

Modelagem hidrodinâmica tridimensional em canais utilizando o modelo de turbulência k- ϵ

Francisco de Assis de Souza Filho

Universidade Federal do Ceará, Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental. assis@ufc.br

Erika da Justa Teixeira Rocha

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará – IFCE. erikadajusta@ifce.edu.br

Ernesto da Silva Pitombeira e Iran Eduardo Lima Neto

Universidade Federal do Ceará, Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental. glauber@ufc.br. iran@ufc.br

Recebido: 20/09/12 - revisado: 04/09/13 - aceito: 23/07/14

RESUMO

Modelos têm sido testados para avaliar a turbulência em canais. O código computacional desenvolvido neste trabalho é baseado no modelo k- ϵ tridimensional isotrópico, que possui vantagens como a simplicidade de operação e o baixo custo computacional. O código foi aplicado na modelação tridimensional hidrodinâmica do escoamento em canais. As simulações realizadas foram comparadas a dados experimentais disponíveis na literatura, demonstrando excelente aderência. Portanto, o código desenvolvido apresenta-se como uma ferramenta prática para a predição do escoamento em canais.

Palavras Chave: Modelo de turbulência k- ϵ . Hidrodinâmica de canais.

INTRODUÇÃO

A turbulência é o mais complexo fenômeno do movimento dos fluidos, sendo também o mais comum. Rodi (1980) afirmou que na hidráulica, assim como em outras áreas da mecânica dos fluidos, todos os escoamentos de interesse prático são turbulentos.

A hidráulica experimental clássica, quando divorciada da teórica hidrodinâmica do século XIX, formulou representações do escoamento médio em canais através de equações como a de Chézy, Manning e Darcy-Weisbach. Estes equacionamentos são válidos para os fenômenos unidimensionais, macroscópicos e globais, não sendo, porém, razoáveis na representação de fenômenos multidimensionais e com características pontuais no domínio do escoamento. Estes escoamentos multidimensionais são modelados em diversos problemas práticos, tais como hidrodinâmica de decantadores, despejos pontuais em corpos hídricos, transporte de sedimentos e obras hidráulicas, antes de domínio exclusivo dos modelos físicos reduzidos.

A hidrodinâmica, até os trabalhos de Prandtl sobre camada limite, era incapaz de resolver problemas em escoamentos não potenciais e com fluidos não viscosos, distanciando-se assim das necessidades práticas da engenharia. A partir do advento da teoria da camada limite e do posterior desenvolvimento dos modelos de representação da turbulência, tanto no ponto de vista teórico como experimental, bem como das possibilidades proporcionadas pela informática, tornou-se viável a aplicação dos modelos hidrodinâmicos de turbulência na engenharia (KUNDU; COHEN, 2002). Assim, as três fontes de desenvolvimento de modelos de turbulência são o desenvolvimento dos materiais e métodos experimentais, o desenvolvimento dos modelos numéricos do ponto de vista teórico e os avanços

dos métodos numéricos associados ao desenvolvimento dos computadores digitais.

Conforme mencionado em Bernard e Wallace (2002), o desenvolvimento teórico dos modelos numéricos de turbulência tem seu marco inicial nos trabalhos de Prandtl, sobre camada limite, e de Kolmogorov, com a sua tese de isotropia local da turbulência. Mais recentemente, foram desenvolvidos importantes trabalhos produzidos no laboratório de Los Alamos e no Departamento de Engenharia Mecânica do Imperial College nas décadas de 60 e 70, descritos em artigos como Harlow e Nakayama (1967), que propuseram um modelo de turbulência com duas equações de transporte de propriedades turbulentas. Launder e Spalding (1972) fizeram uma comparação do ponto de vista teórico e numérico dos modelos de turbulência de duas equações de transporte e propuseram o k- ϵ como o mais adequado. Posteriormente, Launder et al. (1975) propuseram o modelo de tensões algébricas, fugindo ao domínio da tradição de modelos que operam a partir da teoria da viscosidade turbulenta.

Neste contexto, os modelos de turbulência chegaram aos domínios da Engenharia Civil através dos trabalhos de pesquisadores que se aglutinaram em torno do nome de Wolfgang Rodi, realizando diversas aplicações em hidráulica de canais (RASTOGI; RODI, 1978; NAOT; RODI, 1982). Posteriormente, novos modelos de turbulência foram desenvolvidos, não apenas aprimorando a modelagem numérica da hidrodinâmica em canais (KRISHNAPPAN; LAU, 1986; EIGER, 1991; NAOT et al., 1993; GHAMRY; STEFFLER, 2005), mas também produzindo novas aplicações como modelagem de ressaltos hidráulicos (LONG et al., 1991), modelagem do transporte de sedimentos (NAKAGAWA et al., 1991; SHUWONG; JIREN, 1991; LAI, 2006), modelagem da hidrodinâmica de reservatórios estratificados (YOUNG, 2002) e modelagem da dispersão de poluentes

em corpos hídricos (DOW et al., 2009).

Dentre os vários modelos existentes na atualidade, o modelo computacional k-ε, desenvolvido inicialmente por Rodi (1980) para turbulência completamente desenvolvida, apresenta vantagens como a simplicidade de operação e o baixo custo computacional, quando comparado a outros modelos como o de simulação direta (*Direct Numerical Simulation - DNS*) e o de simulação de grandes vórtices (*Large Eddy Simulation - LES*), por exemplo. Assim o referido modelo permanece o mais amplamente utilizado na atualidade para predição de escoamentos turbulentos (BERNARD; WALLACE, 2002).

No presente trabalho, desenvolveu-se um código computacional para a modelagem de escoamentos tridimensionais em canais com base no modelo k-ε.

MODELAGEM HIDRODINÂMICA EM CANAIS

As equações que descrevem o escoamento turbulento médio são as equações de Reynolds. No entanto, estas equações não constituem em si um sistema fechado, não possui o número de equações igual ao número de incógnitas. Para o referido sistema de equações se tornar fechado é necessário a utilização de entradas empíricas; por este motivo os cálculos baseados nas equações do escoamento médio são ditos semi-empíricos (RODI, 1980). As equações de Reynolds podem ser escritas, sob a notação tensorial de Einstein, como segue:

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \overline{u_i u_j} \right) + g_i \quad (1)$$

onde: U_i é a velocidade média temporal do escoamento em um ponto, na direção x_i , ν é a viscosidade cinemática, g_i é a componente da força de campo, P é a pressão, $\overline{u_i u_j}$ é o tensor de Reynolds (representado pela média do produto entre as flutuações turbulentas das velocidades) e os subíndices i e j são as dimensões do escoamento.

Soma-se à equação (1) a equação da conservação da massa (equação da continuidade) para escoamentos incompressíveis:

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

O modelo da viscosidade turbulenta

Uma das formas de fechar o sistema de equações (1) e (2) é modelar as tensões de Reynolds, conhecido como teoria da viscosidade turbulenta, que apesar de todas as críticas, é a mais utilizada e fornece bons resultados. A equação para escoamentos isotrópicos pode ser escrita na forma:

$$-\overline{u_i u_j} = \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (3)$$

sendo ν_t a viscosidade turbulenta.

O modelo da viscosidade turbulenta transfere a indeterminação do sistema do produto cruzado das flutuações turbulentas para a viscosidade turbulenta.

