

Modelo Hidrológico com Atualização de Estado Parte II: Estimador de Estado Dinâmico-Estocástico

Ricardo Krauskopf Neto

*Itaipu Binacional e Unioeste – PR
rkraus@itaipu.gov.br*

Alexandre K. Guetter, Miriam Rita Moro Mine

*Universidade Federal do Paraná
guetter.dhs@ufpr.br ; mrmine.dhs@ufpr.br*

Recebido: 28/11/06 - revisado: 03/04/07 - aceito: 04/07/07

RESUMO

Os erros nos dados de entrada de chuva e evaporação e os erros nas observações de vazão utilizadas na calibração de modelos chuva-vazão, associados às incertezas na formulação do modelo e na calibração de seus parâmetros, produzem erros acumulativos nas previsões hidrológicas. Esses erros podem ser reduzidos se o modelo hidrológico assimilar a vazão observada e atualizar os seus estados em tempo real. Os estimadores de estado têm a função de realizar esta atualização. O estimador de estado dinâmico-estocástico desenvolvido para o modelo 3R é baseado no filtro de Kalman Estendido, que é a aplicação do filtro de Kalman para sistemas não-lineares. A aplicação do filtro de Kalman resulta na obtenção de estimativa dos estados reais do sistema e da matriz de covariâncias dos erros do estado, ambos para o instante em que se assimilou as observações, que nesse caso são as vazões medidas no exutório da bacia. O procedimento de atualização de variáveis de estado implementado nesse estudo foi denominado de estimador estocástico-dinâmico, em que o componente estocástico consiste na formulação do filtro de Kalman e o componente dinâmico é representado pelo sistema de equações diferenciais ordinárias de conservação de massa. Esse artigo descreve o estimador dinâmico-estocástico e avalia o seu desempenho para a bacia do rio Ivaí, que contribuiu para a afluência ao reservatório de Itaipu. As conclusões sobre o desempenho do estimador de estado foram: (1) o aumento da acurácia das previsões hidrológicas; (2) robustez do estimador, que consistentemente melhorou a previsão em todas as bacias; (3) o maior ganho de acurácia da previsão hidrológica proporcionado pelo estimador de estado ocorre para os casos em que a modelagem chuva-vazão produz os piores resultados em virtude dos erros nos dados de entrada e na estrutura e nos parâmetros do modelo.

Palavras-chave: modelo hidrológico chuva-vazão-propagação; estimador de estado; Rio Ivaí.

INTRODUÇÃO

Os erros mais relevantes na previsão de vazões produzidas pelos modelos hidrológicos chuva-vazão-propagação são decorrentes dos erros nos dados de entrada (chuva e evapotranspiração potencial), nas vazões observadas que são usadas na sua calibração, na formulação inadequada do modelo e nas incertezas na estimativa dos parâmetros. Guetter e Georgakakos (1997) apresentaram a implementação e uso de um estimador de estado dinâmico-estocástico para melhorar a acurácia da previsão hidrológica obtida a partir de dados de chuva estimados por satélite. A tecnologia disponível em 1997

para os produtos de satélite produzia erros muito significativos nas estimativas de chuva. Ocorre que a medição e espacialização (cálculo de médias por área) de chuva para uso operacional pelos agentes do setor elétrico brasileiro apresentam erros, principalmente em virtude da pequena densidade das redes e de sua concentração próxima dos reservatórios, onde estão localizados os postos pluviométricos. As regiões de cabeceira das bacias são monitoradas esparsamente ou são desprovidas de monitoramento pluviométrico, em função das dificuldades de se manter e operar as estações em regiões com topografia acidentada e distantes dos reservatórios onde estão sediadas as equipes dos agentes.

Os erros nos dados de entrada são resultantes do processo de medição e de armazenamento dos dados, sendo os mais comuns o registro e transmissão incorreta e o uso de instrumentos descalibrados e defeituosos.

A formulação inadequada do modelo implica que houve falha na identificação dos processos hidrológicos relevantes para as características fisioclimáticas e escalas espaço-temporais da bacia. Mesmo que o processo tenha sido incluído no modelo, a sua formulação pode não representar funcionalmente o processo. Associado aos problemas na estrutura do modelo podemos ter grandes incertezas na determinação dos parâmetros para a bacia estudada. Os parâmetros que definem o comportamento específico de uma bacia são obtidos por calibração, com o uso de uma amostra de dados que supostamente reflete o comportamento da bacia para os períodos extremos de cheias e estiagens e também para os períodos de normalidade. Adicionalmente, a complexidade e não-linearidade da representação matemática do modelo levam à possibilidade da existência de múltiplos conjuntos de parâmetros para representar a mesma amostra, sendo a identificação do conjunto ótimo de parâmetros uma questão não trivial.

Da acumulação dos erros durante o tempo de integração do modelo de previsão hidrológica resultam desvios no valor das variáveis de estado do modelo dinâmico. Desta forma, faz sentido, em um modelo operacional, tentar eliminar os erros nos valores das variáveis de estado (armazenamentos em solo e canal) antes de se realizar a previsão. Isto equivale a tentar eliminar do estado atual os erros acumulados do passado.

O procedimento de atualização de variáveis de estado implementado nesse estudo foi denominado de estimador estocástico-dinâmico, tendo sido desenvolvido por Guetter e Georgakakos (1997). A fundamentação teórica deste tipo de estimador é apresentada em Gelb (1974) e Brás e Rodríguez-Iturbe (1990).

Este artigo está organizado em quatro seções que descrevem: a formulação do estimador de estado dinâmico-estocástico, a calibração dos parâmetros do estimador, a análise dos resultados obtidos para a bacia do Rio Ivaí e as conclusões. Os detalhes da bacia e do modelo hidrológico 3R foram descritos por Krauskopf Neto *et al.* (2007).

O ESTIMADOR DE ESTADO

O estimador de estado dinâmico-estocástico para o modelo hidrológico 3R usou como referência

o trabalho desenvolvido para o modelo Sacramento, descrito em Georgakakos *et al.* (1988). O estimador é baseado no filtro de Kalman Estendido, que é a aplicação do filtro de Kalman para sistemas não-lineares (Gelb, 1974).

