

## Efeito da Turbulência na Determinação da Superfície Livre para o Cálculo da Resistência aos Escoamentos em Canais com Fundo em Degraus

André Luiz Andrade Simões

Escola de Engenharia e TI, UNIFACS – Universidade Salvador. Escola Politécnica, Universidade Federal da Bahia.

andrezsimoes@gmail.com

Harry Edmar Schulz e Rodrigo de Melo Porto

Departamento de Engenharia Hidráulica e Saneamento, Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo.

harryschulz@gmail.com; rodrigo@sc.usp.br

Recebido: 30/03/14 - revisado: 14/05/14 - aceito: 10/06/14

### RESUMO

O uso da equação de Darcy-Weisbach vinculado aos estudos sobre vertedores e canais com o fundo em degraus desenvolvidos ao longo de décadas é exposto neste trabalho, com atenção para a ampla variedade de dados e previsões para o fator de resistência. As variações encontradas para esse adimensional são discutidas com o auxílio de dados experimentais medidos em modelo físico com 45° e degraus com 5,0 cm de altura. Os resultados mostram que a intensa turbulência junto à superfície, que dificulta uma determinação precisa da profundidade a utilizar, pode ser responsável pela dispersão existente para a avaliação do fator de resistência encontrada na literatura. São, adicionalmente, apresentadas equações capazes de auxiliar a elaboração de projetos relacionados a estruturas semelhantes à adotada nos ensaios conduzidos.

**Palavras Chave:** Fator de resistência. Superfície livre. Turbulência. Vertedor em degraus

### INTRODUÇÃO

A equação de Darcy-Weisbach é um dos mais profícuos resultados da Mecânica dos Fluidos e da Hidráulica. O seu emprego principal é para a elaboração de projetos de condutos forçados que operam com escoamentos desenvolvidos e em regime permanente, condições vinculadas à sua dedução. Apesar disso, o emprego desse modelo também tem sido realizado em análises de escoamentos ditos variáveis, como escoamentos transitórios em condutos forçados e aqueles ditos variados, como os escoamentos em superfície livre.

Canais com o fundo em degraus são construídos principalmente como parte de extravasores de barragens, sendo conhecidos como vertedores em degraus. Entre outros usos, pode-se mencionar também os canais das estruturas de drenagem adotados em rodovias, em bairros situados em encostas e também canais decorativos, como ilustrado na Figura 1. Considerando os diferentes usos e a variedade de formas dos canais, o escoamento pode assumir padrões distintos, como o escoamento em quedas sucessivas, o escoamento de transição e o escoamento deslizante sobre turbilhões, além de sub-regimes, como descrito em Chanson (2002). Nesse contexto, o uso da equação de Darcy-Weisbach tem sido realizado principalmente para representação de escoamentos deslizantes sobre turbilhões que ocorrem em canais de extravasores ou vertedores em degraus. Valores para o fator de resistência, denotado por “f”, como 0,72 (RAJARATNAM, 1990) e 0,05 (SIMÕES et al., 2010a), obtidos em diferentes estágios do conhecimento sobre

o tema ilustram o seu desenvolvimento, que inclui a análise da aeração do escoamento, a turbulência junto à superfície livre, a dificuldade em realizar medições de sua posição e os efeitos de escala, entre outros aspectos.



Figura 1 - Algumas aplicações de canais escalonados: (a) Barragem Rio da Dona (Bahia), (b), (c), (d) sistemas de drenagem em São Carlos, (e) escadaria drenante (MANGIERI, 2012), (f) estrutura da arquitetura decorativa

A maior parte dos estudos relacionados ao assunto é experimental, com o uso de modelos físicos. Uma fração menor foi auxiliada pela Mecânica dos Fluidos Computacional, como em Dong e Lee (2006), que calcularam  $f$  entre 0,06 e 0,168; Arantes (2007), que encontrou  $f$  entre 0,141 e 0,212; e Simões et al. (2011), que apresentam  $f = 0,041$ , valor obtido com diferentes modelos de turbulência.

Neste trabalho é exposta a evolução do conhecimento sobre o fator de resistência de Darcy-Weisbach relacionado aos canais em degraus. O objetivo aqui perseguido é estudar a influência da definição da posição da superfície livre no cálculo do fator de resistência.

## REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### A equação de Darcy e Weisbach

A equação hoje conhecida como equação de Darcy-Weisbach é fruto do desenvolvimento de trabalhos de diferentes pesquisadores, como Chézy, Coulomb, Poiseuille, Hagen, Prony, Darcy e Weisbach. Em seu trabalho, Darcy (1857, p.4) destaca os estudos desenvolvidos por Coulomb sobre a resistência em escoamentos de líquidos e menciona a equação de Prony, que pode ser escrita com a seguinte forma:

$$(1/4)DJ = \alpha V + \beta V^2, \quad (1)$$

em que  $D$  é o diâmetro do tubo,  $J$  a perda de carga unitária,  $\alpha = 0,000173314$ ,  $\beta = 0,000348259$  e  $V$  é a velocidade média. Darcy (1857) propôs um equacionamento a partir da formulação de Prony, mas com  $\alpha$  e  $\beta$  como funções do diâmetro também, além de relacionar os mesmos com a idade do tubo.

Julius Weisbach (1806-1871), engenheiro e professor alemão, escreveu um dos primeiros livros modernos sobre Mecânica dos Fluidos e Hidráulica. Nesse trabalho, Weisbach (1845, p.529) apresentou a equação 2, que possui a forma empregada atualmente:

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}, \quad (2)$$

em que,  $h_f$  é a perda de carga,  $f$  é o fator de resistência de Darcy-Weisbach,  $L$  é o comprimento do conduto, e  $g$  a aceleração devido à gravidade.

A aplicação da equação de Darcy-Weisbach aos escoamentos em condutos com seções não circulares é realizada com o diâmetro hidráulico,  $D_h$ . Utilizando a declividade da linha de energia,  $I_p$  e o raio hidráulico,  $R_h$ , pode-se escrever,

$$I_f = f \frac{V^2}{8gR_h}. \quad (3)$$

Neste trabalho foi empregada a equação 3. Os canais com o fundo em degraus são interpretados como canais retangulares com a definição de um fundo fictício formado pelo plano que passa pelos vértices formados pelos degraus, como ilustrado na Figura 2. Sendo assim, com a definição de raio hidráulico e  $Q = VA$ , escreve-se:

