

DESENVOLVIMENTO DE ROTINA AUTOLISP PARA ANÁLISE DO FLUXO EM BARRAGENS DE TERRA UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS DE CONTORNO

Felipe Fernandes Viana de Araújo¹, Carísia Carvalho Gomes², Marco Aurélio Holanda de Castro³

RESUMO --- O presente artigo enfoca a utilização do Método dos Elementos de Contorno – MEC na resolução de problemas de fluxo no interior de barragens de terra. Assim, desenvolveu-se uma rotina em AutoLISP para geração de um arquivo de entrada para um algoritmo FORTRAN que resolve a equação de Laplace-Poisson, por meio do MEC, automatizando a captura de elementos gráficos e entrada de dados do problema. O programa foi aplicado na simulação de um exemplo prático de percolação no maciço de uma barragem de terra fictícia. Para validação dos resultados simulou-se o mesmo problema em um modelo amplamente difundido e reconhecido (SEEP/W, da GEO-SLOPE, que emprega o Método dos Elementos Finitos – MEF). Na comparação dos resultados do fluxo no interior da Barragem, foi observado excelente convergência de valores, erro relativo inferior a 5%, o que demonstra um satisfatório desempenho do programa desenvolvido e a viabilidade da aplicação do MEC para solução de problemas dessa natureza.

ABSTRACT --- The present paper focuses the use of the Boundary Element Method - BEM applied to earth or earth-rock dams seepage analysis. Thus, an AutoLISP routine was developed to generate an input file for a FORTRAN algorithm that solves the Laplace-Poisson equation, by means of the BEM, automatizing the graphical elements capture and data entry of the problem. The program was applied in the simulation of a practical example of a fictitious earth dam seepage. For validating the results, the same problem was simulated in a well recognized model package (SEEP/W, by GEO-SLOPE, that uses the Finite Element Method - FEM). It was observed an excellent convergence of values, the relative error was less than 5%, when comparing the results between the two applications, demonstrating a satisfactory performance of the developed program and the viability of the application of the BEM for earth dams seepage analysis.

Palavras-chave: Fluxo em Barragens, Método dos Elementos de Contorno, AutoLISP.

¹ Doutorando em Recursos Hídricos na Universidade Federal do Ceará. Engenheiro Civil. MSc. Email: felipearaujo@secrel.com.br.

² Professor Adjunto da Universidade Federal do Ceará. Engenheira Civil. DOC. e MSc. Email: carisia@ufc.br.

³ Professor Adjunto da Universidade Federal do Ceará. Engenheiro Civil. PhD. e MSc. Email: marco@ufc.br.

1. INTRODUÇÃO E OBJETIVOS

Problemas que envolvem a solução de equações diferenciais são bastante comuns em engenharia. Essas equações, muitas vezes, possuem um complexo e difícil tratamento matemático, não sendo possível encontrar uma solução analítica. Deste modo, é necessário recorrer a métodos numéricos, seja o método das diferenças finitas (MDF), o método dos elementos finitos (MEF), o método dos elementos de contorno (MEC), dentre outros.

Embora os métodos numéricos tenham tido sucesso praticamente absoluto na resolução de equações diferenciais complexas, uma das suas principais desvantagens está na necessidade de discretização do domínio ou contorno do problema e na grande quantidade de cálculos que se utiliza para solucionar os sistemas matriciais que fornecem os resultados aproximados das equações originais, o que só se tornou possível depois do advento dos computadores com grande poder de processamento.

Nesse sentido, o desenvolvimento de códigos computacionais que automatizem a discretização do domínio ou contorno e capturem os dados necessários para resolução do problema (coordenadas dos nós, conectividade dos elementos, condições de contorno essenciais e naturais, parâmetros específicos do problema, etc.), assim como de algoritmos que aplicam o método numérico em si, tornaram-se imprescindíveis para melhor entendimento do comportamento das variáveis desconhecidas de certos fenômenos ou processos de interesse da engenharia, sejam práticos ou acadêmicos.