O estimador proposto se desenvolve em duas etapas, uma de propagação e outra de atualização. Na etapa de propagação é obtida uma estimativa do estado do sistema e da matriz de covariâncias dos erros do estado para um instante no futuro. O modelo hidrológico, que representa a dinâmica dos fenômenos hidrológicos através de um sistema de equações diferenciais ordinárias de conservação de massa, é utilizado para prever o estado futuro do sistema que, por sua vez, é utilizado para estimar a matriz futura de covariâncias dos erros. Na etapa de atualização, tanto o estado como a matriz de covariâncias estimados na etapa de propagação são corrigidos utilizando a informação de grandezas medidas no sistema, que nesse caso, é a vazão medida no exutório da bacia. A vazão medida é assimilada em tempo real e comparada com a vazão calculada pelo modelo a partir dos dados de entrada (chuva e evapotranspiração potencial). Conhecida a dinâmica do sistema (modelo hidrológico) e dispondo-se de uma formulação estocástica da natureza dos erros envolvidos (estado, parâmetros, dados de entrada e componente aleatória) é possível propagar, no sistema, o resíduo entre a vazão observada e modelada e com isto atualizar o estado deste sistema. Assim, o objetivo do estimador de estado é atualizar o estado e a matriz de covariâncias dos erros do estado a partir da observação da vazão em tempo real.

As propriedades de simulação (capacidade de derivar o estado do sistema a partir de medições de grandezas observáveis deste sistema) e previsibilidade (capacidade de levar um sistema a um estado futuro determinado pela definição de suas variáveis de entrada) são fundamentais para o desenvolvimento do estimador dinâmico-estocástico (Brás e Rodríguez-Iturbe, 1990). A simulação assegura que o filtro seja estável, ou seja, que a variância da estimativa permanece finita e convergente independentemente das hipóteses iniciais com respeito à variância dos estados. A previsibilidade é necessária para conduzir um sistema dinâmico para qualquer solução. É impossível cobrir todas as nuances dos conceitos de simulação e previsibilidade no escopo desse estudo. Todavia, deve-se assegurar ao leitor que é mais simples derivar as condições de previsibilidade para sistemas determinísticos lineares (Gelb, 1974). Na seqüência da formulação descrita nesse artigo será assumida a linearização das equações através da expansão em séries de Taylor e posterior truncamento.

Formulação dinâmico-estocástica

O estado de um sistema é definido como uma variável multidimensional que contém toda a informação relevante sobre o passado do sistema, informação necessária para o conhecimento do seu comportamento futuro, condicionado aos dados de entrada. As variáveis de estado representam a memória do sistema. Em modelos hidrológicos, as variáveis de estado são, geralmente, os armazenamentos nos reservatórios de solo e de canal.

O modelo chuva-vazão-propagação 3R, apresentado em detalhes por Krauskopf Neto *et al.* (2007), representa o sistema no espaço de estados, isto é, suas equações modelam diretamente as taxas de variação das variáveis de estado (armazenamentos de solo e canal). Sua representação sintética, explicitando os componentes que introduzem erros no sistema (modelo conceitual, representado pelo estado, entradas e parâmetros) é dada por:

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t); \theta) + \mathbf{w}(t) \quad (1)$$

onde: t = tempo; \mathbf{f} = função vetorial não-linear que representa a formulação do modelo no espaço de estados; \mathbf{x} = vetor de estado, cujos componentes são as variáveis de cada estado do modelo; \mathbf{u} = vetor dos dados de entrada no modelo; θ = vetor de parâmetros do modelo 3R; \mathbf{w} = vetor de erros (ruído branco) resultante das incertezas nos dados de entrada, na formulação do modelo e nos parâmetros, denominado forçante aleatória.

O comportamento ao longo do tempo da matriz de covariância dos erros do estado pode ser representado por:

$$\frac{d\mathbf{P}(t)}{dt} = \mathbf{F}[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t); \theta] \mathbf{P}(t) + \mathbf{P}(t) \mathbf{F}^T[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t); \theta] + \mathbf{Q}(t) \quad (2)$$

onde: \mathbf{P} = matriz de covariância dos erros do estado do sistema; \mathbf{F} = matriz de sensibilidade aos estados, formada pela derivada parcial de cada uma das equações do modelo hidrológico em relação a cada um dos elementos do vetor de estados \mathbf{x} ; \mathbf{Q} = matriz de covariâncias da forçante aleatória do sistema, vetor \mathbf{w} na equação (1).

As equações (1) e (2) são a representação perfeita do sistema, pois supõem que sejam conhecidos o modelo \mathbf{f} , o estado \mathbf{x} , as entradas \mathbf{u} , os parâmetros θ e as propriedades estatísticas do erro \mathbf{w} . Todavia, este conhecimento perfeito é uma abstra-

ção, pois na realidade somente se dispõem de aproximações dos valores e comportamentos para a representação do sistema hidrológico. Uma dificuldade adicional para aplicação da equação (2) é a definição da matriz \mathbf{Q} , de covariâncias de \mathbf{w} , pois existe pouca informação “a priori” sobre ela.

Equações de Propagação

Rajaram e Georgakakos (1987, *apud* Georgakakos *et al.*, 1988) desenvolveram a equação (1) em série em torno dos valores aproximados de entradas e parâmetros, já que se supõe que o estimador de estado fornecerá valores de estado próximos aos reais, produzindo a seguinte representação para as equações de propagação de estados e covariâncias de erros dos estados:

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}(t)^-}{dt} = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}(t)^-, \hat{\mathbf{u}}(t); \hat{\theta}) \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{P}(t)^-}{dt} = & \mathbf{F}(\hat{\mathbf{x}}(t)^-, \hat{\mathbf{u}}(t); \hat{\theta}) \mathbf{P}(t)^- + \\ & + \mathbf{P}(t)^- \mathbf{F}^T(\hat{\mathbf{x}}(t)^-, \hat{\mathbf{u}}(t); \hat{\theta}) + \\ & + \alpha_U \mathbf{M}(\hat{\mathbf{x}}(t)^-, \hat{\mathbf{u}}(t); \hat{\theta}) \mathbf{U}(t) \mathbf{M}^T(\hat{\mathbf{x}}(t)^-, \hat{\mathbf{u}}(t); \hat{\theta}) + \\ & + \alpha_P \mathbf{N}(\hat{\mathbf{x}}(t)^-, \hat{\mathbf{u}}(t); \hat{\theta}) \mathbf{W}(t) \mathbf{N}^T(\hat{\mathbf{x}}(t)^-, \hat{\mathbf{u}}(t); \hat{\theta}) \end{aligned} \quad (4)$$

onde: sobrescrito “-” = indicador de estimativa “a priori” (antes da aplicação do estimador de estado); sobrescrito “^” = indicador de valor aproximado (valor com erro); \mathbf{U} = matriz de covariância dos erros das entradas; \mathbf{W} = matriz de covariância dos erros dos parâmetros; α_U = parâmetro adimensional, estimado a partir das diferenças entre vazões modeladas e observadas e que pondera a importância dos erros nos dados na matriz de covariâncias de erros do estado; α_P = parâmetro adimensional que pondera a importância dos erros nos parâmetros na matriz de covariâncias de erros dos estados; \mathbf{F} = matriz de sensibilidade do sistema às variáveis de estado; \mathbf{M} = matriz de sensibilidade do sistema aos dados de entrada; \mathbf{N} = matriz de sensibilidade do sistema aos parâmetros.