A equação 3 representa o trabalho realizado pelas tensões de Reynolds no escoamento médio. Na equação de transporte da energia cinética turbulenta (k), ele aparece como um termo 'fonte'; porém, na equação do transporte do momento médio, ele é um 'sorvedouro', representando a taxa de transferência de energia do escoamento médio para os turbilhões. Esta taxa de transferência esta associada à dissipação de energia (perda de carga) que é realizada nos turbilhões.

Equações de transporte de propriedades turbulentas

O modelo k-ε, implementado neste trabalho, equaciona a viscosidade turbulenta através de duas propriedades do escoamento turbulento: a energia cinética turbulenta (k) e a dissipação turbulenta (ϵ). O modelo utiliza como escala para as flutuações turbulentas de velocidade a raiz quadrada da energia cinética turbulenta e como escala de comprimento característico dos turbilhões uma função da dissipação e da energia cinética turbulenta. As definições descritas acima podem ser encontradas em Bernard e Wallace (2002).

A correlação que define a taxa de dissipação de k é constituída por produtos de derivadas das flutuações de velocidade, desconhecidas a priori. É necessário, portanto, modelar este termo.

A equação para a viscosidade turbulenta (ν_t) desenvolvida a partir da equação de Komogorov-Prandtl é descrita, neste caso, como:

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (4)$$

sendo C_μ é um parâmetro do modelo k-ε.

A energia cinética turbulenta (k) tem sua distribuição espacial e quantificação em relação com o escoamento médio descrita pela equação:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U_i \frac{\partial k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) + P - \epsilon \quad (5)$$

onde σ_k é o coeficiente de fechamento.

Na equação 5, P é a produção de turbulência devido às tensões de Reynolds.

A equação de k não pode ser empregada diretamente em modelos de turbulência. Ela apresenta correlações que envolvem flutuações de velocidade que são desconhecidas. Para cada termo desconhecido é necessário o desenvolvimento de um modelo matemático para que a equação de transporte de k possa ser resolvida.

A equação de transporte de ϵ , com seus termos modelados, é descrita por:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + U_i \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right) + c_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} P - c_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (6)$$

sendo: $c_{1\varepsilon}$, $c_{2\varepsilon}$ e σ_ε os coeficientes de fechamento.

O significado de cada termo apresentado nas equações 5 e 6 é detalhado em Rodi (1980).

A produção de turbulência P ocorre a partir da transferência de energia cinética turbulenta do escoamento médio para as flutuações turbulentas, através da cascata não linear de energia (KUNDU; COHEN, 2002). Neste trabalho, considerando a hipótese de escoamento uniforme e que é desprezível a produção de turbulência do escoamento secundário com relação ao escoamento primário, obtém-se a seguinte equação para a produção de turbulência:

$$P = v_t \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 \quad (7)$$

Os coeficientes das equações de transporte de turbulência do modelo k-ε (equações 5 e 6) são as entradas empíricas do modelo e têm seus valores condicionados às especificidades do processo em que foram determinados, os mesmos postos em função dos parâmetros do escoamento. Os valores dos referidos coeficientes são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 - Coeficientes empíricos do modelo k-ε

	C_μ	$C_{1\varepsilon}$	$C_{2\varepsilon}$	σ_k	σ_ε
Launder e Spalding (1973)	0,09	1,44	1,92	1,0	1,3
Markatos (1986)	$0,09f_2(P/\varepsilon)$	1,43	1,94	1,0	1,3
Rodi (1980)	$f(P/\varepsilon)$	1,44	1,92	1,0	1,3

O modelo k-ε padrão é baseado na hipótese de que a viscosidade turbulenta é a mesma para todas as tensões de Reynolds (viscosidade turbulenta isotrópica). Esta hipótese é grosseira em alguns tipos de escoamento. O modelo k-ε pode ser refinado para contemplar a anisotropia, introduzindo o chamado modelo algébrico de tensões, que modifica a relação da viscosidade turbulenta e a expressão de Kolmogorov-Prandtl de forma que possibilite a representação da anisotropia (RODI, 1980; BERNARD; WALLACE, 2002).

Modelação do contorno para as variáveis turbulentas

O escoamento foi modelado com a hipótese de perfil logarítmico para a distribuição de velocidades nas suas proximidades, pois na região definida pelo intervalo esta hipótese é válida segundo os dados experimentais, como em Nezu e Rodi (1986).

Na região de validade do perfil logarítmico, são válidas para as variáveis apresentadas nas equações 8 e 9:

$$k_P = \frac{u_*^2}{\sqrt{C_\mu}} \quad (8)$$

$$\varepsilon_P = \frac{u_*^3}{\kappa y_w} \quad (9)$$

onde: C_μ é um parâmetro do modelo k-ε igual a 0,09; y_w é a distância à parede do primeiro nó das variáveis da turbulência na malha alternada, κ é a constante de Von Kármán, adotado neste trabalho igual a 0,41 e u_* é a velocidade de atrito.

Estas expressões são utilizadas para definir os valores de k e ε no primeiro nó da malha alternada e que deverá, por construção da malha, estar na região de validade das hipóteses do perfil logarítmico.

Associação da rugosidade ao contorno sólido

A associação da rugosidade ao contorno foi realizada seguindo os indicativos de Naot e Rodi (1982), que sugeriram, após o cálculo do campo de velocidades, calcular a velocidade de atrito (v) de forma iterativa, pela equação 10:

$$u_* = \frac{\kappa U}{\ln \left(G \frac{y u_*}{v} \right)} \quad (10)$$

onde G é um parâmetro que caracteriza a rugosidade, $G = 9,0$, e neste trabalho é adotado para escoamentos hidraulicamente lisos.

Conhecendo-se os valores da velocidade de atrito, calcula-se a energia cinética turbulenta e a dissipação turbulenta. Estes valores de k e ε são utilizados como contornos para o cálculo dessas variáveis no restante do domínio. Neste procedimento utilizou-se complementarmente o princípio da aderência para o contorno da parede. A aderência foi modelada com o contorno “no-slip”, sendo este o ponto frágil da interpretação do modelo para o contorno sólido proposto por Naot e Rodi (1982).

Os escoamentos em que se testará a hipótese de parede com rugosidade, serão escoamentos dentro da faixa de escoamentos hidraulicamente rugosos. O valor de G para escoamentos totalmente rugosos pode ser obtido, segundo Lau e Krishnappan (1981), pela equação 11:

$$G = \frac{30,1v}{u_* k_s} \quad (11)$$

onde k_s representa o comprimento característico da rugosidade.

Esta formulação foi adotada também para escoamentos hidraulicamente lisos. Neste caso, o método citado no item anterior tem a vantagem de não necessitar utilizar o princípio da aderência, traduzido numericamente pelo contorno “no-slip”.

A hipótese “no-slip” danifica a suposição de perfil logarítmico próximo à parede já que induz a uma distribuição

linear de velocidades nesta região. Mas a formulação do item anterior tem duas desvantagens, a primeira é a necessidade de utilizar dois ou mais pontos internos da malha para definir a derivada, impondo-se que estes pontos estejam dentro da região de validade do perfil logarítmico, além de criar fortes inconvenientes no caso de escoamento com recirculação. A segunda desvantagem é que o processo de convergência torna-se bem mais lento na formulação do item anterior quando a parede é rugosa, pois, ao invés da rugosidade interagir com todas as variáveis em cada iteração, como se dá na formulação de Naot e Rodi (1982), ela influencia apenas o campo de velocidades.