O presente trabalho enfoca a utilização do método dos elementos de contorno na resolução de problemas de fluxo no interior do maciço de barragens de terra, tendo como principais objetivos os listados a seguir:

- ✓ Desenvolver uma rotina em AutoLISP para geração de arquivo de entrada para o algoritmo que resolve a equação de Laplace-Poisson, por meio do MEC;
- ✓ Aplicar o algoritmo do MEC (Fortran – desenvolvido pelo Prof. Paul Partridge) para simular exemplo prático do fluxo no interior da barragem de terra;
- ✓ Simular o referido exemplo utilizando um modelo amplamente difundido e reconhecido (SEEP/W, da GEO-SLOPE, que emprega o MEF) para comparação entre os resultados;
- ✓ Avaliar a viabilidade de aplicação do MEC para a solução de problemas de fluxo no interior de barragens de terra.

2. METODOLOGIA

Para apresentação dos aspectos metodológicos do presente artigo fez-se uma divisão por sub-ítem, visando melhorar a organização dos temas a serem expostos, quais sejam: 1) Fluxo no Interior de Barragens de Terra; 2) O MEC - Método dos Elementos de Contorno; 3) A rotina AutoLISP e os Algoritmos do MEC; e 4) O modelo SEEP/W.

2.1. O Fluxo no Interior de Barragens de Terra

A quantidade de água que flui no interior de uma barragem de terra, conjuntamente com a distribuição das cargas hidráulicas ou das pressões efetivas e neutras, podem ser estimadas utilizando a teoria do fluxo em meio poroso.

A determinação do fluxo possibilita estimar a perda de água do reservatório, que ocorre através da barragem, e a distribuição das pressões embasa os cálculos de estabilidade no aterro.

Sherard et al. (1963) citam as principais limitações dessa teoria aplicada a barragens de terra, que se baseia nas seguintes hipóteses:

- ✓ O solo do aterro e da fundação é um meio incompressível de fluxo, de forma que o tamanho dos poros permanece o mesmo, qualquer que seja a pressão exercida;
- ✓ O fluxo ocorre a partir de um gradiente hidráulico que é devido apenas a perda de carga potencial;
- ✓ Não há mudanças no grau de saturação na zona do solo por onde ocorre o escoamento;
- ✓ As condições de contorno do problema devem ser conhecidas.

A base para análise racional do fluxo em meio poroso foi desenvolvida por Darcy (1856), cujos experimentos levaram à conclusão de que a velocidade com que a água flui, entre os espaços vazios intergranulares de um solo, é diretamente proporcional à primeira potência do gradiente hidráulico, conforme se encontra ilustrado a seguir:

$$Q = kiA \tag{1}$$

Em que:

- Q: vazão do fluxo no meio poroso [L³/T];
- k: coeficiente de permeabilidade [L/T];
- i: gradiente hidráulico [L/L];
- A: área da seção transversal ao fluxo [L²].

Subsequentemente, Forchheimer (1886) demonstrou que a distribuição do fluxo e das pressões em um meio poroso é governada pela equação diferencial de Laplace, apresentada a seguir, para o caso bidimensional:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0 \quad (2)$$

Em que:

- h: carga hidráulica [L];

A solução da equação de Laplace fornece a variação das pressões e a direção do fluxo em todos os pontos do domínio. Normalmente esses resultados são plotados na forma de contornos equipotenciais, que são as isolinhas de carga hidráulica, para as quais a direção do fluxo é sempre perpendicular.

Dentre os métodos utilizados para solução do problema podem ser citados o método gráfico de rede de fluxo e o método analógico, discutidos em Sherard et al. (1963), além obviamente dos métodos numéricos, que apresentam soluções mais precisas, e são objeto do presente trabalho.

2.2. O MEC - Método dos Elementos de Contorno

O MEC tem cada vez mais suscitado a atenção de pesquisadores e se tornado uma técnica importante de solução para inúmeros problemas físicos, que podem ser modelados por meio de equações diferenciais parciais. Dentre as principais aplicações do MEC destacam-se: a análise de tensões, fluxo potencial, mecânica das fraturas, acústica e eletromagnetismo.

Este método é derivado através da discretização de uma equação integral que é, matematicamente, equivalente à equação diferencial parcial (EDP) original. A reformulação da EDP que resulta no MEC consiste em uma equação integral definida no contorno do domínio e uma integral que relaciona a solução no contorno com a solução em pontos internos do domínio.