Os componentes das matrizes \mathbf{F} , \mathbf{M} , e \mathbf{N} são representados pelas equações (5), (6) e (7).

$$[\mathbf{F}(\hat{\mathbf{x}}(t), \hat{\mathbf{u}}(t); \hat{\theta})]_{i,j} = \frac{\partial f_i(\hat{\mathbf{x}}(t), \hat{\mathbf{u}}(t); \hat{\theta})}{\partial x_j} \quad (5)$$

$$[\mathbf{M}(\hat{\mathbf{x}}(t), \hat{\mathbf{u}}(t); \hat{\theta})]_{i,j} = \frac{\partial f_i(\hat{\mathbf{x}}(t), \hat{\mathbf{u}}(t); \hat{\theta})}{\partial u_j} \quad (6)$$

$$[\mathbf{N}(\hat{\mathbf{x}}(t), \hat{\mathbf{u}}(t); \hat{\theta})]_{i,j} = \frac{\partial f_i(\hat{\mathbf{x}}(t), \hat{\mathbf{u}}(t); \hat{\theta})}{\partial \theta_j} \quad (7)$$

A integração das equações (3) e (4) entre os instantes t_{k-1} e t_k fornece as estimativas “a priori” do estado e da matriz de covariâncias dos erros dos estados no instante t_k . Os parâmetros α_U e α_P são os dois parâmetros do estimador de estado, que devem ser calibrados. Os parâmetros α_U e α_P , além de servirem para ajustar o estimador de estado, também introduzem outra grande vantagem: se ocorrer uma inovação tecnológica no sistema de monitoramento, o modelo hidrológico com estimador de estado acoplado pode ser mantido sem modificações, necessitando-se apenas recalibrar os parâmetros α_U e α_P para os dados resultantes da nova situação do monitoramento.

Equações de Atualização

A atualização do estado e da matriz de covariâncias dos erros do estado é obtida através da aplicação do Filtro de Kalman Estendido, que é uma adaptação do Filtro de Kalman para sistemas não lineares (Gelb, 1974). No caso de modelos hidrológicos chuva-vazão-propagação, os estados são os armazenamentos da água no solo e no canal do rio. Os fluxos diretamente mensuráveis são a chuva e as vazões que entram e saem da bacia em consideração.

O Filtro de Kalman utiliza uma abordagem Bayesiana, ao supor conhecidas as distribuições de probabilidade do estado, dos fluxos, e também as distribuições condicionais de probabilidades do estado em relação aos fluxos. O Filtro determina o estado atualizado para a variância mínima do sistema, isto é, para os menores erros admissíveis nas observações e nos parâmetros do modelo. O processo de atualização do estado é tratado de maneira consistente, no sentido que é estimado a partir das diferenças entre os fluxos modelados e observados, dos erros dos estados condicionados aos fluxos, e das incertezas nas medições dos fluxos.

O Filtro de Kalman foi originalmente proposto para sistemas lineares. No caso do modelo hidrológico existem relações não-lineares entre os fluxos e os estados, mas que podem ser linearizadas através de expansões em série de Taylor em torno do estado atualizado. A linearização das relações

entre fluxos e estados é que dá origem ao adjetivo “Estendido” aplicado ao Filtro de Kalman.

Para a utilização do Filtro de Kalman Estendido, devem existir, para o sistema representado pela equação (1), fenômenos mensuráveis que possam ser associados aos estados do sistema. No modelo hidrológico os estados correspondem aos armazenamentos de água nas camadas do solo e no canal do rio. A relação entre os armazenamentos de água e as vazões medidas pode ser modelada pela equação (8), denominada equação de medição:

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{h}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t); \theta) + \mathbf{v}(t) \quad (8)$$

onde: z = vazão medida; h = função vetorial não-linear que relaciona o estado, entradas e parâmetros do sistema com a vazão medida; v = vetor de erro (ruído branco) associado à medição da vazão, com matriz de covariância R .

A vazão modelada (z') é computada através dos estados, dados de entrada e parâmetros estimados:

$$\mathbf{z}'(t) = \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}(t)^-, \hat{\mathbf{u}}(t); \hat{\theta}) \quad (9)$$

No caso do modelo 3R, o fenômeno mensurável é a vazão no exutório da bacia, sendo modelada pela equação de propagação em uma cascata de reservatórios conceituais (Krauskopf Neto *et al.*, 2007):

$$Q(t) = \beta(S(t))^m \quad (10)$$

onde: Q = vazão no exutório da bacia; S = armazenamento do último reservatório conceitual; β e m = coeficiente e expoente da função de propagação, respectivamente. Todavia, a variável de estado “ S ” está associada recursivamente aos demais reservatórios conceituais da função de propagação, e também aos armazenamentos de água nas camadas do solo modelados na fase bacia do modelo chuva-vazão.