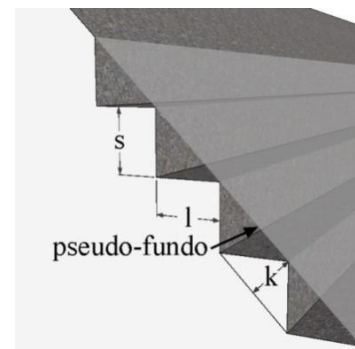
$$I_f = \frac{f}{8} \left( \frac{h_c}{h} \right)^3 (1 + 2h/b), \text{ de 4a resulta:} \quad (4a)$$

$$f = 8 I_f \left( \frac{h}{h_c} \right)^3 / (1 + 2h/b), \quad (4b)$$

em que  $h$  é a altura de escoamento,  $h_c = (q^2/g)^{1/3}$  é a altura crítica,  $b$  a largura de fundo do canal e  $q$  a vazão por unidade de largura ou vazão específica. Para canais largos,  $2h/b \ll 1$ , como ocorre em muitos vertedores, é obtida a forma simplificada:

$$I_f = \frac{f}{8} \left( \frac{h_c}{h} \right)^3, \text{ de 5a resulta:} \quad (5a)$$

$$f = 8 I_f \left( \frac{h}{h_c} \right)^3. \quad (5b)$$



**Figura 2 - Elementos geométricos de um canal em degraus.**  
Simbologia:  $s$  = altura do degrau,  $l$  = comprimento do piso,  $k$  = altura de rugosidade

### Fator de resistência

Um trecho importante da história da Mecânica dos Fluidos mostra que foi dedicado considerável esforço para o entendimento da função denominada fator de resistência. Os trabalhos de Prandtl, von Kármán, Nikuradse, Blasius, Hagen, Poiseuille, Colebrook e White, Rouse, e provavelmente outros, resultaram no conhecimento atual sobre a relação existente com o número de Reynolds e a rugosidade relativa, para escoamentos desenvolvidos e em regime permanente. Os detalhes sobre esses estudos não são explorados neste artigo, mas apenas aqueles relacionados aos canais em degraus.

Sorensen (1985) realizou experimentos em um modelo reduzido com declividade de fundo de  $1V:0,78H$ , escala  $1:25$  e  $s = 0,61$  m (valor correspondente ao protótipo), sendo  $s$  a altura do degrau. Utilizando os dados deste autor e considerando o escoamento como uniforme, Rajaratnam (1990) calculou o fator de resistência de Fanning e encontrou  $f/4 = 0,18$  ou  $f = 0,72$ .

Seguindo a ordem cronológica dos estudos sobre o tema, cita-se o trabalho de Stephenson (1991, p.29), que propôs o uso da equação 6, com  $f$  independente do número de Reynolds, como ocorre em escoamentos hidráulicamente rugosos. A grandeza  $k = s \cos \alpha$ , ilustrada na Figura 2, é definida como a “altura de rugosidade”.

$$f = \left[ 1,14 + 2 \log \left( \frac{4h_u}{k} \right) \right]^{-2} \quad (6)$$

Tozzi (1992) estudou experimentalmente o escoamento em estruturas com declividades 1V:0,75H, 1V:0,2H e 1V:6,69H. O referido autor utilizou  $k$  entre 5 e 60 mm e  $q$  entre 86,1 e 201,4 L/(sm). Para vertedores com 1V:0,75H, inclinação muito utilizada em estruturas de barragens, Tozzi (1992) concluiu que, se  $h/k \leq 1,8$  o fator de resistência assume um valor constante igual a 0,163. Para  $h/k > 1,8$ , a formulação obtida por ele foi:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2,16 + 1,24 \log \left( \frac{h}{k} \right) \quad (7)$$

Os resultados obtidos por Tozzi (1992) correspondem à região do escoamento a montante da posição de início da aeração e também a escoamentos de ar em condutos forçados com diferentes configurações que incluíram degraus. As demais declividades estudadas pelo autor culminaram nas seguintes equações:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 3,25 + 0,39 \log \left( \frac{h}{k} \right), \quad (8)$$

válida para  $1 \leq h/k \leq 14$  e 1V:2H.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 3,68 + 0,28 \log \left( \frac{h}{k} \right), \quad (9)$$

válida para  $1 \leq h/k \leq 10$  e 1V:6,69H.

Christodoulou (1993) obteve dados experimentais em um modelo físico com 35,93 cm de altura (desde a crista até a bacia de dissipação) e 1V:0,7H. Os seus resultados indicam que  $f$  variou entre 0,192 e 0,684.

Povh (2000) realizou experimentos em um modelo reduzido (da barragem Dona Francisca) com 1V:0,75H,  $s = 2,4$  cm,  $b = 0,8$  m e para vazões que corresponderem ao intervalo  $3,38 \leq h_c/k \leq 11,72$ . Foram medidos conjugados subcríticos na bacia de dissipação e calculados os conjugados supercríticos, que possibilitaram estimar o fator de resistência. Povh (2000, p.122) comenta que o valor médio para o fator de resistência resultou igual a 0,11, sendo tal resultado próximo daquele sugerido por Matos e Quintela (1995) para o pré-dimensionamento de vertedores em degraus.

A resistência oferecida ao escoamento apenas de água é diferente daquela que ocorre em uma mistura bifásica do tipo ar-água. Entre as camadas do líquido em escoamento, grupos de bolhas de ar atuam como pequenas camadas lubrificantes e as tensões de cisalhamento desenvolvidas na mistura são

menores em relação às tensões presentes em um escoamento monofásico. A penetração das bolhas até as proximidades do contorno sólido modificam também a interação entre fluido e sólido. Wood (1983) estudou o tema relacionando-o aos canais lisos. Em seu trabalho, inicialmente é exposta a relação existente entre a tensão média de cisalhamento ( $\tau_o$ ) sobre o perímetro molhado e o fator de resistência, válida para um canal retangular largo e escoamento monofásico:

$$\tau_o = \rho \frac{f}{8} \left( \frac{q}{h} \right)^2, \quad (10)$$

em que  $\rho$  é a massa específica.

Wood (1983, p.457) considerou o escoamento como hidráulicamente rugoso e, para a condição de escoamento uniforme, escreveu,

$$f = \frac{8h_u^3 g \sin \alpha}{q^2}, \quad (11)$$

equação que pode ser obtida a partir da equação 5 para condição uniforme, isto é, para  $I_f = \sin \alpha$  e  $h = h_u$ .

Wood (1983) considera que o fator de resistência do escoamento bifásico, aqui representado por  $f_{aw}$ , pode ser obtido com a equação 11 considerando  $h_u$  como a profundidade equivalente apenas de água, o que resulta em

$$f_{aw} = \frac{8gh_{90}^3(1-\bar{C})^3 \sin \alpha}{q^2}, \quad (12)$$

em que  $\bar{C}$  = fração de vazios média, calculada com a seguinte definição:  $h_{90}\bar{C} = \int_0^{y=h_{90}} C dy$ ;  $h_{90}$  é a profundidade correspondente à posição  $y$ , perpendicular ao pseudo-fundo, onde  $C = 0,9$ .

Empregando dados experimentais de Straub e Anderson (1958) e Wood (1983) obteve a curva apresentada na Figura 3.