A principal vantagem do MEC é a de que somente o contorno precisa ser sub-dividido, assim a dimensão do problema fica reduzida em uma dimensão.

Uma explanação detalhada da teoria do método dos elementos de contorno, com dupla reciprocidade, pode ser encontrada em Partridge et al. (1992) e Mansur et al. (1996).

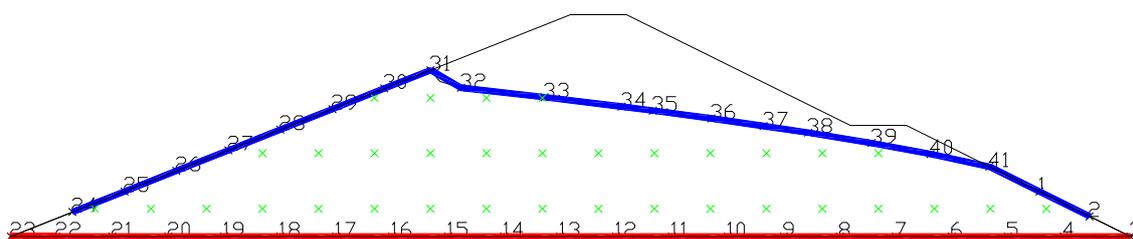
2.3. A rotina AutoLISP e os Algoritmos do MEC

O AutoLISP é a linguagem de programação própria e já incorporada ao AutoCAD, deriva-se da programação LISP (abreviação para List Processing) e permite que usuários individuais personalizem o AutoCAD para realizar tarefas específicas. Outra vantagem do AutoLISP é a possibilidade de usar os comandos originais e acessar o banco de dados do AutoCAD dentro da programação, o que facilita a criação e manipulação de entidades de desenho.

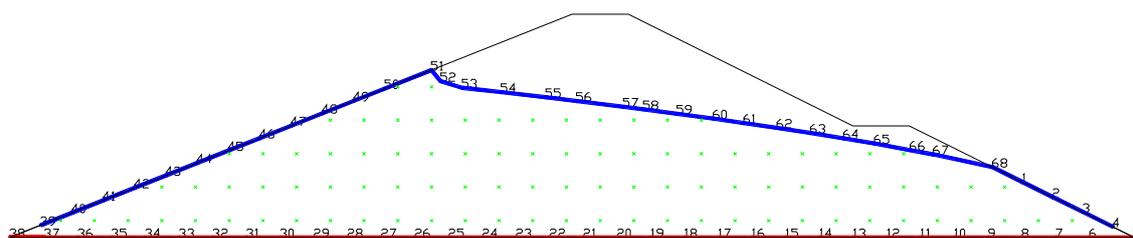
O AutoCAD trata-se de uma ferramenta digital para desenhos, amplamente difundida na engenharia, portanto, a utilização da sua interface gráfica torna-se bastante vantajosa.

A rotina em AutoLISP tem a função gráfica de discretização do contorno e do domínio, assim como automatização da captura dos dados do problema e organização destes em formatos específicos exigidos pelo algoritmo do MEC, poupando assim esforços na aplicação do método.

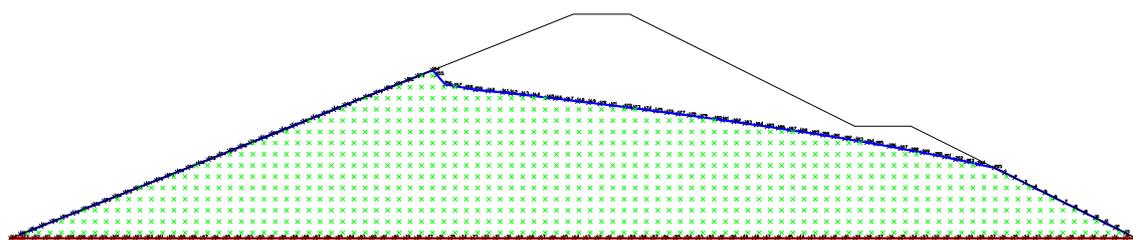
A Figura 1, a seguir, apresenta o desenho final que surge da aplicação da rotina em AutoLISP, ilustrando a discretização do domínio e do contorno para espaçamentos entre os nós, respectivamente, de 5 m (a), 3 m (b) e 1 m (c), destacando também as condições de contorno essenciais (referentes às cargas hidráulicas – em azul) e as condições de contorno naturais (referentes ao fluxo – em vermelho). O problema em questão se trata do fluxo na zona saturada de uma barragem de terra.