A atualização do vetor de estado para um instante t usa como dados de entrada as estimativas “a priori” do estado e da vazão e a vazão medida:

$$\hat{\mathbf{x}}(t)^+ = \hat{\mathbf{x}}(t)^- + \mathbf{K}[\hat{\mathbf{x}}(t)^-, \hat{\mathbf{u}}(t); \hat{\theta}]\{z(t) - \mathbf{h}[\hat{\mathbf{x}}(t)^-, \hat{\mathbf{u}}(t); \hat{\theta}]\} \quad (11)$$

onde: $\hat{\mathbf{x}}(t)^+$ e $\hat{\mathbf{x}}(t)^-$ = respectivamente, estimativas “a posteriori” (após atualização) e “a priori” do estado no instante t ; \mathbf{K} = matriz de ganho de Kalman, definida pela equação (12); $z(t)$ = vazão medida no instante t .

$$\mathbf{K}[\hat{\mathbf{x}}(t)^-, \hat{\mathbf{u}}(t); \hat{\theta}] = \mathbf{P}(t)^- \mathbf{H}^T[\hat{\mathbf{x}}(t)^-, \hat{\mathbf{u}}(t); \hat{\theta}] \left\{ \mathbf{H}[\hat{\mathbf{x}}(t)^-, \hat{\mathbf{u}}(t); \hat{\theta}] \mathbf{P}(t)^- \mathbf{H}^T[\hat{\mathbf{x}}(t)^-, \hat{\mathbf{u}}(t); \hat{\theta}] + \mathbf{R}(t) \right\}^{-1} \quad (12)$$

onde: sobrescrito “-” = estimativa “a priori”; sobrescrito “+” = estimativa “a posteriori”; H = matriz que representa a linearização da função h, por expansão em série de Taylor, cujos elementos são descritos pela equação (13); P = matriz de covariância dos erros do estado do sistema; R = matriz de covariâncias dos erros de medição.

$$\left[\mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}(t), \hat{\mathbf{u}}(t); \hat{\theta}) \right]_{i,j} = \frac{\partial h_i[\hat{\mathbf{x}}(t), \hat{\mathbf{u}}(t); \hat{\theta}]}{\partial x_j} \quad (13)$$

A equação de atualização da matriz de covariâncias dos erros é:

$$\mathbf{P}(t)^+ = \left\{ \mathbf{I} - \mathbf{K}[\hat{\mathbf{x}}(t)^-, \hat{\mathbf{u}}(t); \hat{\theta}] \mathbf{H}[\hat{\mathbf{x}}(t)^-, \hat{\mathbf{u}}(t); \hat{\theta}] \right\} \mathbf{P}(t)^- \left\{ \mathbf{I} - \mathbf{K}[\hat{\mathbf{x}}(t)^-, \hat{\mathbf{u}}(t); \hat{\theta}] \mathbf{H}[\hat{\mathbf{x}}(t)^-, \hat{\mathbf{u}}(t); \hat{\theta}] \right\}^T + \mathbf{K}[\hat{\mathbf{x}}(t)^-, \hat{\mathbf{u}}(t); \hat{\theta}] \mathbf{R}(t) \mathbf{K}^T[\hat{\mathbf{x}}(t)^-, \hat{\mathbf{u}}(t); \hat{\theta}] \quad (14)$$

onde: P(t)⁺ = a estimativa “a posteriori” (atualizada) da matriz de covariâncias dos erros do estado do sistema, para o instante t.

Modelo de Variância dos Dados de Entrada

Além das equações de atualização, o estimador de estado necessita das matrizes de covariância dos erros dos dados observados (matriz M), dos erros dos parâmetros (matriz N) e dos erros dos estados (matriz P).

A covariância dos erros dos dados observados é composta pelas medições da precipitação, evapotranspiração potencial, e da vazão no exutório. Georgakakos *et al.* (1988) propuseram um modelo para as variâncias dos erros representado na equação (15). Esse modelo assume que os erros nos dados observados são aleatórios, não-estacionários e proporcionais às suas magnitudes.

$$\text{VAR}[\zeta(t)] = [C_{p1} \zeta(t) + C_{p0}]^2 \quad (15)$$

onde: VAR = variância; ζ(t) = dado de entrada (chuva e evapotranspiração potencial) ou observado (vazão); C_{p0} e C_{p1} = constantes positivas. As equações (16), a (18) indicam as variâncias dos erros da chuva, da evapotranspiração potencial e da vazão observada, respectivamente.

$$\text{VAR}[\text{PREC}(t)] = [C_{\text{PREC}1} \text{PREC}(t) + C_{\text{PREC}0}]^2 \quad (16)$$

$$\text{VAR}[\text{PET}(t)] = [C_{\text{PET}1} \text{PET}(t) + C_{\text{PET}0}]^2 \quad (17)$$

$$\text{R}(t) = \text{VAR}[z(t)] = [C_{z1} z(t) + C_{z2}]^2 \quad (18)$$

Os seis parâmetros C_{PREC0}, C_{PREC1}, C_{PET0}, C_{PET1}, C_{Z0}, C_{Z1} do modelo de variâncias da precipitação, evapotranspiração potencial e vazão observada, são estimados a partir da análise das séries da bacia.

Parametrização dos erros

O resíduo normalizado (erro), para cada instante t, é representado pela equação (19).

$$\eta(t) = \sqrt{\mathbf{r}^T(t) \left[\mathbf{H}(t) \mathbf{P}(t)^- \mathbf{H}^T(t) + \mathbf{R}(t) \right]^{-1} \mathbf{r}(t)} \quad (19)$$

onde: η(t) - resíduo normalizado da vazão; r(t) = resíduo (erro) definido pela diferença entre a vazão modelada “a priori” e observada; H(t) = matriz de sensibilidade da equação (13) de observação; P(t)⁻ = matriz de covariância “a priori” dos erros dos estados do modelo, no instante t.

A tabela 1 lista as variâncias estimadas dos erros dos estados, parâmetros e observações para a bacia do Rio Ivaí.

Os desvios padrão dos erros correspondem às raízes quadradas das diagonais principais das matrizes de covariâncias. Na tabela 1, os estados são os elementos da diagonal da matriz P, os parâmetros são da diagonal da matriz N e as observações da diagonal da matriz M.

O desvio padrão dos erros nos parâmetros pode ser estimado através da análise de sensibilidade do modelo hidrológico em relação a cada um dos parâmetros. Essa análise requer a integração do modelo hidrológico para séries plurianuais de precipitação, evapotranspiração potencial e vazão, variando-se a magnitude do parâmetro em cada rodada.

O desvio padrão dos erros dos estados não pode ser estimado através da série histórica, porque os armazenamentos no solo não são observações que estejam geralmente disponíveis. Então, assume-se os desvios padrão dos erros dos estados para a inicialização da matriz P. O desempenho do estimador não é sensível aos valores assumidos na inicialização de P, pois esses afetam somente os primei-

ros dias da rodada do modelo. À medida que os dados são assimilados ao longo da integração, os componentes de P convergem em acordo com a teoria do estimador de estado, independentemente dos valores assumidos na inicialização.