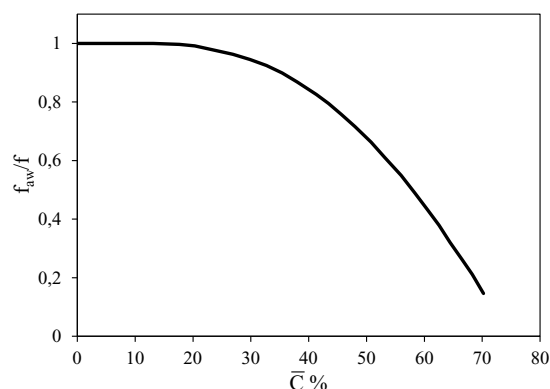


Figura 3 - Relação  $f_{aw}/f$  em função de  $\bar{C}$   
Fonte: Wood (1983, p.458)

Considerando os trabalhos de Wood (1983) sobre vertedores lisos, Chanson (1994) propôs a equação 13 para calcular o efeito de redução da resistência oferecida ao escoamento.

$$\frac{f_{aw}}{f} = 0,5 \left\{ 1 + \operatorname{tgh} \left[ 0,628 \frac{0,514 - \bar{C}}{\bar{C}(1 - \bar{C})} \right] \right\}. \quad (13)$$

Um tratamento semelhante sobre a entrada de ar e a resistência oferecida ao escoamento foi explorado posteriormente para vertedores em degraus. Boes (2000, p.183) e Boes e Hager (2003, p.676) destacam que o fator de resistência foi superestimado em algumas pesquisas para a região de escoamento bifásico. Nota-se que medidas efetuadas com instrumentos que fornecem profundidades próximas ao valor  $h = h_{90}$  utilizados para calcular o fator de resistência negligenciando a presença do ar na água, resultam em valores de  $f$ , denotados por  $f_m$ , superiores aos obtidos com a equação 12. Como resultado de seus estudos, Boes (2000) apresentou a seguinte equação:

$$\frac{f_{aw}}{f_m} = 0,5 \left\{ 1 + \operatorname{tgh} \left[ \frac{0,25 - \bar{C}}{\bar{C}(1 - \bar{C})} \right] \right\}. \quad (14)$$

Com dados de diferentes fontes, obtidos em canais escalonados, Chanson (2002, p.168) propôs a nova equação 15 para  $f_{aw}/f$  em função de  $\bar{C}$ :

$$\frac{f_{aw}}{f} = 0,5 \left\{ 1 + \operatorname{tgh} \left[ 2,5 \frac{0,5 - \bar{C}}{\bar{C}(1 - \bar{C})} \right] \right\}. \quad (15)$$

O mesmo autor recomenda a equação 16 para o cálculo do fator de resistência do escoamento não aerado,  $f$ .

$$f = \frac{2}{K\sqrt{\pi}}, \quad (16)$$

em que  $K$  é definido como a taxa de expansão adimensional da camada cisalhante. Chanson (2002) sugere  $f = 0,20$ , com  $K$  entre 4,5 e 6.

Boes e Hager (2003) propõem a equação 17 para calcular o fator de resistência correspondente aos efeitos oriundos da presença dos degraus,  $f_b$ .

$$\frac{1}{\sqrt{f_b}} = \frac{1,0 - 0,25 \log(k/D_h)}{\sqrt{0,5 - 0,42 \sin(2\alpha)}}. \quad (17)$$

Nesta equação, o diâmetro hidráulico deve ser calculado com a profundidade equivalente de água. Sua validade é indicada para  $19^\circ \leq \alpha \leq 55^\circ$  e  $0,1 \leq k/D_h \leq 1,0$ .

Sanagiotto (2003) realizou experimentos em canais lisos e em degraus com  $1V:0,75H$  e, entre os seus resultados, foi proposto um conjunto de equações que possibilitam calcular o fator de resistência para um vertedor em degraus com base no fator de resistência de um vertedor liso. As equações que compõem o seu método encontram-se apresentadas a seguir.

$$f_L / f = 1,8162 \exp(-1,7692x/L_A), \quad (18a)$$

$$f_L = 2,6976 Fr^{-1,7068}, \quad (18b)$$

$$\frac{h_L}{h_c} = \left( 1,647 + 0,53 \frac{x}{h_c} \right)^{-0,7055}, \quad (18c)$$

em que  $f_L$  = fator de resistência em um vertedor liso, válido para  $2,5 \leq Fr \leq 12$ ;  $Fr$  = número de Froude calculado com uma profundidade  $h_L$  em uma posição  $x$  na calha lisa, com origem na extremidade inicial do perfil Creager. Nessas equações,  $L_A$  representa a posição de início da aeração, definida por Sanagiotto (2003, p.60). A autora destaca que a equação 18a é válida para  $x/L_A < 1$  e  $h/k \leq 9$ . Para  $1 \leq x/L_A \leq 2$  a equação está restrita a valores de  $h/k \leq 3$ . Para  $x/L_A$  entre 2 e 2,5 a equação deve ser utilizada com cuidado e para  $x/L_A > 2,5$  a equação deve ser evitada. A equação 18c é válida para  $1 \leq x/h_c \leq 17$ .

Em um estudo relativamente abrangente, Ohtsu et al. (2004, p.863) concluíram que é possível expressar o fator de resistência em função do ângulo  $\alpha$  e do adimensional  $s/h_c$ , tendo sido propostas as seguintes equações:

$$f = f_{\max} - A_1(0,5 - s/h_c)^2, \quad (19a)$$

$$f_{\max} = -4,2 \cdot 10^{-4} \alpha^2 + 1,6 \cdot 10^{-2} \alpha + 3,2 \cdot 10^{-2}, \quad (19b)$$

$$A_1 = -1,7 \cdot 10^{-3} \alpha^2 + 6,4 \cdot 10^{-2} \alpha - 1,5 \cdot 10^{-1}. \quad (19c)$$

As condições indicadas para o uso das equações 19a a 19c são:  $5,7^\circ \leq \alpha \leq 19^\circ$  e  $0,1 \leq s/h_c \leq 0,5$ . Se  $0,5 \leq s/h_c$ , desde que ocorra escoamento deslizante sobre turbilhões,  $f = f_{\max}$ . O ângulo  $\alpha$  deve ser utilizado em graus. Ainda se tem:

$$f_{\max} = 2,32 \cdot 10^{-5} \alpha^2 - 2,75 \cdot 10^{-3} \alpha + 2,31 \cdot 10^{-1}, \quad (19d)$$

$$A_1 = 0,452. \quad (19e)$$

Nesse caso, as condições indicadas para o uso das equações 19a, 19d e 19e são:  $19^\circ \leq \alpha \leq 55^\circ$  e  $0,1 \leq s/h_c \leq 0,5$ . Se  $0,5 \leq s/h_c$ , desde que ocorra escoamento deslizante sobre turbilhões, mais uma vez  $f = f_{\max}$ . Novamente o ângulo  $\alpha$  deve ser utilizado em graus.