Contorno da superfície livre

Duas hipóteses podem ser utilizadas para definir o contorno da superfície livre. A primeira e mais natural é supor simetria para todas as variáveis do equacionamento na superfície livre; esta hipótese traz consigo a agradável similaridade do contorno em duto forçado com plano de simetria. A segunda hipótese advém da suposição sobre o processo turbulento na superfície, e formula uma expressão para a dissipação turbulenta, como sendo uma função da energia cinética turbulenta na superfície. Variações desta hipótese podem ser encontradas nas formulações de Eiger (1990) por um lado e Lau e Krishnappan (1981) e Naot e Rodi (1982), por outro.

Neste trabalho, implementou-se a hipótese de simetria para as diversas variáveis turbulentas e também a segunda hipótese, como expressa por Lau e Krishnappan (1981), isto é, simetria para todas as variáveis na superfície, com exceção da dissipação turbulenta, que é calculada pela equação 12:

$$\varepsilon_s = \frac{C_\mu^{3/4}}{\kappa y_s} k_s^{3/2} \quad (12)$$

onde y_s é a distância do nó à superfície livre; muitos autores (por exemplo, NAOT; RODI (1982)) definem y_s como a distância a uma superfície virtual localizada 0,07H acima da superfície livre (onde H é a altura da lâmina d'água).

Algoritmo SIMPLE

O algoritmo SIMPLE tem uma silenciosa, mas explícita predileção da literatura. Este algoritmo recebeu atenção de diversos pesquisadores.

A formulação SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equation) foi proposta por Patankar e Spalding (1972) para a resolução de escoamentos regidos por equações diferenciais parabólicas; nesses escoamentos, as condições de montante determinam as condições de jusante, e as condições de jusante não influenciam as características de montante.

Raithby e Schneider (1979) estudaram o acoplamento pressão-velocidade realizado pelo SIMPLE e formularam diversas proposições com vistas a melhoria deste algoritmo.

Patankar (1980) implementou alterações no método, capacitando-o a resolver escoamentos regidos por equações diferenciais elípticas, isto é, escoamentos em que há uma influência

de todo o domínio. Patankar (1980) propôs outra versão para o SIMPLE (SIMPLER - SIMPLE Revisado), outras modificações também foram propostas por Doorval e Raithby (1984).

O algoritmo SIMPLE, em suas diversas formas, receberá atenção especial na metodologia onde procurar-se-á deduzi-lo.

Modificações mais substanciais foram realizadas no SIMPLE dando origem ao algoritmo PISO. Wanik e Snell (1989) realizaram uma comparação entre estes dois algoritmos e conclui que o SIMPLE é menos efetivo que o PISO no caso do “swirlingflow”.

Malha de discretização

A discretização do domínio tem grande influência na solução numérica do modelo. Esta influência se deve tanto as dimensões, como a forma que as variáveis do equacionamento encontram-se distribuídas.

A malha alternada discretiza os componentes da velocidade em pontos diferentes. Este tipo de malha previne oscilações numéricas no campo de pressão (PATANKAR, 1980).

A malha alternada tem como embasamento físico o volume de controle.

Crítérios para seleção de um esquema numérico adequado

Patel et al. (1987) listaram uma série de atributos que possibilitassem a parametrização para a seleção do esquema numérico mais adequado. Este esquema deve ser conservativo, não difusivo e incondicionalmente convergente. Estes atributos podem ser contemplados a partir da observância das seguintes características:

- O fluxo que sai pela face de uma célula é o mesmo que adentra pela face comum na célula adjacente;
- O princípio da conservação de massa deve ser garantido;
- Os coeficientes para os nós adjacentes na equação algébrica representativa devem ter o mesmo sinal, para assegurar a dominância da diagonal da matriz dos coeficientes;
- Na ausência de fontes e condições de contorno a soma dos coeficientes dos nós adjacentes (α_{nb}) deve ser igual ao coeficiente do ponto sob equacionamento (α_p):

$$\alpha_p = \sum \alpha_{nb} \quad (13)$$

- A razão entre a soma acima mencionada e o coeficiente do ponto deve ser maior ou igual a um em todas as equações e maior que um em pelo menos uma equação. Esta condição é suficiente para a convergência.

O esquema de discretização utilizado foi o Híbrido proposto por Patankar (1980).

Linearização do termo fonte e sumidouro nas equações do modelo de turbulência

A primeira proposta de linearização do termo fonte ou sumidouro (termos algébricos não lineares) foi desenvolvê-lo em série de Taylor em torno do valor de B (fonte ou sumidouro) calculado com os valores de ϕ da iteração anterior:

$$B^{Novo} = B^{Velho} + \left(\frac{dB}{d\phi}\right)(\phi^{Novo} - \phi^{Velho}) \quad (14)$$

Com esta expressão teríamos o termo B como uma função linear do ϕ a ser calculado (ϕ^{Novo}) e do ϕ da iteração anterior (ϕ^{Velho}).

Logo se observou que este tipo de discretização, mesmo utilizando o melhor princípio numérico de linearização, não garante que as variáveis no processo de cálculo sejam sempre positivas, e k e ε, por definição, são sempre positivas, como também não garante estabilidade numérica.

Devido a esses fatos, adotou-se a linearização proposta por Patankar (1980).

As diversas equações de transporte (quantidade de movimento, k e ε) podem ser escritas na forma geral:

$$u \frac{\partial \phi}{\partial x} + v \frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + B \quad (15)$$

sendo B linearizado como:

$$B = B_C + B_P \phi_P \quad (16)$$

e seus coeficientes podem ser descritos como mostra na Tabela 2.

Tabela 2 - Linearização das equações do modelo k-ε

ϕ	Γ	B_c	B_P
U	$v+v_\tau$	$-\frac{\partial P}{\partial x}$	-
V	$v+v_\tau$	$-\frac{\partial P}{\partial y}$	-
k	$(v+v_\tau)/\sigma_k$	$1,5P$	$-\frac{\varepsilon}{k} - 0,5 \frac{P}{k}$
ε	$(v+v_\tau)/\sigma_\varepsilon$	$C_1 \frac{\varepsilon}{k} P$	$-C_2 \frac{\varepsilon}{k}$

AVALIAÇÃO DO MODELO

Dados Básicos

Os dados utilizados foram do experimento de Steffler *et al.* (1983), utilizando LDA. A Tabela 3 resume as características hidráulicas gerais do experimento realizado em canal retangular de 1,143 m de base.

Tabela 3 - Dados do experimento de Steffler et al. (1983).

Medida	1	2	3
y (mm)	146	255	93
Q (m ³ /s)	0,126	0,126	0,032
R (mm)	116	161	80
B/D	7,83	5,08	12,3
S ₀	1,2E-3	2,3E-4	2,3E-4
Froude	0,63	0,33	0,32
Reynolds	8,5E4	8,5E4	2,3E4

onde y é a profundidade média, Q é a vazão, R é o raio hidráulico, B/D é a razão de aspecto e S₀ é a declividade.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Perfil de velocidades

A Figura 1, 2 e 3 apresenta os resultados das medidas e previsões dos modelos dos campos de velocidades para o experimento RUN1.