(a)



(b)



(c)

Figura 1. Exemplos de discretização do domínio e do contorno para espaçamentos entre os nós, respectivamente, de 5 m (a), 3 m (b) e 1 m (c).

Os dados do problema (coordenadas dos nós, condições de contorno, etc.) são armazenados em um arquivo, que pode ser utilizado diretamente pelo algoritmo do MEC.

Algoritmos para aplicação do MEC dependem da equação a ser resolvida. A rotina em AutoLISP pode ser utilizada para gerar o arquivo de entrada para os programas XTEST2.exe e CDC_FL.exe, desenvolvidos em linguagem FORTRAN, pelo prof. Paul Partridge.

Os programas XTEST2.exe e CDC_FL.exe aplicam o método dos elementos de contorno com dupla reciprocidade respectivamente para resolução das seguintes equações (equação de Laplace com termo constante no lado direito da equação (Eq. 3) e equação da advecção-dispersão de poluentes com termo de decaimento de primeira ordem e de fonte/sumidouro, em regime não permanente (Eq. 4):

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = b_{cte} \quad (3)$$

$$D_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} - v_x \frac{\partial C}{\partial x} - v_y \frac{\partial C}{\partial y} - kC + R = \frac{\partial C}{\partial t} \quad (4)$$

Em que:

- C: concentração do poluente [M/L³];
- D_x: coeficiente de dispersão no eixo x [L²/T];
- D_y: coeficiente de dispersão no eixo y [L²/T];
- v_x: componente da velocidade no eixo x [L/T];
- v_y: componente da velocidade no eixo y [L/T];
- k: termo de decaimento do poluente [1/T];
- R: fonte ou sumidouro do poluente [M/L³/T];

Aplicações do algoritmo CDC_FL.exe podem ser encontradas em Vasconcelos (2005), que avaliou exemplos acadêmicos sobre a evolução espaço-temporal de poluentes em meio poroso.

2.4. O modelo SEEP/W

O modelo SEEP/W é um programa que utiliza o método dos elementos finitos para modelar o movimento da água e a distribuição de pressões em materiais porosos como solos ou rochas fraturadas.

Trata-se de uma ferramenta para análises de percolação em ambas as zonas saturada e não-saturada do meio poroso, apresentando ainda a capacidade de determinar a linha freática em maciços de terra.

O SEEP/W apresenta respaldo no meio científico em nível mundial, foi desenvolvido pela *GEO-SLOPE International Ltd.*, sendo um pacote comercial, entretanto, existem versões gratuitas com limitações.

3. RESULTADOS

O exemplo tomado para aplicação do MEC foi o fluxo na zona saturada do maciço de uma barragem de terra. Para delimitar a zona saturada, ou seja, definir a linha freática, utilizou-se a parábola de Kozeny e considerou-se que a fundação da barragem era impermeável, sendo o coeficiente de permeabilidade do solo igual a $1,0 \times 10^{-6}$ m/s (isotrópico) e o nível da água (N.A.) do reservatório de 15 m.

Assim, definiram-se três regiões para condição de contorno do problema:

- ✓ Para o talude de montante aplicou-se condição de contorno essencial, com carga hidráulica igual à altura do N.A. (15 m);
- ✓ Para a linha freática (LF) aplicou-se condição de contorno essencial com carga hidráulica igual à altura da LF;
- ✓ Para a fundação da barragem utilizou-se a condição de contorno natural de fluxo inexistente (solo impermeável).