Tabela 1 – Variâncias dos erros dos estados, parâmetros e dados observados

		Tereza Cristina	Ubá do Sul	Porto Paraíso do Norte	Novo Porto Taquara
Estados	X ₁	20	20	20	20
	X ₂	5	10	40	40
	S ₁	0,1	0,2	0,5	0,5
	S ₂	0,1	0,2	0,5	0,5
Parâmetros	X ₁ ⁰	10	10	20	20
	X ₂ ⁰	10	10	20	20
	C ₁	0,001	0,002	0,002	0,002
	C ₂	0,001	0,001	0,001	0,001
	C ₃	0,5	0,5	1,0	1,0
	m ₁	0,4	0,4	0,4	0,4
	m ₃	0,3	0,3	0,3	0,3
	β	0,2	0,2	0,2	0,2
	μ	0,00001	0,00001	0,00001	0,00001
	Observações	C _{Z1}	0,1	0,1	0,1
C _{Z0}		0,1	0,1	0,1	0,1
C _{PRECI}		0,6	0,4	0,2	0,2
C _{PRECO}		0,5	0,5	0,5	0,5
C _{PET1}		3	3	3	3
C _{PET0}		0,5	0,5	0,5	0,5

CALIBRAÇÃO DO ESTIMADOR DE ESTADO

A calibração dos parâmetros do estimador de estado foi realizada para as quatro sub-bacias do Rio Ivaí listadas na tabela 2 e descritas por Krauskopf Neto *et al.* (2007).

Tabela 2 – Áreas de drenagem das sub-bacias do Rio Ivaí

Sub-bacia	Área Incremental (km ²)	Área Total (km ²)
Tereza Cristina	3.572	3.572
Ubá do Sul	9.129	12.701
Porto Paraíso do Norte	14.192	28.427
Novo Porto Taquara	6.005	34.432

A calibração do estimador de estado consiste na determinação dos parâmetros α_U e α_P da equação (4), que representa a propagação da matriz de covariâncias dos erros do estado.

O procedimento de calibração proposto é manual e multiobjetivo. Foram selecionadas quatro funções objetivo: (a) minimização da média dos erros; (b) minimização da variância dos erros; (c) maximização da correlação cruzada entre as vazões modeladas e observadas; (d) minimização da autocorrelação dos erros (lag-1). As funções objetivo foram computadas por simulação, em que o modelo hidrológico acoplado com o estimador de estado foi executado para uma amostra plurianual de dados de chuva e vazão com diferentes pares de α_U e α_P , que foram variados em intervalos regulares. A figura 1, relativa à sub-bacia limitada pelo posto de Novo Porto Taquara, ilustra os campos de das quatro funções objetivo em acordo com a variação de α_U e α_P .

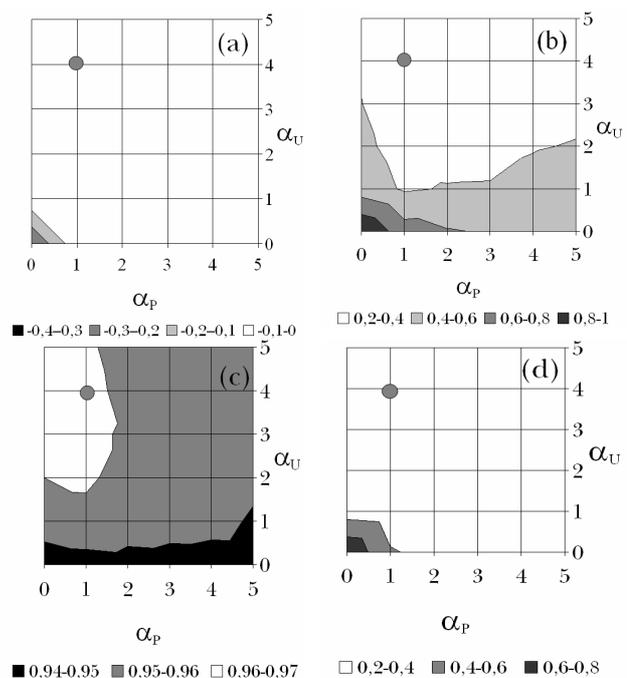


Figura 1 – Calibração multi-objetivo do estimador de estado para Novo Porto Taquara

O par de parâmetros α_U e α_P calibrados estão indicados pelos círculos nos painéis (a), (b), (c) e (d) da figura 1. A calibração consistiu em se atender os quatro objetivos simultaneamente: média e variância dos erros próxima de “zero” em (a) e (b),

correlação entre vazão observada e modelada próxima de “um” em (c), e autocorrelação dos erros próxima de “zero” em (d).

Os pares de parâmetros ótimos do estimador de estado para todas as sub-bacias encontram-se listados na tabela 3.

Tabela 3 – Parâmetros do estimador de estado

POSTO	PARÂMETRO	
	α_U	α_p
Tereza Cristina	5	1
Ubá do Sul	5	0
Porto Paraíso do Norte	4	1
Novo Porto Taquara	4	1

ANÁLISE DOS RESULTADOS

Resultados do Período de Calibração

A tabela 4 apresenta as estatísticas da calibração do sistema, realizada com dados do período de 01/01/1994 a 31/12/2003. Nela são apresentadas as médias e desvios padrão das vazões observadas e dos resíduos, que são as diferenças entre as vazões modeladas e observadas. As vazões a serem comparadas são: Obs = vazão observada; Sim = vazão simulada pelo modelo 3R para o horizonte de um dia, sem o estimador de estado; Prev = vazão prevista pelo modelo 3R acoplado com o estimador de estado para o horizonte de um dia; Ajust = vazão ajustada, resultado da atualização do estado do modelo 3R a partir da vazão observada, ou seja, representa a vazão do modelo corrigida pelo estimador de estado, para o instante da correção. Na tabela 4 também se incluiu o coeficiente de correlação cruzada (ρ) entre as vazões modeladas e observadas para os dez anos de integração.

O estimador de estado se mostrou eficiente ao atualizar os estados, pois gerou vazões ajustadas muito próximas das observadas. Isto pode ser comprovado pelo desempenho do conjunto de estatísticas, em especial pelo coeficiente de correlação entre vazões observadas e ajustadas, que mesmo para o pior caso simulado, a sub-bacia de Tereza Cristina, atingiu valores da ordem de 0,98. Krauskopf *et al.* (2007) indicaram que o monitoramento de chuva na sub-bacia de Tereza Cristina era deficiente, produzindo grandes erros na sua estimativa. A quantificação dos erros na chuva foi verificada através da comparação dos pluviogramas e hidrogramas simultâneos que indicaram um grande número de inconsistências.