A Figura 4 mostra o erro da simulação oriundo da previsão do campo de velocidade pelo modelo numérico. O erro apresentou-se menor que 5% na região interior do escoamento e podendo chegar a 20% na região próxima as paredes laterais. O erro foi calculado utilizando-se a equação 17.

$$\text{Erro} = \frac{(U_{calculada} - U_{experimento})}{U_{experimento}} \quad (17)$$

onde U é a velocidade.

As Figuras de 5 a 9 apresentam os resultados das medidas e previsões dos modelos dos campos de velocidades para os experimentos RUN2 e RUN3. Observa-se que o erro de previsão nestes experimentos próximo as paredes laterais são menores que observados em RUN1. O erro médio ocorrido na região central do escoamento é sempre menor que 5%.

A observação das isotácas mostra a incapacidade do modelo para prever a diminuição da velocidade próxima à superfície do escoamento na região próxima às paredes laterais. Este fato é devido ao fato do modelo de turbulência utilizado ser isotrópico e esta diminuição na velocidade tem sua motivação na anisotropia turbulenta.

Observa-se que a região onde não há influência da corrente secundária o erro na avaliação da Velocidade U é menor. Estas correntes têm maior intensidade na região que está confinada a distância das paredes laterais de duas vezes o valor da profundidade máxima.

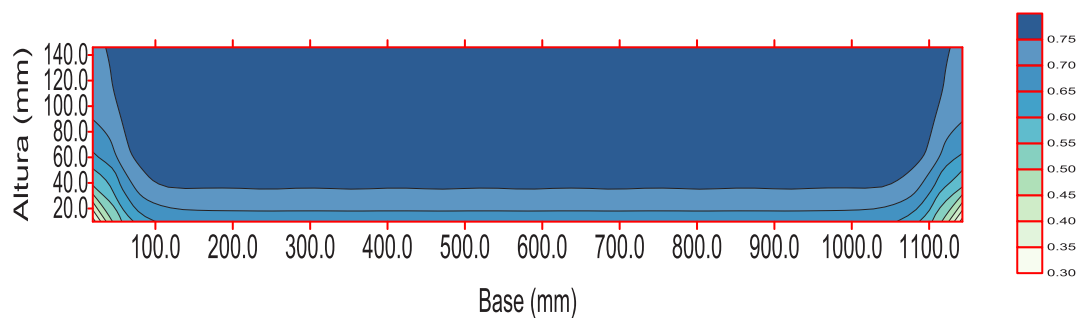


Figura 1 - Perfil de velocidade (cm/s) da simulação RUN1

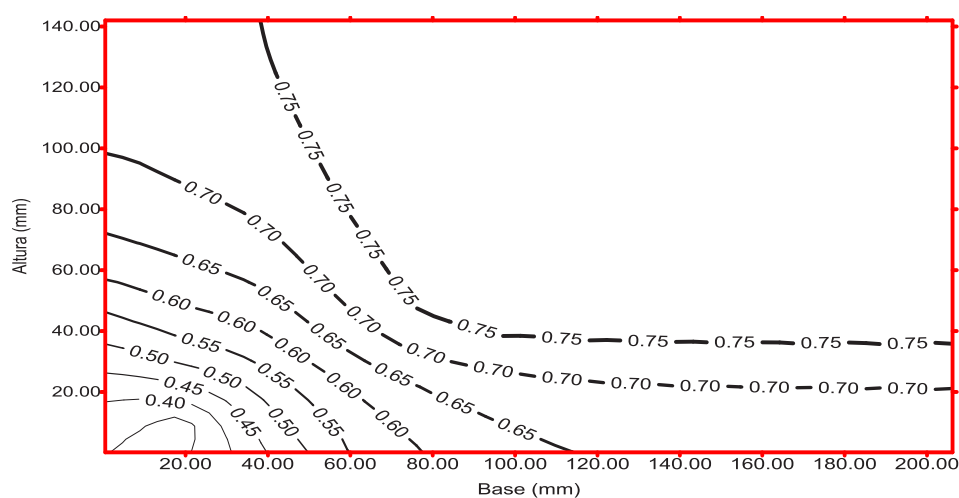


Figura 2 - Perfil de velocidade (cm/s) da simulação RUN1 próximo à parede lateral

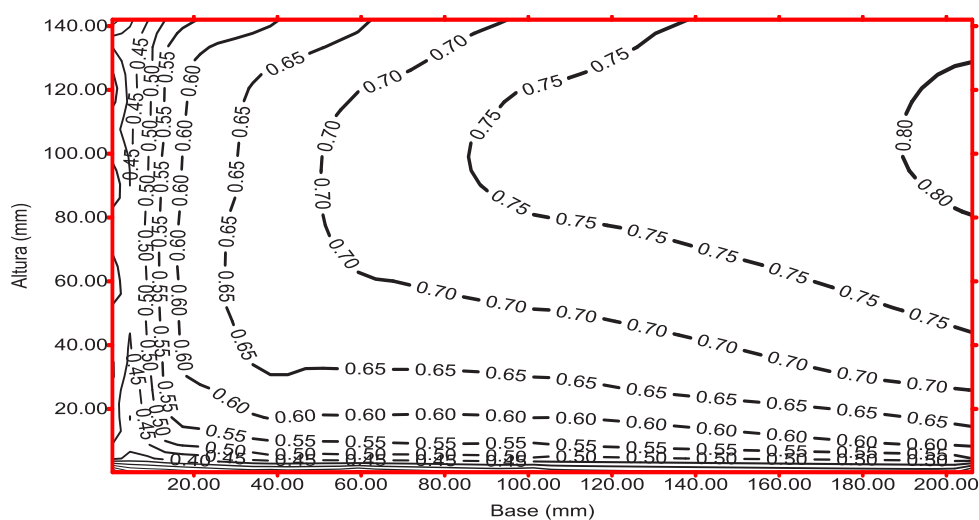


Figura 3 - Perfil de velocidade (cm/s) da simulação RUN1 medidos por Stefler et al. (1983)