Dai Pra (2004, p.91-92) obteve um conjunto de equações que compõem uma metodologia para estimar o fator de resistência em estruturas com  $45^\circ$ .

$$\frac{h_L}{h_c} = \frac{2}{3} \left( \frac{x}{h_c} \right)^{-0,344}, \quad (20a)$$

$$f_L = \frac{8gh_L^2 \sin \alpha}{q^2} \frac{D_h}{4}, \quad (20b)$$



$$f_L / f = 1,09 \exp(-0,834x / L_A). \quad (20c)$$

De acordo com o referido autor, a equação 20a é aplicável quando  $0 < x/h_c \leq 45$ , sendo válida com restrições para  $x/h_c$  entre 2,30 e 2,45. Para  $x/L_A < 0,80$ , a equação 20c é válida; mas para  $0,80 < x/L_A \leq 1,20$  a equação 20c deve ser utilizada com restrições. Para  $1,20 < x/L_A < 2,5$  a equação 20c é válida; enquanto que para  $x/L_A > 2,5$  recomenda-se não utilizar a equação 20c. Em todos os casos,  $f_L$  a usar na equação 20c é obtido a partir da equação 20b, que utiliza  $h_L$  calculado a partir da equação 20a.

Chanson (2004, p.317) apresentou resultados de estudos correspondentes a canais em degraus com  $\alpha = 15,9^\circ$  e  $\alpha = 21,8^\circ$ ,  $s = 0,05$  m e  $s = 0,1$  m. A partir de seus resultados, sugere valores para os fatores de resistência  $f_{aw}$  entre 0,07 e 0,28. Chanson (2004) apresenta uma relação linear entre  $f_{aw}$  e a fração de vazios média com a seguinte forma (com coeficiente de correlação igual a 0,392):

$$f_{aw} = 0,276 - 0,288 \bar{C}, \quad (21)$$

obtida para  $0,28 < \bar{C} < 0,60$ . No mesmo trabalho, Chanson (2004) indica a equação 22, elaborada com base na metodologia de Wood (1983) descrita anteriormente. A equação mencionada é:

$$\frac{f_{aw}}{f} = 0,5 \left\{ 1 + \tanh \left[ 0,71 \frac{0,52 - \bar{C}}{\bar{C}(1 - \bar{C})} \right] \right\}. \quad (22)$$

Chanson (2006) estudou o efeito da geometria de entrada ao avaliar resultados experimentais de diferentes pesquisadores. Com os dados de Boes (2000) e André et al. (2003), que estudaram o escoamento em canais com entrada sob pressão, Chanson (2006) calculou um valor para o fator de resistência próximo de 0,10. Para entradas livres, o autor menciona que o valor médio do fator de resistência foi próximo de 0,21 para cristas semelhantes à crista padrão e 0,15 para a condição de entrada com uma soleira extensa (longa). Entre os 179 valores de  $f$  analisados por Chanson (2006), encontram-se números elevados, como  $f = 1,0$  e valores menores, como 0,08.

Observa-se que os resultados existentes sobre o fator de resistência de Darcy-Weisbach decorrem, em grande parte, de estudos experimentais. Em alguns estudos, foram realizadas tentativas de simulação dos escoamentos com emprego das equações básicas de conservação e modelos de turbulência. Dong e Lee (2006), com o modelo k- $\epsilon$ , simularam escoamento em um domínio correspondente a uma estrutura com  $20^\circ$  e, entre os seus resultados, apresentam valores para o fator de resistência de Fanning ( $c_f = f/4$ ). Os valores calculados por estes autores correspondem a  $f$  entre 0,06 e 0,168.

Arantes e Porto (2005) e Arantes (2007) empregaram o modelo de tensões de Reynolds SSG e o software CFX para simular escoamentos em canais em degraus. Nesses trabalhos foram apresentadas comparações com experimentos de autores como Tozzi (1992), Olinger (2001), entre outros, e as soluções numéricas resultaram em valores de  $f$  entre 0,141 e 0,212.

Gonzalez e Chanson (2008) estudaram pela via expe-

rimental o escoamento em um canal com 1V:2,5H e com aletas instaladas sobre os degraus. Foram empregadas sete disposições para as aletas e o fator de resistência assumiu valores entre 0,16 e 0,22, em função da disposição das aletas e posição considerada na medição das alturas de escoamento.

A maior parte dos resultados obtidos para o fator de resistência está vinculada ao escoamento uniforme. Mas a posição média da superfície livre ao longo do canal não é uniforme, sendo mais próxima do escoamento permanente gradualmente variado. Com tal aproximação, Simões (2008) desenvolveu formas adimensionais para a equação diferencial do escoamento gradualmente variado e, com dados de onze pesquisadores, calculou o fator de resistência, tendo encontrado  $0,07 \leq f \leq 0,20$ . Esse intervalo teve os seus limites estendidos para  $0,05 \leq f \leq 0,30$  com o trabalho de Simões et al. (2010a, p.334), incorporando uma maior quantidade de pontos. No mesmo trabalho, os autores apresentaram uma formulação teórica para o fator de resistência, fundamentada na equação da energia e segunda lei de Newton, cujos resultados podem ser vistos na Figura 4.

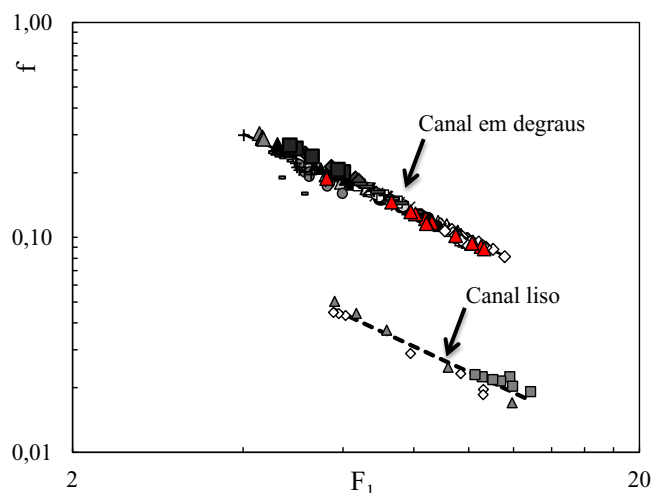


Figura 4 - Fator de resistência em função do número de Froude,  $F_1$ , calculado com a altura de escoamento a jusante. Pontos experimentais de Diez-Cascon et al. (1991), Tozzi (1992), Povh (2000), Sanagiotto (2003), Dai Prá (2004), Meireles et al. (2004), Arantes (2007), Boes e Hager (2003). Fonte: Simões et al. (2010a)

### Reflexão sobre as variações de $f$

Observa-se com esta revisão que as investigações empreendidas lançaram mão de recursos experimentais e aplicações numéricas vinculadas às equações básicas. Como já mencionado, a maior parte dos resultados tem origem experimental e apresenta valores de  $f$  como extremos de um intervalo extenso, que, considerando Chanson (2002, p.165), varia entre 0,05 e 5,0. Este intervalo é ainda maior do que aqueles mencionados anteriormente. Tal variedade pode ser explicada pelas dificuldades experimentais relacionadas à turbulência junto à superfície dos escoamentos monofásico e bifásico, e à necessidade de realização de medições da posição da superfície livre ou “altura de escoamento”. As oscilações e a forma contorcida da superfície ilustram esse argumento, sendo ilustradas na Figura 5.