A propriedade da simulação consiste na solução inversa da conservação de massa, isto é, na determinação dos armazenamentos no solo que reproduziriam as vazões observadas, a partir do conhecimento dos erros nos dados de entrada (chuva e evaporação) e nos parâmetros do modelo. A comprovação de que o estimador de estado atende à propriedade da simulação está ilustrada na figura 2, para uma amostra de 40 dias. A coincidência entre as vazões observadas e modeladas indica que o modelo hidrológico seria capaz de simular o processo físico se a estrutura de erros fosse perfeitamente conhecida “*a priori*”.

Tabela 4 – Estatísticas da calibração do sistema

		Vazão (m ³ /s)		Erro (m ³ /s)		ρ
		Média	Desvio Padrão	Média	Desvio Padrão	
Porto Taquara	Obs.	722,8	618,8	—	—	—
	Sim.	741,5	590,0	18,7	135,3	0,976
	Prev.	725,3	600,5	2,4	112,2	0,984
	Ajust.	722,3	613,5	-0,5	29,3	0,999
Paraíso do Norte	Obs.	618,2	583,2	—	—	—
	Sim.	627,7	532,1	9,5	236,0	0,914
	Prev.	623,1	568,3	5,0	161,9	0,961
	Ajust.	615,9	575,7	-2,3	32,2	0,999
Ubá do Sul	Obs.	299,3	365,2	—	—	—
	Sim.	301,0	311,1	1,8	198,3	0,840
	Prev.	296,5	319,5	-2,8	144,0	0,921
	Ajust.	295,7	357,7	-3,6	35,7	0,996
Tereza Cristina	Obs.	89,7	128,2	—	—	—
	Sim.	88,1	115,5	-1,6	99,9	0,669
	Prev.	90,0	121,1	0,3	77,1	0,810
	Ajust.	88,9	124,7	-0,9	25,3	0,980

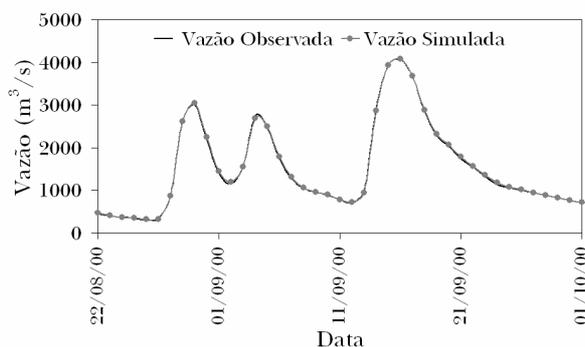


Figura 2 – Vazões observadas e modeladas em Novo Porto Taquara com o uso dos estados atualizados

A propriedade de previsão do estimador de estado é ilustrada nas figuras 3 e 4, para um período com vazões altas e outro com vazões baixas, respectivamente. Em ambas se comparam as vazões previstas com e sem estimador, para um horizonte de um dia, com as vazões observadas.

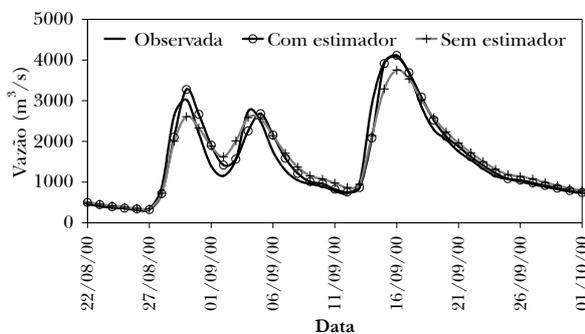


Figura 3 – Vazões observadas e previstas (1 dia de avanço) com estimador e sem estimador em Novo Porto Taquara – Resultado da calibração para período de vazões altas

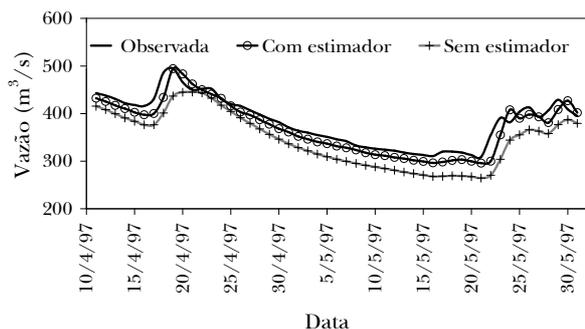


Figura 4 – Vazões observadas e previstas (1 dia de avanço) com estimador e sem estimador em Novo Porto Taquara – Resultado da calibração para período de vazões baixas

Para o período de calibração, o estimador de estado conseguiu melhorar o desempenho do sistema para o horizonte de previsão de um dia, para todas as sub-bacias avaliadas. O ganho relativo de desempenho do sistema acoplado com estimador de estado em relação ao resultado do modelo 3R sem estimador foi inversamente proporcional à qualidade dos dados de entrada e dos parâmetros do modelo, ou seja, quanto pior a qualidade dos dados de chuva e dos parâmetros do modelo, maior o ganho de acurácia que o estimador de estado introduziu na previsão hidrológica. Assim, o estimador de estado aumentou o coeficiente de correlação entre vazões

observadas e previstas em Novo Porto Taquara de 0,976 para 0,983, aumento de 0,76%, enquanto que o coeficiente de correlação de Tereza Cristina passou de 0,667 (sem estimador) para 0,809 (com estimador) melhorando a acurácia da previsão de um dia em 21,27%.

O maior ganho na acurácia da previsão hidrológica é na recuperação do pico de cheia do hidrograma. A figura 3 ilustra que as diferenças entre os picos das vazões observadas e previstas com o estimador de estado variaram entre 1% e 8%. Na figura 4 observa-se a capacidade do estimador em corrigir a recessão do hidrograma. Nesse caso, o modelo sem estimador acumula erros no armazenamento do solo, afetando as vazões de recessão e de base.

Como resultado da análise do período de calibração, conclui-se que o sistema de previsão composto pelo modelo hidrológico chuva-vazão-propagação 3R acoplado ao estimador de estado apresentou resultados significativamente melhores que o sistema de previsão composto unicamente pelo modelo 3R.