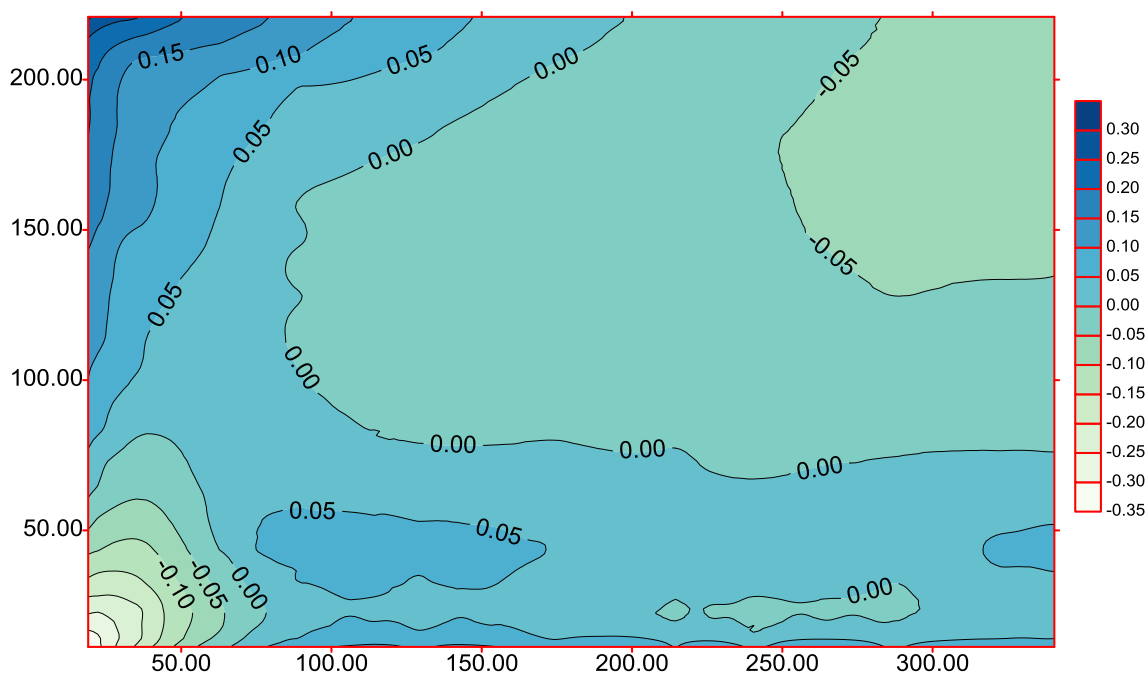


Figura 7 - Erro na previsão próximo a parede do perfil de velocidades (cm/s) do experimento RUN 2

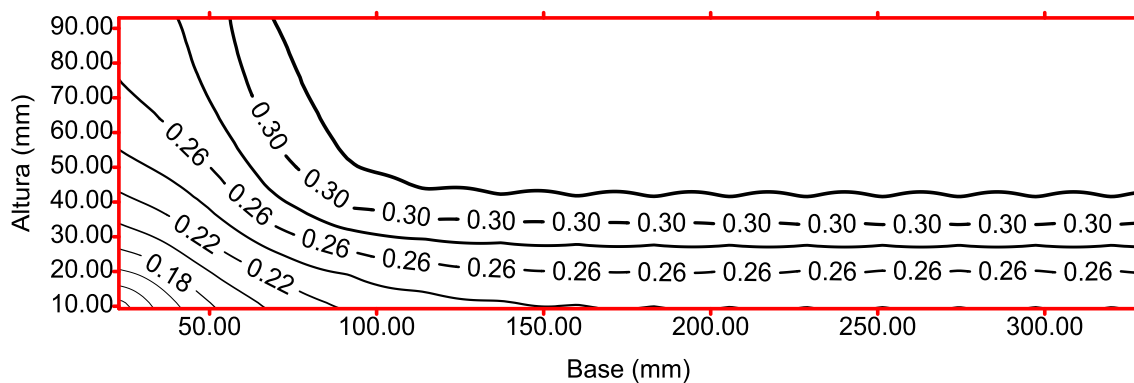


Figura 8 - Perfil de velocidades (cm/s) da simulação RUN 3

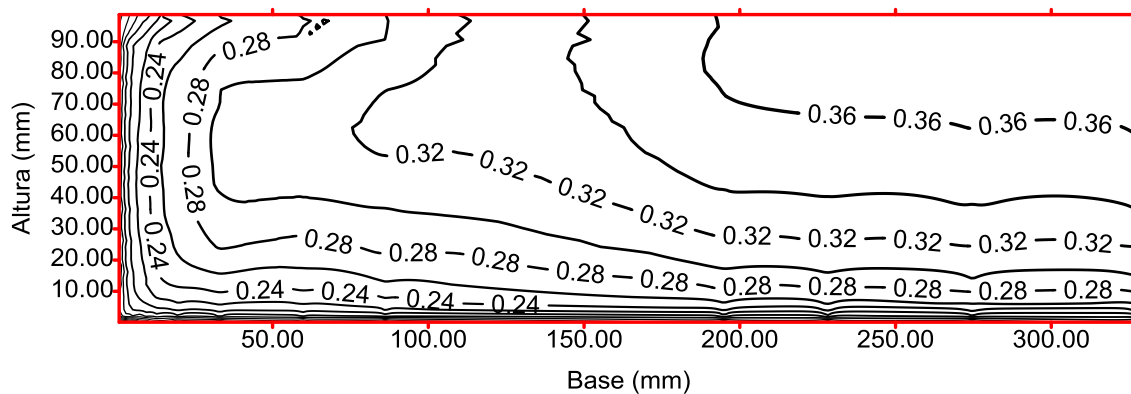


Figura 9 - Perfil de velocidades (cm/s) da simulação RUN 3 medidos por Stefler et al. (1983)

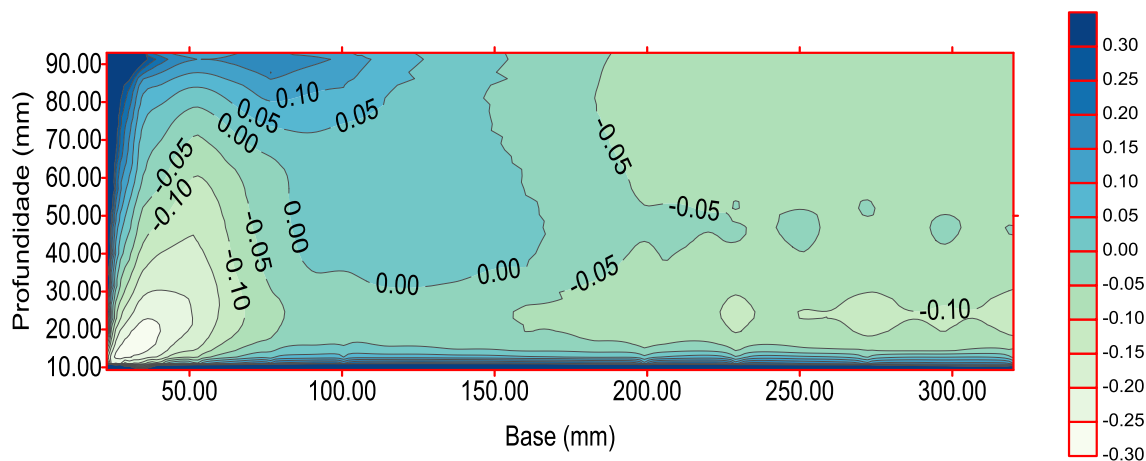


Figura 10 - Erro na previsão próximo a parede do perfil de velocidades (cm/s) do experimento RUN 3

Variação longitudinal da Pressão

A Figura 11 apresenta o gráfico da taxa de variação da pressão com a distância da seção de entrada do canal para as simulações numéricas do Experimento RUN1. Observa-se que a variação da pressão é assintótica ao valor 1.5 Pa/m estando o escoamento em regime praticamente uniforme na seção distante 14m da entrada (seção onde foram realizadas as medidas no experimento).

Tensões nas Paredes

A Tabela 4 apresenta os valores da velocidade friccional e da tensão para os valores dos experimentos e simulados. A velocidade de atrito para o experimento foi calculada pela equação 18.

$$u_* = \sqrt{gR_hS_o}$$
 (18)

As Figuras de 12 a 14 apresentam a distribuição das tensões no fundo do canal.