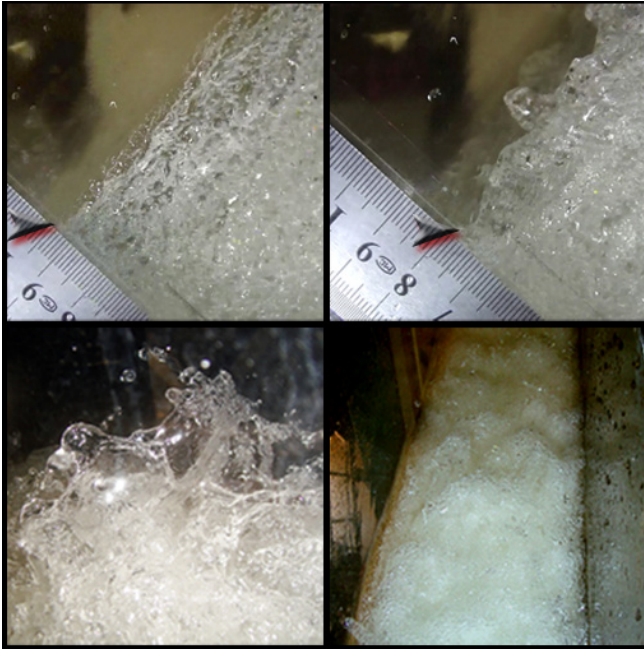


Figura 5 – Posição da superfície livre  
Fonte: Simões (2012)

## MATERIAIS E MÉTODOS

O cálculo do fator de resistência de Darcy-Weisbach foi realizado neste trabalho com a solução analítica para o perfil da superfície livre apresentada por Simões et al. (2010b). Os dados para a sua determinação foram obtidos experimentalmente. O estudo experimental, desenvolvido na Escola de Engenharia de São Carlos, utilizou sensores acústicos ultrassônicos para determinação da posição da superfície, com frequência de amostragem de 50 Hz, conforme descrito em Simões (2012).

### Solução para o perfil da superfície livre

A equação empregada para o cálculo da função  $h=h(x)$ , equação 23, é semelhante ao modelo clássico para <sup>determinação</sup> de curvas de remanso e tem como leis físicas a conservação de massa e a 2ª lei de Newton.

$$\frac{dh}{dx} = \frac{I_0 - I_f}{\cos\alpha - \beta Fr^2}. \quad (23)$$

Os adimensionais empregados por Simões et al. (2010b) e Simões (2012) são,

$$\Gamma = \frac{h}{h_c} \Rightarrow d\Gamma = \frac{dh}{h_c} \quad (25)$$

$$H = \frac{z}{h_c} \Rightarrow dH = \frac{dz}{h_c}. \quad (24)$$

Com algumas operações algébricas, os autores citados

apresentaram a forma a seguir:

$$\frac{d\Gamma}{dH} = \frac{\Gamma^3 - \omega(1 + \phi\Gamma)}{\Gamma^3 \cos\alpha - \beta}, \quad (26)$$

em que  $\omega = f/(8\sin\alpha)$  e  $\phi = 2h_c/B$ . A integração da equação 26 pode ser encontrada em Simões et al. (2010b). Como solução analítica, os referidos autores apresentaram a equação 27, escrita a seguir:

$$H = C\Gamma + \lambda\Gamma + \dots + \frac{(-2b\beta + \beta d - bd^3\lambda + 3be\lambda d + e\lambda d^2 - 2e^2\lambda)}{(b^2 - bd + e)\sqrt{-d^2 + 4e}} \arctg\left(\frac{d + 2\Gamma}{\sqrt{-d^2 + 4e}}\right) + \dots + \frac{(-\beta - b^3\lambda)\ln(b + \Gamma)}{b^2 - bd + e} + \frac{(\beta + b\lambda d^2 - be\lambda - e\lambda d)\ln(e + \Gamma d + \Gamma^2)}{2(b^2 - bd + e)}, \quad (27)$$

em que  $C\Gamma$  = constante de integração determinada para  $H = 0$  e  $\Gamma = 1$  ou outro valor pertencente ao perfil  $S_2$  (para a definição do perfil  $S_2$  e outros perfis, ver Chow, 1959, por exemplo);  $\lambda = \cos\alpha$  nesta solução;  $d = -b$ ;  $e = -\omega/b$ .  $b$  é calculado com a equação 28.

$$b = \sqrt[3]{-\frac{\omega}{2} + \sqrt{\frac{\omega^2}{4} - \frac{(\phi\omega)^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{\omega}{2} - \sqrt{\frac{\omega^2}{4} - \frac{(\phi\omega)^3}{27}}}. \quad (28)$$

## Estudo experimental

Os experimentos foram realizados em um canal retangular com 5,0 m de extensão, 0,20 m de largura, inclinado a 45° em relação a horizontal e com entrada controlada por comporta de fundo. Os degraus possuíam  $s = l = 5$  cm, e as vazões dos dezesseis experimentos correspondem ao intervalo  $0,211 \leq s/h_c \leq 0,971$ . A posição da superfície livre foi medida com um sensor acústico de deslocamento que emite ondas ultrassônicas com frequência de 50 kHz. A taxa de amostragem empregada foi igual a 50 amostras por segundo, com a obtenção de 6000 amostras para cada posição ao longo do canal, distanciadas de 5 cm no primeiro trecho do canal, com 60 cm, e 10 cm no segundo trecho do canal. Essa divisão foi orientada pelas diferentes regiões existentes ao longo do escoamento, com o estabelecimento de curvas  $S_2$  e, em menor número, de curvas  $S_3$ , antes do início da aeração, e um perfil ondulado a jusante do início da aeração. Outros detalhes sobre o estudo experimental podem ser encontrados em Simões (2012), Simões et al. (2012) e Simões et al. (2013).

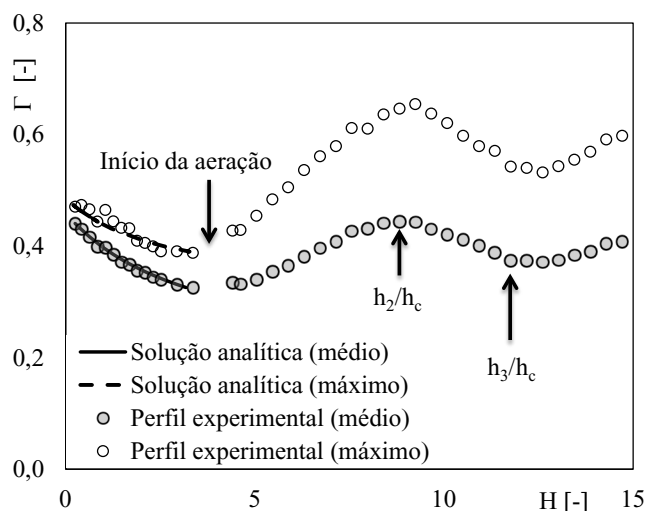
## RESULTADOS

### Estudo experimental

As medições realizadas com o sensor acústico têm como resultados sinais para cada posição ao longo do canal. Esses sinais podem ser utilizados para determinação das posições mínima, média e máxima da superfície, por exemplo. Os cálculos

los realizados para a posição mínima conduziram a valores de  $f$  que tendem a zero e não resultaram em um bom ajuste entre a solução analítica e os pontos experimentais. Para os perfis médio e máximo, ilustrados na Figura 6, foram determinados 8 diferentes valores para o fator de resistência, representados por  $f_i$ ,  $i=1,2,\dots,8$ , descritos abaixo:

- 1)  $f_1$ : Calculado com a equação 27 e o perfil médio da superfície livre.
- 2)  $f_2$ : Calculado com a equação 27 e o perfil máximo da superfície livre.
- 3)  $f_3$ : Calculado com a equação 4b e o perfil médio considerando regime uniforme,  $I_f = \text{sen}\alpha$ , e  $h = (h_2 + h_3)/2$ .
- 4)  $f_4$ : Calculado com a equação 4b e o perfil máximo considerando regime uniforme,  $I_f = \text{sen}\alpha$ , e  $h = (h_2 + h_3)/2$ .
- 5)  $f_5$ : Calculado com a equação 4b e o perfil médio considerando regime uniforme,  $I_f = \text{sen}\alpha$ , e  $h = h_2$ .
- 6)  $f_6$ : Calculado com a equação 4b e o perfil máximo considerando regime uniforme,  $I_f = \text{sen}\alpha$ , e  $h = h_2$ .
- 7)  $f_7$ : Calculado com a equação 4b e o perfil médio considerando regime uniforme,  $I_f = \text{sen}\alpha$ , e  $h = h_3$ .
- 8)  $f_8$ : Calculado com a equação 4b e o perfil máximo considerando regime uniforme,  $I_f = \text{sen}\alpha$ , e  $h = h_3$ .



**Figura 6 - Perfis obtidos com médias e máximos das amostras ao longo do canal. Definições de  $h_2$  e  $h_3$ . Detalhes dos experimentos realizados em Simões (2012)**

Pela definição das profundidades utilizadas verifica-se que  $f_1$  e  $f_2$  referem-se ao escoamento monofásico (água) e os demais ao escoamento bifásico (água e ar). Os resultados encontrados para as oito definições do fator de resistência podem ser

vistos na Tabela 1, em função de  $s/h_c$ . A tabela mostra que os valores de  $f$  podem variar de forma expressiva devido à posição considerada para a superfície livre. O menor valor calculado, de 0,041, ocorreu para o escoamento não aerado (monofásico), considerando o perfil médio da superfície livre. Ainda sobre essa região do escoamento, pode-se notar que, para  $s/h_c < 0,411$ , a média dos resultados para  $f_1$  é aproximadamente igual a 0,10. Para  $s/h_c$  igual a 0,971 e 0,967, o valor médio de  $f_1$  resultou 0,27. O coeficiente de correlação,  $R$ , entre  $s/h_c$  e  $f_1$  é igual a 0,83 para os resultados dos experimentos desta pesquisa, sendo tal relação expressa linearmente pela equação 29:

$$f_1 = 0,2497 \frac{s}{h_c} + 0,0238. \quad (29)$$

A análise de correlação entre  $f$  e  $s/h_c$  dos demais valores obtidos para o fator de resistência com uso das equações 4b e 27 levou à determinação das equações lineares 30 a 36, apresentadas a seguir.

$$f_2 = 0,7049 \frac{s}{h_c} + 3,10 \cdot 10^{-5}, R = 0,97, \quad (30)$$

$$f_3 = 0,6279 \frac{s}{h_c} + 0,0848, R = 0,97, \quad (31)$$

$$f_4 = 2,8829 \frac{s}{h_c} - 0,1562, R = 0,98, \quad (32)$$

$$f_5 = 0,8216 \frac{s}{h_c} + 0,0818, R = 0,96, \quad (33)$$

$$f_6 = 4,2877 \frac{s}{h_c} - 0,4143, R = 0,98, \quad (34)$$

$$f_7 = 0,459 \frac{s}{h_c} + 0,0865, R = 0,95, \quad (35)$$

$$f_8 = 1,7905 \frac{s}{h_c} + 0,0265, R = 0,98. \quad (36)$$

Nota-se que os coeficientes de correlação obtidos são elevados e que a dispersão dos pontos em torno da reta de ajuste perfeito é pequena, como pode ser visto na Figura 7. Observa-se excelente agrupamento dos dados nas proximidades da referida reta, enfatizando-se que o uso das equações deve ser observado para o intervalo de  $s/h_c$  presente na Tabela 1.

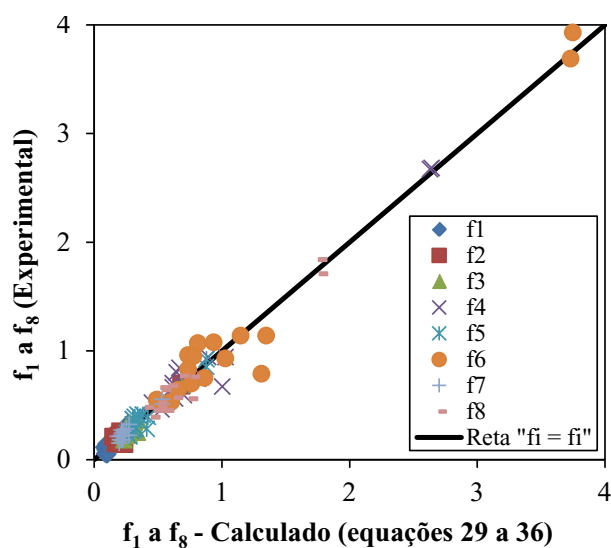


Figura 7 - Comparação entre valores calculados com as equações 29 a 36 e os valores da Tabela 1

Tabela 1 - Valores obtidos para o fator de resistência

Exp.	$s/h_c$	$f_i$							
		1	2	3	4	5	6	7	8
1	0,298	0,041	0,16	0,23	0,59	0,28	0,75	0,18	0,45
2	0,268	0,12	0,20	0,28	0,70	0,37	0,96	0,21	0,48
3	0,286	0,13	0,26	0,31	0,84	0,39	1,07	0,24	0,64
4	0,211	0,11	0,21	0,22	0,52	0,24	0,55	0,21	0,48
5	0,278	0,14	*	0,31	0,80	0,36	0,95	0,27	0,66
6	0,268	0,11	0,22**	0,27	0,66	0,32	0,83	0,22	0,52
7	0,971	0,33	0,68	0,70	2,68	0,92	3,93	0,51	1,71
8	0,967	0,21	0,70	0,69	2,67	0,85	3,69	0,55	1,84
9	0,364	0,13	*	0,34	0,94	0,41	1,14	0,28	0,77
10	0,237	0,052	0,15	0,18	0,46	0,21	0,53	0,15	0,39
11	0,250	0,086	0,19	0,22	0,55	0,26	0,64	0,18	0,45
12	0,411	0,13	*	0,36	0,94	0,39	1,14	0,32	0,76
13	0,274	0,054	0,15	0,22	0,56	0,27	0,70	0,18	0,45
14	0,402	0,10	*	0,25	0,67	0,28	0,79	0,22	0,56
15	0,336	0,05	0,14	0,30	0,74	0,39	0,93	0,22	0,57
16	0,315	0,12	0,24	0,33	0,87	0,41	1,08	0,26	0,68

\*Não foi possível calcular devido à dispersão dos dados.\*\*Valor aproximado



Na Figura 7 considera-se como resultado experimental aquele calculado diretamente com uso da equação 4b para escoamento multifásico, e da equação 27 para escoamento monofásico.