Tabela 5 – Estatísticas da validação do sistema

		Vazão (m³/s)		Desvios (m³/s)		ρ
		Média	Desvio Padrão	Média	Desvio Padrão	
Porto Taquara	Obs.	707,2	662,0	—	—	—
	Sim.	678,1	607,9	-29,1	184,2	0,961
	Prev.	697,5	628,7	-9,8	131,0	0,981
	Ajust.	701,6	648,4	-5,6	45,8	0,998
Paraíso do N. Taquara	Obs.	602,0	686,0	—	—	—
	Sim.	565,0	555,8	-37,0	231,1	0,952
	Prev.	592,4	634,2	-9,6	166,5	0,971
	Ajust.	597,7	671,4	-4,3	36,9	0,999
Ubá do Sul	Obs.	304,3	432,1	—	—	—
	Sim.	355,4	402,8	51,0	229,7	0,851
	Prev.	318,5	403,8	14,1	176,3	0,913
	Ajust.	302,4	422,8	-2,0	31,1	0,998
Tereza Cristina	Obs.	86,0	143,0	—	—	—
	Sim.	94,6	120,4	8,6	103,0	0,706
	Prev.	87,5	133,8	1,5	81,8	0,827
	Ajust.	86,1	144,5	0,1	32,0	0,975

Resultados do período de validação

Definiu-se o período de 01/01/1981 a 31/12/1990 para a validação do sistema por quatro motivos: (1) proximidade com o período de calibração, reduzindo os efeitos das modificações nas precipitações e de ocupação e uso do solo na bacia incremental de Itaipu para período anterior a 1970

(Muller *et al.*, 1997); (2) apresenta a mesma duração do período de calibração, sendo, portanto, suficiente para que os resultados não sejam demasiadamente afetados por variações climáticas específicas, tal como o El Niño de 1982-1983; (3) apresenta uma grande variabilidade hidrológica, com várias cheias e estiagens; e (4) possibilidade de verificação da robustez da solução: dado que o balanço mensal de água no solo no período de validação apresenta comportamento diferenciado daquele do período de calibração (Krauskopf Neto *et al.*, 2007), um bom desempenho do sistema neste período seria um indicativo de robustez da solução proposta.

A tabela 5 apresenta os resultados da aplicação do sistema ao período de validação, em que o estimador de estado melhorou a acurácia da previsão de um dia, para todas as sub-bacias.

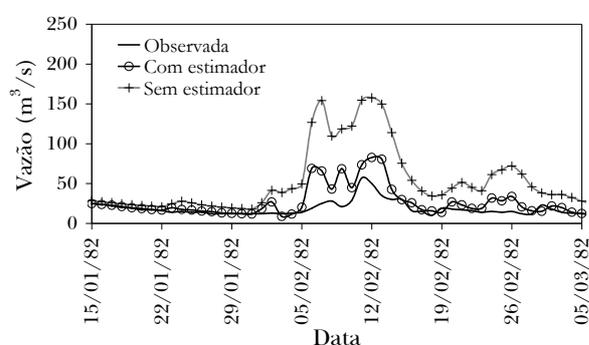


Figura 5 – Vazões observadas e previstas (1 dia de avanço) com estimador e sem estimador em Tereza Cristina – Resultado da validação para período de vazões baixas

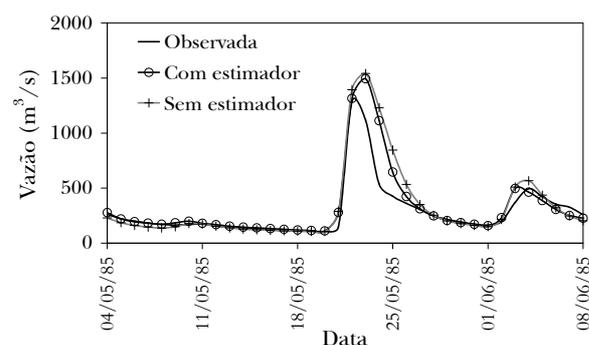


Figura 6 – Vazões observadas e previstas (1 dia de avanço) com estimador e sem estimador em Ubá do Sul – Resultado da validação para período de vazões altas

Comparando-se os resultados da tabela 5 com os da tabela 4 (calibração), constata-se que não houve degradação de desempenho do sistema de

previsão com o estimador de estado acoplado para o período de validação, com os coeficientes de correlação entre vazões previstas e observadas permanecendo elevados e os valores da média e desvio padrão dos resíduos permanecendo baixos.

A eficiente atualização de estados melhorou a acurácia previsões, em relação ao modelo hidrológico sem estimador. As figuras 5 e 6 ilustram os hidrogramas de vazões baixas em Tereza Cristina, e de vazões altas em Ubá do Sul. O estimador sempre melhora os resultados, embora o índice de melhora dependa dos erros nos dados de entrada e nos parâmetros em cada evento.

Análise de desempenho do estimador

O maior ganho de acurácia da previsão hidrológica proporcionado pelo estimador de estado ocorreu para os casos em que a modelagem chuva-vazão produziu os piores resultados na bacia do Ivaí.

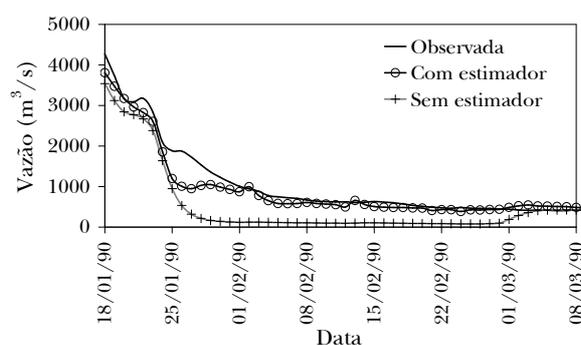


Figura 7 – Vazões observadas e previstas (1 dia de avanço) com estimador e sem estimador em Novo Porto Taquara – Resultado da validação para um período com erro nas aflúências à bacia

Como o estimador usa explicitamente os erros atribuídos às observações na integração do modelo hidrológico, então se pode expurgar os impactos de pequenas falhas nos dados de entrada sobre as vazões previstas. A figura 7 ilustra os hidrogramas observados e previstos para Novo Porto Taquara, onde havia falha na série de aflúências à bacia. Para o modelo hidrológico sem estimador, as vazões previstas tiveram erros significativos devido ao banco de dados ter registrado vazões nulas para as aflúências. A previsão de vazões com o uso do estimador compensou a falha na série de aflúências à bacia, reduzindo significativamente os erros na vazão prevista durante a recessão do hidrograma.