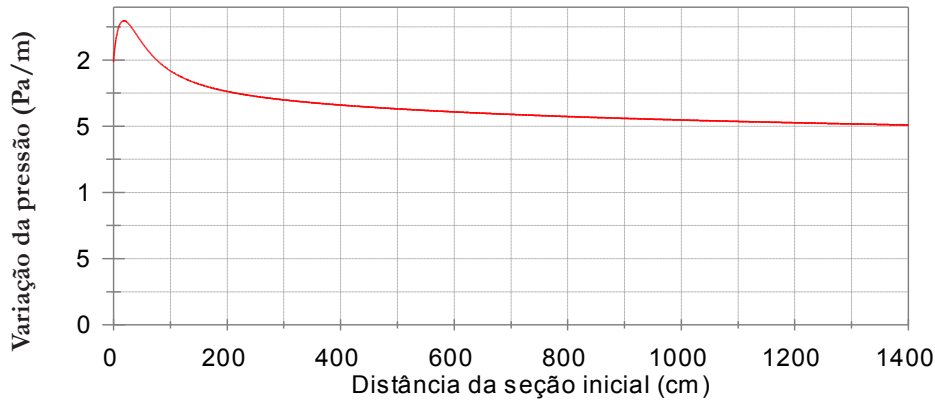


Figura 11 - Variação longitudinal da pressão simulação RUN1

Tabela 4 - Distribuição das tensões da simulação e dos experimentos para todos os casos considerados

RUN	u_* (cm/s)			τ (Pa)
	Medido	Simulado	Erro (%)	Medido
1	3,69	3,611	2,1	1,366
2	1,92	2,334	21,6	0,370
3	1,34	1,419	5,9	0,181

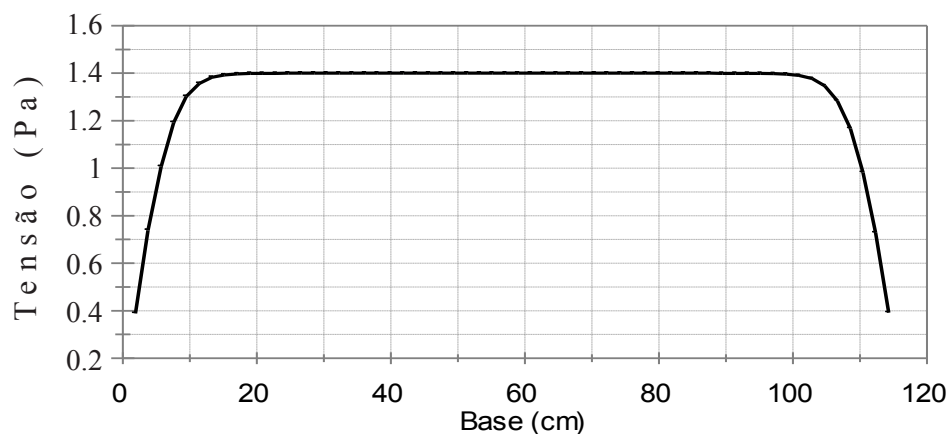


Figura 12 - Distribuição de tensões na parede do fundo simulação RUN1

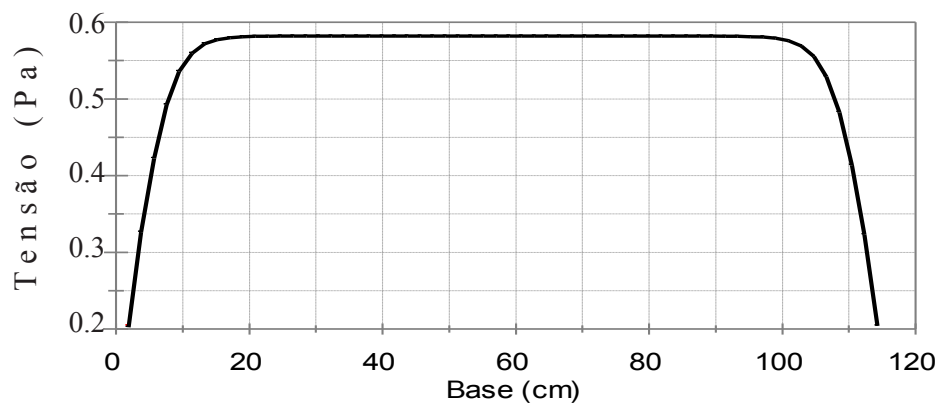


Figura 13 - Distribuição de tensões na parede do fundo simulação RUN2

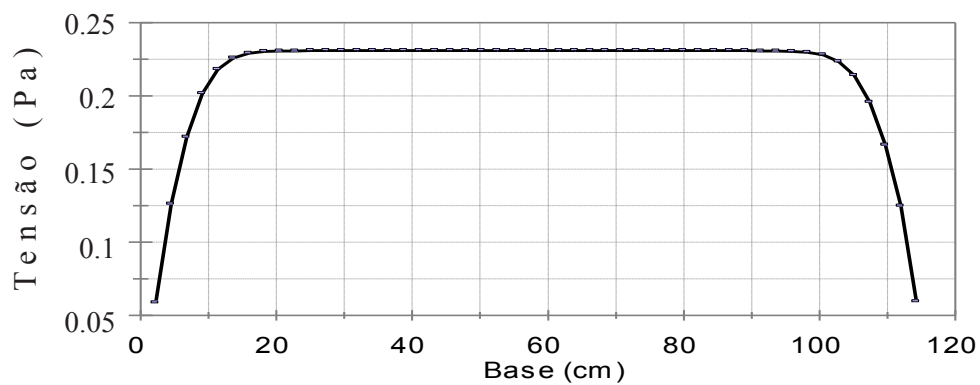


Figura 14 - Distribuição de tensões na parede do fundo simulação RUN3

Energia Cinética e Dissipação Turbulenta

As Figuras 15 a 19 apresentam o comportamento da energia cinética e da dissipação turbulenta na região central do canal obtida nas simulações dos três experimentos. Observa-se um comportamento semelhante para a variação destas variáveis nos três experimentos. A dissipação e a energia cinética apresentaram duas regiões com comportamentos distintos. A primeira na região próxima a superfície sólida onde a energia cinética e a viscosidade turbulenta decrescem e a segunda na região central

do escoamento onde estas variáveis são constantes ou apresentam pequenas variações. A visualização do comportamento da energia cinética e dissipação nos gráficos sugere que, na região próxima a parede, a variação destas propriedades sejam regidas por equação similar às Equações 19 e 20 como já apresentada por Souza Filho e Righetto (1995). Com β menor que zero caracterizando um decaimento das variáveis turbulentas. Este fato está associado ao fato das paredes serem o gerador principal de turbulência.