A Figura 2 apresenta a seguir uma ilustração contendo os detalhes das considerações utilizadas no problema:

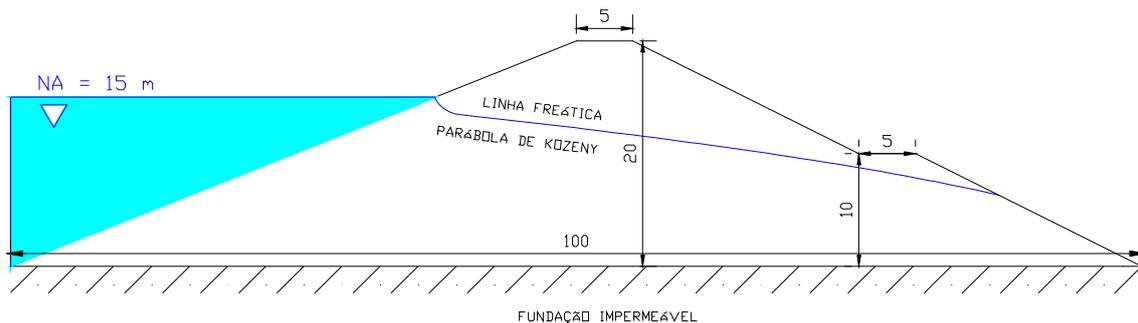


Figura 2. Detalhamento da barragem utilizada como exemplo

Para obter uma boa precisão dos resultados, utilizou-se o espaçamento entre os nós igual a 1 m, de forma que a discretização resultou em 205 (duzentos e cinco) nós no contorno e 841 (oitocentos e quarenta e um) nós internos ao domínio.

A fim de facilitar a compreensão dos resultados obtidos da aplicação do MEC, tomaram-se os valores nodais da carga hidráulica e geraram-se linhas equipotenciais, com auxílio do software ArcGIS, ilustrados a seguir na Figura 3.

Para analisar a consistência dos resultados simulou-se o mesmo problema utilizando o SEEP/W, que também permite visualizar os resultados da distribuição da carga hidráulica por meio de isolinhas, geradas internamente no programa. Tais resultados encontram-se ilustrados a seguir por meio da Figura 4.

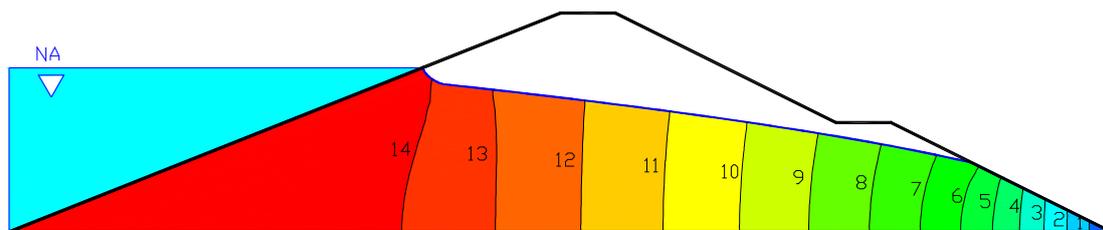


Figura 3. Equipotenciais da carga hidráulica obtidas aplicando o MEC

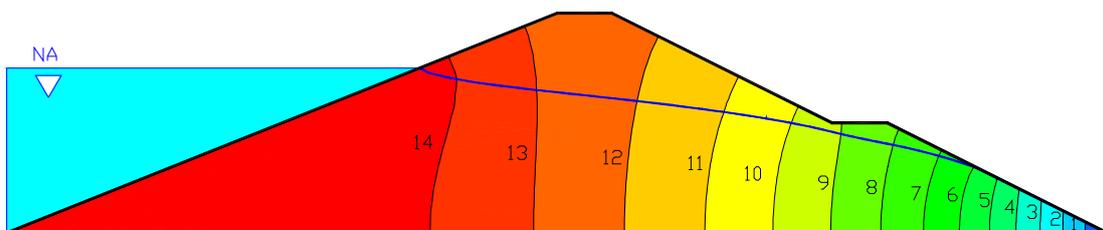


Figura 4. Equipotenciais da carga hidráulica obtidas aplicando o SEEP/W

Pode-se notar que o SEEP/W calcula as cargas hidráulicas para a zona não saturada e saturada da barragem e define a linha freática internamente pelo método dos elementos finitos, portanto os seus resultados são mais precisos.

Todavia, verifica-se que os resultados obtidos da aplicação do MEC para a distribuição das cargas hidráulicas foram satisfatórios, pois quando comparados, estes diferem apenas ligeiramente dos resultados do SEEP/W, como pode ser observado nas figuras 3 e 4.