Relações secundárias entre os dados podem ser obtidas. A aparente linearidade entre  $f$  e  $h_c$  para todas as avaliações aqui feitas mostra que um fator de resistência pode ser expresso como função direta de outro. Por exemplo  $f_6$  pode ser escrito em função de  $f_5$  com a equação 37, que possui coeficiente de correlação de 0,99. Esta equação mostra que avaliações de  $f$  realizadas com a altura máxima de escoamento podem conduzir a valores do fator de resistência consideravelmente diferentes em relação às profundidades médias, para a região de escoamento bifásico do tipo ar-água em vertedores.

$$f_6 = 5,04f_5 - 0,77 \quad (37)$$

No presente estudo evidencia-se, portanto, que a definição da posição da superfície é um dos aspectos mais relevantes da determinação de  $f$ , o que é expresso diretamente na equação 4b. Para os exemplos de  $f_5$  e  $f_6$  aqui tomados como exemplo, o valor médio da razão  $f_6/f_5$  é de 2,83, mostrando que maiores profundidades levam, como indicado pela equação 4b, a maiores valores de  $f$ .

Considerando o escoamento monofásico, a montante do início da aeração, a equação 38 ilustra, por sua vez, a diferença entre  $f_1$  e  $f_2$ , com  $R=0,91$ . A razão entre  $f_2$  e  $f_1$  tem valor médio de 2,46.

$$f_2 = 2,204f_1 + 0,0154 \quad (38)$$

## CONCLUSÕES

Neste trabalho foi apresentada uma síntese dos estudos desenvolvidos sobre escoamentos em vertedores em degraus, especificamente os resultados obtidos ao longo dos anos sobre o fator de resistência de Darcy-Weisbach. Entre os diversos valores obtidos para  $f$  por diferentes autores, foi encontrada uma variação expressiva, abrangendo um intervalo de 0,05 a 5,0. As dificuldades experimentais impostas pela turbulência do escoamento bifásico foram discutidas e, com a análise de resultados obtidos com medições realizadas com alta frequência de aquisição de dados, pôde-se concluir:

1) Os valores de  $f$  para o escoamento monofásico (a montante da posição de início da aeração superficial) variaram entre 0,041 e 0,33, com valor médio igual a 0,12, considerando o perfil médio da superfície livre. Os cálculos efetuados para os máximos das amostras, na mesma região monofásica, resultaram em 0,14 e 0,70 como extremos, e 0,28 como valor médio.

2) Calculando a média entre as alturas  $h_2$  e  $h_3$  pertencentes ao perfil da superfície livre no escoamento bifásico, os valores de  $f_3$  correspondentes estão situados entre 0,18 e 0,70, com média igual a 0,33, desde que seja considerado o perfil médio.

Para o perfil máximo,  $f_4$  ficou entre 0,46 e 2,68, com média 0,95.

3) Para  $h = h_2$ , o fator de resistência está entre 0,21 a 0,92 com média igual a 0,40 (resultados válidos para o perfil médio). A mesma análise efetuada para o perfil máximo resultou em valores maiores, com  $f_6$  entre 0,53 e 3,93, e valor médio de 1,23.

4) Para  $h = h_3$   $f_7$  assumiu valores entre 0,15 e 0,55, com valor médio igual a 0,26;  $f_8$  ficou, entre 0,39 e 1,84, com média igual a 0,71.

Embora tenham sido obtidos relativamente poucos pontos experimentais para valores altos de  $s/h_c$ , destaca-se aqui as aproximações lineares obtidas para  $f$  como função de  $s/h_c$ , com elevados coeficientes de correlação e pouca dispersão dos dados.

Para as profundidades médias de escoamentos monofásicos o fator de resistência variou entre 0,041 e 0,33 para os diferentes escoamentos considerados. Para as profundidades máximas nesses mesmos escoamentos o fator de resistência variou entre 0,14 e 0,70.

Para as profundidades médias de escoamentos bifásicos o fator de resistência variou entre 0,15 e 0,92 para os diferentes escoamentos considerados. Para as profundidades máximas nesses mesmos escoamentos o fator de resistência variou entre 0,39 e 3,93.

As diferenças observadas mostram que a dependência de  $f$  para com o cubo da profundidade expressa pela equação 4b (mais evidente na equação 5b) confere à correta determinação desta profundidade uma importância fundamental na determinação do fator de resistência. Note-se que as diferentes profundidades utilizadas foram obtidas de um mesmo conjunto de dados, os quais foram analisados detalhadamente com relação a valores máximos, médios e mínimos. A escolha da metodologia experimental e consequente definição da altura de escoamento a ser empregada no cálculo desse adimensional exerce forte influência nos resultados, tornando compreensiva a multiplicidade de propostas presente na literatura.

## AGRADECIMENTOS

Ao CNPq e CAPES, processos 141078/2009-0 e 2201/06-2, respectivamente. O primeiro autor menciona também o apoio da UNIFACS-Universidade Salvador.

## BIBLIOGRAFIA

- ANDRÉ, S.; MANSO, P.A.; SCHLEISS, A.; BOILLAT, J.L. Hydraulic and Stability Criteria for the Rehabilitation of Appurtenant Spillway Structures by Alternative Macro-roughness Concrete Linings. Proceedings of the 21st ICOLD Congress, Montreal, Canada, Q. 82, R. 6, pp. 63–93, 2003.
- ARANTES, E. J. Caracterização do escoamento sobre vertedouros em degraus via CFD. 206 f. Tese (Doutorado) - Escola de

- Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 2007.
- ARANTES, E. J.; PORTO, R. M. Simulação do escoamento sobre vertedouros em degraus via CFD. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HÍDRICOS, 16, 2005, João Pessoa, Anais... Porto Alegre: ABRH: 2005. 18p.
- BOES, R. Zweiphasenströmung und Energieumsetzung an Grosskaskaden. 309 f. Tese (Doutorado) – Instituto Federal Suíço de Tecnologia - Laboratório de Hidráulica, Hidrologia e Glaciologia, Zurich. 2000.
- BOES, R. M.; HAGER, W. H. Hydraulic design of stepped spillways. ASCE, Journal of Hydraulic Engineering. v.129, n.9, p.671-679, 2003.
- CHANSOON, H. Hydraulics of nappe flow regime above stepped chutes and spillways. Journal of Hydraulic Research, v.32, n.3, p.445-460, 1994a.
- CHANSOON, H. The hydraulics of stepped chutes and spillways. The Netherlands: A. A. Balkema Publishers. 2002, 384 p.
- CHANSOON, H. The Hydraulics of open channel flow: an introduction. Oxford: Elsevier, 2004. 585 p.
- CHANSOON, H. Hydraulics of skimming flows on stepped chutes: The effects of inflow conditions? Journal of Hydraulic Research, v.44, n. 1, p.51 – 60, 2006.
- CHOW, V.T. Open channel hydraulics. New York: McGraw-Hill. 1959.
- CHRISTODOULOU, G. C. Energy dissipation on stepped spillways. Journal of Hydraulic Engineering, v.119, n.5, p.644-650, 1993.
- DAI PRÁ, M. Características do escoamento sobre vertedouros em degraus de declividade 1V:1H. 134 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Instituto de Pesquisas Hidráulicas, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. 2004.
- DARCY, H. Recherches expérimentales relatives au mouvement de l'eau dans les tuyaux, Mallet-Bachelier, Paris. 268 p. (in French). 1857.
- DONG, Z.; LEE, J.H. Numerical simulation of skimming flow over mild stepped channel. Journal of Hydrodynamics. Ser.B, v.18, n.3, p.367-371, 2006.
- DIEZ-CASCON, J.; BLANCO, J.L.; REVILLA, J.; GARCIA, R. Studies on the hydraulic behavior of stepped spillways. Water Power & Dam Construction, v.43, n.9, p.22-26, 1991.
- GONZALEZ, C.A.; CHANSOON, H. Turbulence and cavity recirculation in air-water skimming flows on stepped spillway. Journal of Hydraulic Research, v.46, n.1. p.65-72, 2008.
- LANDAU, L.D.; LIFSHITZ, E.M. Fluid Mechanics. 2th ed., Elsevier Ltd., 1987, 539 p.
- MANGIERI, L.S.G. Avaliação dos sistemas de escadarias e rampas drenantes implantadas em assentamentos espontâneos na cidade do Salvador – Bahia. Dissertação (mestrado) - Universidade Federal da Bahia. Escola Politécnica, 2012.
- MATOS, J. S.G.; QUINTELA, A. C. Descarregadores de cheias em degraus: posição actual da avaliação da dissipação de energia. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HÍDRICOS, 11, Recife, Anais... Recife: ABRH, v. 4, p. 65-71, 1995.
- MEIRELES, I.; MATOS, J.; MELO, J.F. Energia específica residual do escoamento em descarregadores de cheias em degraus. Aplicação do ressalto hidráulico. 7º Congresso da Água, Associação Portuguesa dos Recursos Hídricos, 2004.
- OLINGER, J.C. Contribuição ao estudo da distribuição de pressões nos vertedouros em degraus. 230 f. Tese (Doutorado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo. 2001.
- OHTSU, I.; YASUDA, Y.; TAKAHASHI, M. Flows characteristics of skimming flows in stepped channels. ASCE, Journal of Hydraulic Engineering. v.130, n.9, p.860-869, 2004.
- POVH, P.H. Avaliação da energia residual a jusante de vertedouros em degraus com fluxos em regime skimming flow. 142 f. Dissertação (Mestrado) - Departamento de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, Curitiba. 2000.
- RAJARATNAM, N. Skimming flow in stepped spillways. Journal of Hydraulic Engineering, v.116, n.4, p. 587-591, 1990.
- SANAGIOTTO, D.G. Características do escoamento sobre vertedouros em degraus de declividade 1v:0,75h. 137 f. Dissertação (Mestrado) – Instituto de Pesquisas Hidráulicas, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2003.
- SIMÕES, A.L.A.; SCHULZ, H.E.; PORTO, R.M. Stepped and smooth spillways: resistance effects on stilling basin lengths. Journal of Hydraulic Research v.48, n.3, p.329-337, 2010.
- SIMÕES, A.L.A.; SCHULZ, H.E.; PORTO, R.M. Solução analítica para o perfil da superfície livre em canais retangulares de forte declividade. XXIV Congresso Latinoamericano de Hidráulica Punta del Este, Uruguay, Nov. 2010b.
- SIMÕES, A.L.A.; SCHULZ, H.E.; LOBOSCO, R.J.; PORTO, R.M. Stepped spillways: theoretical, experimental and numerical studies. In: Schulz, H.E.; Simões, A.L.A.; Lobosco, R.J. Hydrodynamics - Natural Water Bodies, ISBN 978-953-

307-893-9, InTech Open Access Publisher. 2011.

SIMÕES, A.L.A.; SCHULZ, H.E.; PORTO, R.M. Superfície Livre de Escoamentos Turbulentos em Canais: Vertedores em Degraus e Ressalto Hidráulico. RBRH – Revista Brasileira de Recursos Hídricos, v.17, n.4, p. 125-139, 2012.

SIMÕES, A.L.A.; SCHULZ, H.E.; PORTO, R.M. GULLIVER, J.S. Free-surface Profiles and Turbulence Characteristics in Skimming Flows along Stepped Chutes. Journal of Water Resource and Hydraulic Engineering. v. 2 n. 1, p. 1-12. 2013,

SIMÕES, A.L.A. Considerações sobre a hidráulica de vertedores em degraus: metodologias adimensionais para pré-dimensionamento. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, São Carlos. 2008.

SIMÕES, A.L.A. Escoamentos turbulentos em canais com o fundo em degraus: Resultados experimentais, soluções numéricas e proposições teóricas], Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, São Carlos. 2012.

SORENSEN, R.M. Stepped spillway hydraulic model investigation. Journal of Hydraulic Engineering, v.111, n.12, p. 1461-1472, 1985.

STEPHENSON, D. Energy dissipation down stepped spillways. Water Power & Dam Construction, v. 43, n. 9, p. 27-30, 1991.

STRAUB, L.G.; ANDERSON, A.G. Experiments on self-aerated flow in open channels. Journal of Hydraulic Division, ASCE Proc. ASCE, v.87, n.HY7, p.1890-1 a 1890-35, 1958.

TOZZI, M.J. Caracterização/comportamento de escoamentos em vertedouros com paramento em degraus. 302 f. Tese (Doutorado) – Universidade de São Paulo, São Paulo. 1992.

WEISBACH, J. Lehrbuch der Ingenieur- und Maschinen-Mechanik, Vol. 1. Theoretische Mechanik, Vieweg und Sohn, Braunschweig. 1845, 696 p. (in German).

WOOD, I.R. (1983). Uniform region on self-aerated flow. Journal of Hydraulic Engineering, v. 109, n. 3, 1983.

## ***Effect of Turbulence in Determining the Free Surface to Calculate Resistance to Flow in Stepped Spillways***

### **ABSTRACT**

*The use of the Darcy-Weisbach equation involving research on smooth and stepped chutes developed over decades is presented in this work, looking at the wide variety of data and forecasts for the friction factor. The variations found for this dimensionless quantity are discussed with the help of experimental data measured in the physical model with 45° and step height of 5.0 cm. The results show that the turbulence near the free surface that prevents an accurate determination of the depth to be used, may be responsible for the dispersion in evaluating the resistance factor found in the literature. In addition, equations are presented that can help develop projects involving similar structures to those adopted in the tests performed.*

**Keywords:** Free surface. Friction factor. Stepped spillway. Turbulence