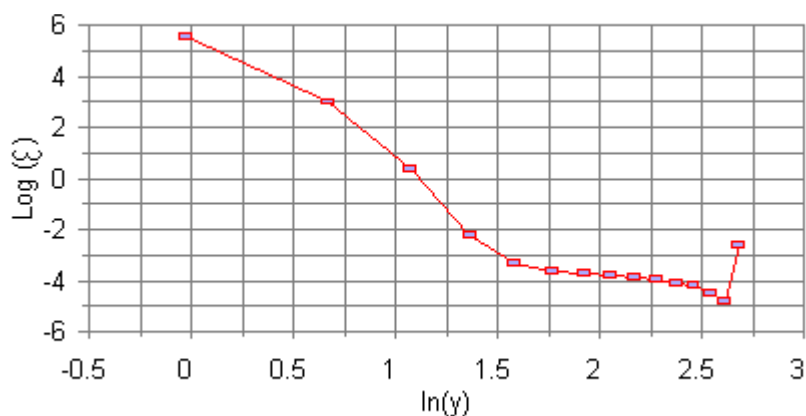


Figura 15 - Dissipação Turbulenta da Simulação RUN1

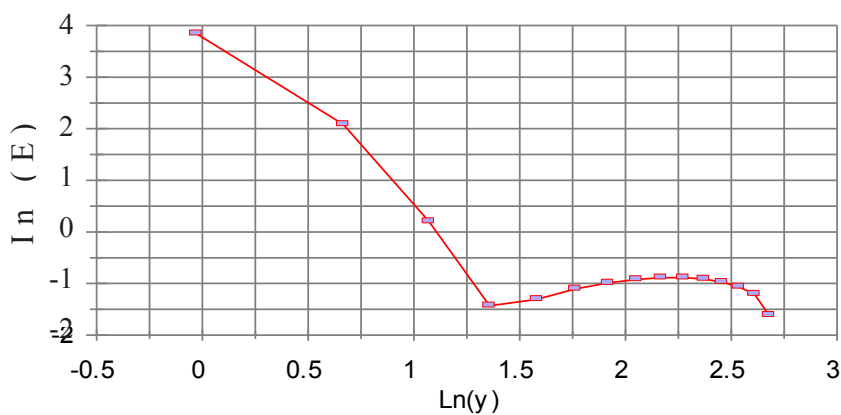


Figura 16 - Energia Cinética Turbulenta RUN1

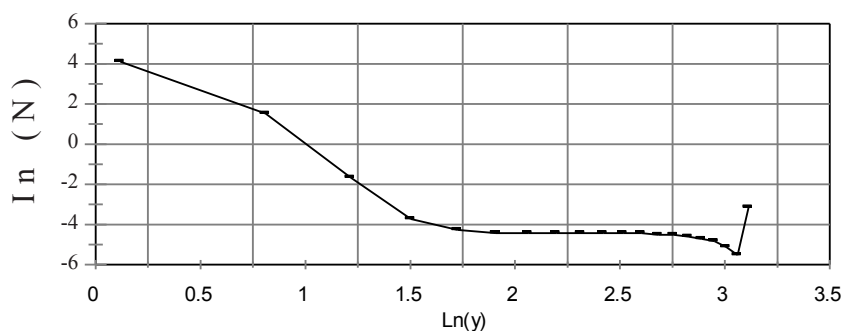


Figura 17 - Dissipação Turbulenta (D) da Simulação RUN2

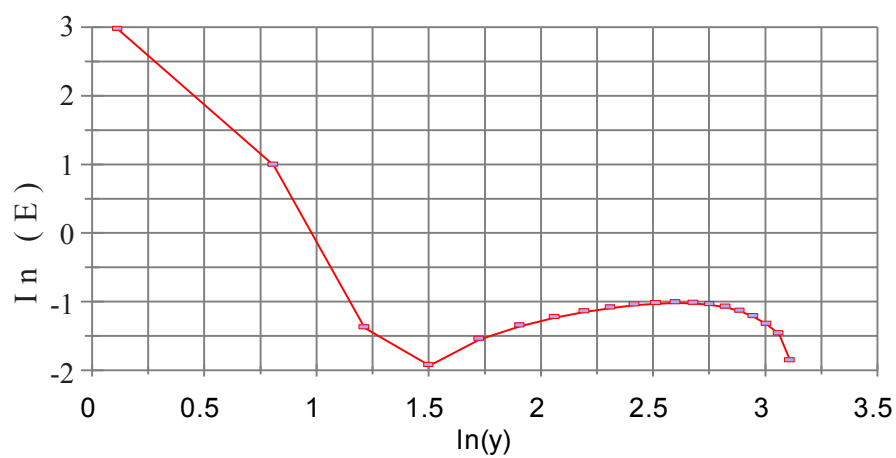


Figura 19 - Dissipação Turbulenta (D) da Simulação RUN3

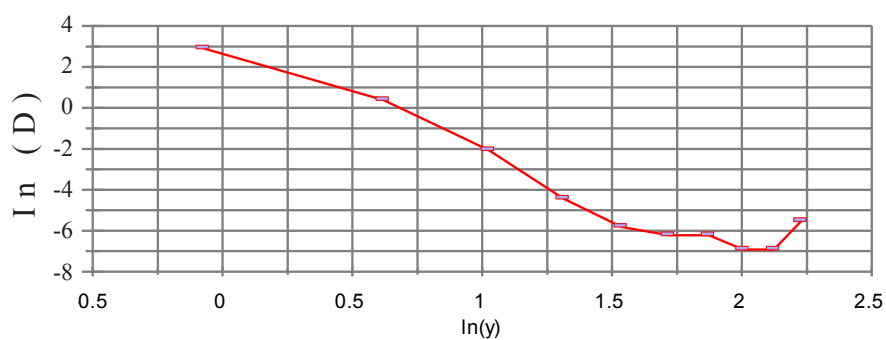


Figura 18 - Energia Cinética Turbulenta RUN2

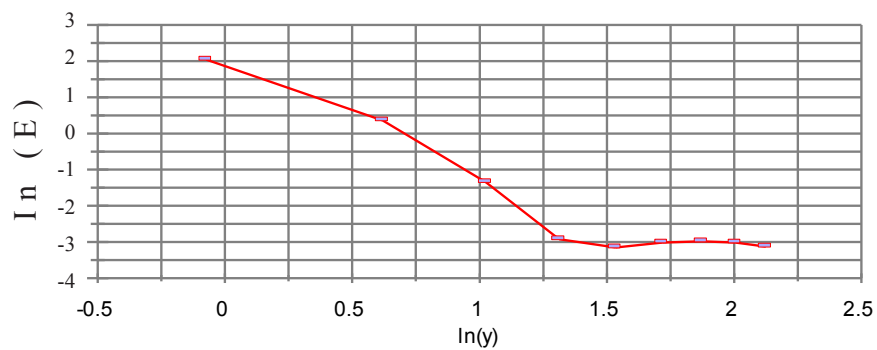


Figura 20 - Energia Cinética Turbulenta da Simulação RUN3

CONCLUSÕES

O fenômeno do fluxo turbulento apresenta aspectos críticos para sua modelagem que tornam difícil uma solução perfeitamente aderente à realidade. Por exemplo, num fluxo turbulento muitas das quantidades de interesse como a energia cinética turbulenta, a dissipação e os campos de velocidade variam muito rapidamente no tempo e não podem ser adequadamente medidos. Na prática tudo o que pode ser medido em experiências de laboratório são médias, usualmente médias temporais. Estas médias são quantidades bem definidas e reproduzíveis. Isto leva ao conceito de soluções estatísticas das equações de Navier-Stokes e à ideia de ergodicidade que formam a base conceitual da maioria dos métodos oriundos da teoria de Kolmogorov para o espectro de turbulência isotrópica homogênea em três dimensões (FOIAS et al., 2001).

A questão decorrente é porque se devem empregar modelos descritos por equações perfeitamente determinísticas para representar o fluxo turbulento que exibe propriedades inegavelmente estatísticas por natureza? A resposta seria dada pelo grau aceitável de aderência macroscópica que o modelo possa representar da realidade, analisando-se os resultados do ponto de vista da engenharia.