CONCLUSÕES

Esse artigo detalha a formulação do estimador de estado, denominado de dinâmico-estocástico, fundamentado na implementação do filtro de Kalman Estendido (estocástico) para o modelo hidrológico 3R (dinâmico).

O objetivo desse trabalho foi avaliar o desempenho da implementação de um sistema de previsão hidrológica com atualização de estado através da assimilação da vazão observada em tempo real, aplicado a uma grande bacia de interesse do setor elétrico Brasileiro. A bacia selecionada para a implementação e calibração do estimador de estado foi a do Rio Ivaí, com área de 36.587 km² e que contribui diretamente para a afluência ao reservatório de Itaipu, no Rio Paraná. A bacia foi discretizada em quatro sub-bacias, em que a menor e a maior têm 3.572 km² e 14.192 km², respectivamente. Os postos de chuva e vazão usados nesse estudo coincidem com os utilizados pela Itaipu Binacional para a previsão de afluências ao seu reservatório. A descrição da bacia, do modelo chuva-vazão-propagação 3R e da qualidade dos dados de chuva e vazão está descrita em Krauskopf Neto *et al.*, 2007.

As principais características do estimador dinâmico-estocástico são: (1) formulação com o uso do filtro de Kalman Estendido; (2) formulação complexa, exigindo conhecimentos sobre modelagem hidrológica determinística e estocástica; (3) opera em todas as variáveis de estado do sistema, respeitando as relações dinâmicas (conservação de massa) formuladas no modelo chuva-vazão-propagação; (4) considera explicitamente as variabilidades e incertezas de todos os componentes do problema: dados, formulação do modelo hidrológico e parâmetros; (5) sua aplicação não fica restrita às previsões hidrológicas com resolução diária de curto prazo, podendo também ser aplicado, com grandes vantagens, em previsões de longo prazo com resolução temporal quinzenal ou mensal.

As conclusões sobre o desempenho do estimador de estado foram: (1) aumentou a acurácia das previsões hidrológicas; (2) o ganho de acurácia foi equivalente para os períodos de calibração e verificação; (3) foi eficiente na atualização dos estados, pois as vazões ajustadas a partir dos estados atualizados tiveram correlação de 99% com as vazões observadas; (4) o estimador é robusto, consistentemente melhorando os resultados da previsão em relações àqueles obtidos com o modelo sem estimador; (5) o maior ganho de acurácia da previsão hidrológica proporcionado pelo estimador de estado ocorre para os casos em que a modelagem chuva-vazão produz os piores resultados em virtude dos

erros nos dados de entrada e nos parâmetros do modelo.

As recomendações para que se explore com mais eficiência as vantagens desse esquema de atualização de modelos hidrológicos com estimadores de estado consistem na extensão dos estudos para: (1) avaliar o desempenho do estimador dinâmico-estocástico para previsões hidrológicas de curto prazo com horizontes de até sete dias, em que além dos erros na chuva monitorada também haveria os efeitos dos erros na previsão de chuva; (2) submeter o estimador dinâmico-estocástico a um teste de desempenho em ambiente operacional; (3) estender o uso do estimador de estado para previsões hidrológicas com horizonte climático, usando resolução mensal e horizonte de previsão sazonal ou até anual, conforme as necessidades de programação hidroenergética do setor elétrico.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos à Itaipu Binacional pela cessão dos dados hidrológicos operacionais e aos dois revisores anônimos pela análise meticulosa e pelas sugestões que proporcionaram maior clareza a esse artigo.

REFERÊNCIAS

- BRAS, R.L., & RODRÍGUEZ-ITURBE, I., (1990). Random Functions and Hydrology, Addison-Wesley, EUA, 559 pp.
- GELB, A., (1974). *Applied optimal estimation*, MIT Press, Cambridge, Mass., EUA.
- GEORGAKAKOS, K. P., RAJARAM, H. & LI, S.G., (1988). On improved operational hydrologic forecasting of streamflows. IIHR Report No 325, Iowa City, EUA, 162 pp.
- GUETTER, A.K., & GEORGAKAKOS, K.P., (1997). Uncertainty in the prediction of streamflow by real-time prediction models using satellite rainfall estimates. *Preprints 13th Conference on Hydrology, 77th AMS Annual Meeting, February 2-7, Long Beach, EUA, J109-J112.*
- KRAUSKOPF NETO, R., GUETTER, A.K. & MINE, M.R.M., (2007). Modelo Hidrológico com Atualização de Estado, Parte I: Modelagem Hidrológica. *Revista Brasileira de Recursos Hídricos*, no prelo.
- MÜLLER, I. I.; KRÜGER, C. M.; KAVISKI, E., (1998). Análise de estacionariedade de séries hidrológicas na bacia

incremental de Itaipu. Revista Brasileira de Recursos Hídricos, 3(4).

Hydrologic Model with State Update
Part II: Estimator of the Dynamic-Stochastic State

ABSTRACT

Uncertainties occur regarding the rainfall and evaporation assimilated by rainfall-runoff models that together with the uncertainties of model formulation and parameter estimation yield cumulative errors in hydrologic forecasting. The effects of such uncertainties in streamflow forecasting can be reduced if the forecasting system does real time assimilation of observed streamflow and uses the data to update the model states. The objective of state estimators is to update the model states using the difference between modeled and observed streamflow. The dynamic-stochastic state estimator used is based on the extended Kalman filter, which is an application of Kalman filters to non-linear systems. The filter yields both state and state error covariance matrix updates, based on the difference between modeled and observed streamflow. The state estimator used in this study was named stochastic-dynamic, in which the stochastic component is related to the filter and the dynamic component is associated with the set of mass conservation ordinary differential equations. This paper describes the state estimator and evaluates its performance for the Ivai River basin data. The Ivai River contributes to the Parana River upstream of Itaipu Reservoir and is of interest to the Brazilian hydroelectric system. The main conclusions about the performance of the dynamic-stochastic state estimator are: (1) improvement of hydrologic forecasting accuracy, (2) robustness, meaning that hydrologic forecasts with the state estimator are better than forecasts with the hydrologic model alone; (3) the highest accuracy gains are achieved when the input data and model parameters have the largest errors.

Key-words: rainfall-runoff-routing hydrologic model; state estimator; Ivai River.