{se}$), há um fluxo de material da coluna d'água para o sedimento e para tensões no fundo relativamente altas ($\tau \leq \tau_{se} \leq \tau_b$) a erosão se manifesta, sendo o fluxo de material do sedimento para a coluna d'água. Para tensões no fundo intermediárias ($\tau_{se} \leq \tau \leq \tau_b$), assume-se que os fluxos de deposição e erosão estão em equilíbrio e nenhum dos processos é dominante.

Adicionalmente aos fluxos na camada ativa, no sedimento há um processo de consolidação, conforme discutido anteriormente. Nesta etapa, o modelo empregado, não tenta modelar os processos envolvidos na consolidação diretamente, e adota uma simplificação em favor de um tratamento matemático mais trivial, assumindo uma taxa de transferência de massa constante entre uma camada e outra. Conforme descrito acima, o leito é subdividido em camadas. Em cada uma dessas camadas é definida a densidade do sedimento seco (ρ_d), a distribuição de massa no sedimento correspondente a cada classe (M_i), os parâmetros do modelo de erosão (M_{se} , τ_{se} , e α_e descritos acima), e a taxa de transferência de massa entre as camadas (T_k , descrita a seguir).

Assume-se que a transferência de massa ocorre das camadas superiores para as inferiores. Dessa maneira, a distribuição de massa (em kg/m^2) de uma determinada camada k de um passo de tempo t ao seguinte $t+1$ numa célula horizontal é dada pela Equação 9.

(9)

Onde T_k é a taxa de transferência da camada k em direção à camada $k+1$. Q_d e Q_{se} só se aplicam às camadas de leito ativas, e são mutuamente exclusivas (i.e. para uma mesma interface, não há erosão quando há deposição e vice-versa).

Por fim, a espessura de cada camada k é então estimada a partir da Equação 10.

(10)

CONCLUSÕES

O referido artigo apresenta as bases teóricas e formulação de um modelo de transporte de sedimentos coesivos acoplado a um modelo hidrodinâmico tridimensional. Os resultados dos testes destes modelos são apresentados nos outros artigos dos autores apresentados neste Simpósio (Botelho *et al.* 2013a,b).

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à AES Tietê S.A que por meio do Programa de Pesquisa e Desenvolvimento do Setor de Energia Elétrica (P&D ANEEL) financia esta pesquisa, à FIPAI, à Escola de Engenharia de São Carlos – EESC/USP, à BMT WBM Pty Ltd., e ao CNPq.

REFERÊNCIAS

- BATTEN, P., LAMBERT, C.; CAUSON, D.M. (1996). Positively Conservative High-Resolution Convection Schemes for Unstructured Elements. *International Journal for Numerical Methods in Fluids* 39: 1821-1838.
- BLUMBERG, A.F., MELLOR, G. L. (1983). Diagnostic and Prognostic Numerical Circulation Studies of the South Atlantic Bight, *Journal of Geophysical Research*, 88 (C8): 4579-4592.
- BMT WBM (2013). *TUFLOW FV Science Manual*. Brisbane, Queensland.
- BOTELHO, D. A.; ESTIGONI, M. V.; TEAKLE, I. A. L. *et al.* (2013a), *Modelagem de transporte de sedimentos coesivos parte 2: Testes de deposição*, enviado para avaliação e possível publicação no XX SBRH – Simpósio Brasileiro de Recursos hídricos. Bento Gonçalves – RS.
- BOTELHO, D. A.; ESTIGONI, M. V.; TEAKLE, I. A. L. *et al.* (2013b), *Modelagem de transporte de sedimentos coesivos parte 3: Testes de erosão e consolidação*, enviado para avaliação e possível publicação XX SBRH – Simpósio Brasileiro de Recursos hídricos. Bento Gonçalves – RS.

- BOTELHO, D.A. & IMBERGER, J. (2007). Dissolved oxygen response to wind-inflow interactions in a stratified reservoir. *Limnology and Oceanography* 52(5): 2027-2052.
- CARMACK, E.C.; GRAY, C. B. J.; PHARO, C.H.; DALEY, R.J. (1979). Importance of lake-river interaction on seasonal patterns in the general circulation of Kamloops Lake, British Columbia. *Limnology and Oceanography*, 24(4), 634-644.
- CARVALHO, N. O. (2008). *Hidrossedimentologia Prática*. 2ª Edição. Ed. Interciência, RJ.
- CHAPRA, S.C. (2008). *Surface Water-Quality Modeling*, Waveland Press.
- FISCHER, H.B., LIST, E. J., KOH, R. C. Y., *et al.* (1979). *Mixing in Inland and Coastal Waters*. Academic Press.
- FRINGER, O.B., ARMFIELD, S. W. & STREET, R. L. (2005). Reducing Numerical Diffusion in Interfacial Gravity Wave Simulations, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 49 (3): 301-329, doi: 10.1002/flid.993.
- GUARD P., NIELSEN C., RYAN P., TEAKLE I. (2013). *Parameter sensitivity of a 2D finite volume hydrodynamic model and its application to tsunami simulation*. Artigo aceito para publicação em: 35th IAHR World Congress, Chengdu, China, 8 a 13 de Setembro de 2013.
- HIPSEY, M.R.; ANTENUCCI, J.P.; BROOKES, J.D.; *et al.* (2004). A three dimensional model of Cryptosporidium dynamics in lakes and reservoirs: A new tool for risk management. *International Journal of River Basin Management*, 2(3): 181-197.
- HUANG, J.; HILLDALE, R.C.; BLAIR, P.G. (2006), Cohesive Sediment Transport In: *Erosion and Sedimentation Manual*, U.S. Bureau of Reclamation.
- KRONE, R.B. (1962). *Flume studies of the transport of sediment in estuarial shoaling processes*. Relatório Técnico, Hydraulic Engineering Laboratory, University of California, Berkeley, California.
- MEHTA, A.J., HAYTER, E.J., PARKER, W.R., *et al.* (1989), Cohesive Sediment Transport Model. I. Process Description. *Journal of Hydraulic Engineering*, 115(8): 1076-1093.
- MORRIS, G.L. & FAN, J. (2010). *Reservoir Sedimentation Handbook – Design and Management of Dams, Reservoirs, and Watersheds for Sustainable Use*. McGraw-Hill Book Co., New York. Electronic Version Ver. 1.04 December 2010.
- MUNK, W.H. & ANDERSON, E.R. (1948). Notes on the Theory of the Thermocline. *Journal of Marine Research* 7: 276-295.
- NICHOLSON, J. & O’CONNOR, B.A. (1986). Cohesive Sediment Transport Model. *Journal of Hydraulic Engineering*, 112(7): 621-640.
- RICHARDSON, J.F. & ZAKI, W. N. (1954). Sedimentation and fluidisation. Part 1. *Transactions of the Institution of Chemical Engineering* 32:35-53.
- SMAGORINSKY, J (1963). General circulation experiments with the primitive equations, i. the basic experiment. *Monthly Weather Review*", 91: 99-164.
- UMLAUF L., BURCHARD, H. & BOLDING, K, (2005). *GOTM - Scientific Documentation Version 3.2*. Institute für Ostseeforschung.
- WINTERWERP, J.C. & Van KESTEREN, W.G.M. (2004). Introduction to the physics of cohesive sediment in the marine environment. Elsevier.