Observando-se os resultados das simulações feitas empregando-se o modelo hidrodinâmico k- ϵ para o experimento de Steffler et al. (1983) em um canal retangular, verificou-se que esta aderência representada pelos perfis de velocidade das figuras 1 e 2 e a distribuição de tensões na parede do fundo indicadas na Tabela 2 e figuras 3 e 4, torna-se tanto melhor quanto menor o número de Froude do escoamento. Este resultado seria esperado uma vez que o escoamento sofre influência da anisotropia turbulenta causada pela circulação secundária, muito embora a razão de aspecto dos experimentos tenham sido superiores a cinco, e não se possa garantir a sua influência sobre todo o domínio do escoamento. Deduz-se obviamente que quanto mais próximo do padrão de escoamento isotrópico e viscosidade turbulenta melhor se torna a aderência do modelo k- ϵ aos dados experimentais.

O resultado do estudo mostra que o modelo hidrodinâmico k- ϵ demonstrou ser adequado para as simulações em canais retangulares. O algoritmo SIMPLE mostrou um excelente desempenho como preditor determinístico do fluxo turbulento.

REFERÊNCIAS

- BERNARD, P. S.; WALLACE, J. M. *Turbulent Flow: Analysis, Measurement and Prediction*. Wiley, 2002.
- DOORVAL, J.P.; RAYTHBY, G.D. *Enhancements of the SIMPLE method for predicting incompressible fluid flow*. Numerical Heat Transfer, v. 7, p. 147-163, 1984.
- DOW, K.; STEFFLER, P.M.; ZHU, D.Z. *Intermediate field mixing of wastewater effluent in the North Saskatchewan River*, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, v. 135, n. 1, p. 1-12, 2009.
- EIGER, S. *Simulação de escoamento uniforme em canais de seção composta com modelos de turbulência*. In: Congresso Latino Americano de Hidráulica. Anais. Montevideu, Uruguai, 1991. p-60-71.
- FOIAS, C.; MANLEY, O.; ROSA, R.; TEMAM, R. Navier-stokes equations and turbulence. Encyclopedia of Mathematics and its Applications 83. Cambridge: Cambridge University Press. 2001. 347p.
- GHAMRY, H.K.; STEFFLER, P.M. *Two dimensional depth-averaged modeling of flow in curved open channels*. Journal of Hydraulic Research, v. 43, n. 1, p. 44-55, 2005.
- HARLOW, F.H; NAKAYAMA, P.I. *Turbulence Transport Equation*, Physics of Fluids, v.10, n.11, p.2323-2332, 1967.
- KRISHNAPPAN, G.; LAU, Y.L. *Turbulence modeling of flood plain flows*, Journal of Hydraulic Engineering. v. 112, p. 251-266, 1986.
- KUNDU, P. K.; COHEN, I. M. *Fluid Mechanics*. Academic Press, 2002.
- LAI, Y.G. *Theory and User Manual for SRH-W*, version 1.1, Sedimentation and River Hydraulics Group, Technical Service Center, Bureau of Reclamation, Denver, CO 80225, 2006. website: www.usbr.gov/pmts/sediment.
- LAU, Y.L.; KRISHNAPPAN, G. *Ice cover effects on stream flows and mixing*, Journal of Hydraulic Engineering. n. 107, p. 1225-1242, 1981.
- LAUNDER, B.E.; REECE, G.J.; RODI, W. *Progress in the development of reynolds-stress turbulence closure*. J. of Fluid Mech., v. 69, p.537-566, 1975.
- LAUNDER, B.E.; SPALDING, D.B.; *Lectures in mathematical models of turbulence*. Academic Press, 1972.
- LONG, D.; STEFFLER, P. M.; RAJARATNAM, N. *A numerical study of submerged hydraulic jumps*, Journal of Hydraulic Research, v. 29, n. 3, 293-308, 1991.
- NAKAGAWA, H.; TSUJIMOTO, T.; SHIMIZU, Y. *Turbulence structure and suspended sediment in vegetated bed channel*. Environmental Hydraulics, Lee & Cheung (Eds.). Balkema, Rotterdam. 1991, p. 421-426.
- NAOT D; NEZU I. NAKAGAWA, H. *Hydrodynamic behavior of compound rectangular open channel*. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, v.119, p.390-408, 1993.
- NAOT, D.; RODI, W. *Calculation of secondary current in channel flow*. Journal of the Hydraulics Division, ASCE, 108, p.948-967, 1982.
- NEZU, I; RODI, W. *Open-channel flow measurements with a laser*

Doppler anemometer. Journal of the Hydraulics Division, v.112, p.335-355, 1986.

PATANKAR, S.V. *Numerical heat transfer and fluid flow*. Roma: McGraw-Hill, 1980.

PATANKAR, S.V; SPALDING, D.B. *A Calculation procedure for mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flow*. Int. J. Heat Mass Transfer, v.15, p.1787-1806, 1972.

PATEL, M.K.; CROSS M.; MARKATOS, N.C. “An evaluation of eleven discretization schemes for predicting elliptic flow and heat transfer in supersonic jets”, Int. J. Heat Mass Transfer, v. 30, p. 1907-1925, 1987.

RASTOGI, A.K.; RODI, W. Prediction of heat and mass transfer in open channel. *Journal of the Hydraulics Division*, v.104, p.397-420, 1978.

RAYTHBY, G.D; SCHNEIDER, G.E. Numerical solution of problems in incompressible fluid flow: treatment of the velocity-pressure coupling. *J. Numerical Heat Transfer*, v.2, p.417-440, 1979.

RODI, W. *Turbulence models and their application in hydraulics*, Ed. IAHR, Delft, 1980.

SHUNONG, Z.; JIREN, C. *Turbulence transport of river sediment with hyperconcentration*. Environmental Hydraulics, Lee & Cheung (Eds.). Balkema, Rotterdam. 1991, p.347-354.

SOUZA FILHO, F. A.; RIGETTO, A. M. *Modelo Tridimensional Isotrópico Para O Escoamento Em Canais*. In: SIMPÓSIO DA ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE RECURSOS HÍDRICOS, 11, 1995. Desenvolvimento Sustentável dos Recursos Hídricos. Recife: Associação Brasileira de Recursos Hídricos. v. 4, p. 245-250.

STEFFLER, P.M , RAJARATNAM, N., PETERSON, A W. *LDA measurements of mean velocity and turbulence distribution in a smooth rectangular open channel*. Water Resources Engineering Report, WRE. Alberta, Canada. p. 83-84, Abril 1983.

YOUNG, D. F. *Finite element analysis of stratified lake hydrodynamics*. Chapter 10, Environmental Fluid Mechanics: Theories and Applications, ASCE, 2002.

Three-Dimensional Hydrodynamic Modeling of Open Channel Flow Using the k- ε Turbulence Model

ABSTRACT:

Turbulence is a complex phenomenon which is present in most flows found in nature. Some models have been tested for turbulence in open channels. The computer code developed in this study is based on the k-ε—three-dimensional isotropic model, which has advantages such as simplicity and low computational cost. The code is applied to modeling three-dimensional hydrodynamic flow in open channels. The simulations were compared to experimental data available in the literature, showing an excellent agreement. Therefore, the code developed here is presented as a practical tool for predicting the complex behavior of open channel flows.

Keywords: *k-ε turbulence model. Open channel hydrodynamics.*