É possível que a definição da linha freática por um método de maior precisão do que o da parábola de Kozeny venha a fornecer resultados mais precisos quando se aplica o MEC, uma vez que o contorno estaria mais refinado.

Uma forma adequada de quantificar a diferença entre as duas aplicações consiste em comparar os valores calculados do fluxo percolado no interior da barragem.

Os resultados do SEEP/W apontaram um fluxo total na barragem de $2,15 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$, sendo o fluxo na zona não-saturada de $0,74 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$ e o na zona saturada de $1,41 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$. O MEC apontou um valor de $1,47 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$ para a zona saturada do aquífero, resultando em um erro relativo de 3,8% em relação ao SEEP/W, portanto, um valor aceitável para os padrões de segurança.

Os resultados do fluxo no maciço da barragem são apresentados a seguir na Tabela 1.

Tabela 1. Comparação entre os resultados do fluxo no maciço da barragem de terra para as aplicações do algoritmo do MEC e do SEEP/W (MEF)

Aplicação	Fluxo total na barragem (m ³ /s/m)	Fluxo na zona não saturada (m ³ /s/m)	Fluxo na zona saturada (m ³ /s/m)
Algoritmo do MEC/AutoLISP	-	-	1,47 x 10 ⁻⁶
SEEP/W (MEF)	2,15 x 10 ⁻⁶	0,74 x 10 ⁻⁶	1,41 x 10 ⁻⁶

4. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

A rotina desenvolvida em AutoLISP se mostrou uma ferramenta bastante eficiente na automatização da discretização do domínio e do contorno e na captura dos dados do problema, armazenando as informações necessárias em um arquivo que pode ser diretamente executado pelos algoritmos do MEC que apresentam código em FORTRAN.

A aplicação do algoritmo do MEC e do SEEP/W para simular o comportamento hidráulico no interior da barragem de terra possibilitaram a geração das linhas equipotenciais de carga hidráulica e do cálculo do valor da vazão através do maciço, que foram úteis para embasar um cotejo entre os resultados desses dois métodos.

A comparação entre as respostas obtidas pela aplicação do MEC e do modelo SEEP/W, que emprega o MEF como técnica de solução, na determinação da distribuição das cargas hidráulicas e do fluxo percolado em barragens de terra demonstrou boa compatibilidade entre os resultados e a viabilidade da aplicação do método do MEC para esse tipo de problema.

Verifica-se que os objetivos do trabalho foram atendidos de forma satisfatória, todavia, cabe aqui apontar algumas recomendações a serem trilhadas, quais sejam: (1) aprimorar a rotina AutoLISP, desenvolvendo uma sub-rotina para gerar linhas equipotenciais dos valores da função e linhas de fluxo das derivadas no próprio AutoCAD, (2) testar aplicações em barragens de terra para meios ortotrópicos, que mais se aproximam da realidade, embora o tratamento matemático seja mais complexo, sendo necessário realizar alterações no algoritmo XTEST2 para adaptá-lo a esse tipo de problema.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

DARCY, H. (1856). *“Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon”*. Dalmont, Paris. 647 p.

FORCHHEIRMER, P. (1886) *“Uber die Ergiebigkeit von Brunnenanlagen und Sickerschlitzten”*. Zeitschrift, Architekten und Ingenier. Verein - Deutschland.

MANSUR, W. J.; PRODANOFF, J. H. A.; AZEVEDO, J. P. S.; VILLANUEVA, A.; MASCARENHAS, F. C. B. (1996). “*Métodos Numéricos em Recursos Hídricos Vol 2*”. Associação Brasileira de Recursos Hídricos.

PARTRIDGE, P. W.; BREBBIA, C. A.; WROBEL, L. C. (1992). “*The Dual Reciprocity Boundary Element Method*”. 1st Edition, Southampton – United Kingdom, Computational Mechanics Publications.

SHERARD, J. L.; WOODWARD, R. J.; GIZIENSKI, S. F. CLEVINGER, W. (1963). “*A. Earth Rock Dams – Engineering Problems of Design and Construction*”. John Wiley and Sons, Inc.

VASCONCELOS, G. L. (2005). “*Aplicação do Método dos Elementos de Contorno com Dupla Reciprocidade para Transporte de Contaminantes em Meio Poroso*”. Universidade Federal do Ceará – Tese de Doutorado.