

## Estudo Comparativo de Três Formulações do TOPMODEL na Bacia do Rio Pequeno, São José dos Pinhais, PR

**Roberto Valmir da Silva**

*Programa de Pós-graduação em Engenharia Ambiental, UFSC  
roberto@ens.ufsc.br*

**Masato Kobiyama**

*Departamento de Engenharia Sanitária e Ambiental, UFSC  
kobiyama@ens.ufsc.br*

*Recebido: 08/06/06 - Revisado: 07/11/06 - Aceito: 17/04/07*

---

### RESUMO

O TOPMODEL é um modelo hidrológico cuja formulação e o respectivo código vêm sendo disponibilizados. Em razão disto, desde a sua criação, várias aplicações e modificações foram realizadas. Entretanto, há poucos estudos comparativos entre as modificações e a formulação original. Os estudos comparativos revelam as reais melhorias de uma modificação para determinados objetivos. Portanto, este trabalho tem como objetivo comparar e avaliar três formulações do modelo hidrológico TOPMODEL na simulação de hidrogramas. As simulações foram realizadas na bacia do Rio Pequeno, município de São José dos Pinhais, Paraná, para duas séries de dados correspondendo aos períodos de calibração e validação. No presente trabalho a formulação do TOPMODEL (Beven et al., 1984) é denominada de MODELO 1, a formulação proposta por Campling et al. (2002) de MODELO 2 e a formulação de Datin (1998) de MODELO 3. Os modelos foram comparados através das suas eficiências, intervalos de incerteza e medidas de entropia de Shannon. Através das simulações foi observado o domínio de erros das estruturas dos modelos e/ou da entrada de dados sobre os erros no ajuste de parâmetros. Os modelos apresentaram desempenhos semelhantes quanto à simulação de hidrogramas. O MODELO 2 obteve os maiores intervalos de incerteza em todas as simulações e por ter um parâmetro a mais não foi recomendado para a simulação de hidrogramas nesta bacia.

**Palavras-chave:** TOPMODEL, Rio Pequeno, incerteza, estudo comparativo.

---

### INTRODUÇÃO

O modelo TOPMODEL é o acrônimo de *Topography-based hydrological Model* (Beven & Kirkby, 1979). Este modelo possui uma simples, mas funcional conceituação sobre os processos hidrológicos. Seu principal conceito é o déficit de armazenamento que é função de um índice de similaridade hidrológica. Este índice, chamado de índice topográfico, leva em consideração a topografia da bacia. O TOPMODEL realiza para cada local de mesma similaridade hidrológica a contabilização do escoamento sub-superficial, o escoamento da zona não saturada para a saturada e o armazenamento na zona de raízes. O conceito de similaridade hidrológica reduz eficientemente o tempo de processamento do modelo.

Piñol et al. (1997) afirmaram que uma das vantagens do TOPMODEL é sua simples formulação

em termos de código, parâmetros e tempo computacional, tornando-o fácil para modificar nas bases do entendimento dos processos de uma bacia.

Como a teoria do TOPMODEL, assim como seu código, vêm sendo disponibilizados, várias aplicações do modelo original e várias modificações do mesmo foram realizadas desde a sua criação. Entretanto, há poucos estudos comparativos entre as modificações e a formulação original. Os estudos comparativos revelam as reais melhorias de uma modificação para determinados objetivos, desta forma atestando a eficiência do novo modelo na representação do fenômeno.

Este trabalho tem como objetivo comparar e avaliar três formulações do modelo hidrológico TOPMODEL no objetivo de simular hidrogramas observados.

## EQUAÇÕES DO TOPMODEL

O TOPMODEL é um modelo chuva – vazão cujo diferencial foi e ainda é o de introduzir o conceito de similaridade hidrológica baseada na topografia. Esta similaridade é definida através do índice topográfico  $\lambda_i$ :

$$\lambda_i = \ln\left(\frac{a_i}{\tan\beta_i}\right) \quad (1)$$

Na qual  $a_i$  é a área acumulada por unidade de contorno para a célula ou região  $i$  e  $\tan\beta_i$  é a declividade desta célula.

O TOPMODEL é denominado um modelo semi-distribuído pois somente o parâmetro índice topográfico é considerado variável no espaço. Entretanto, este modelo apresenta uma variável de saída distribuída, o déficit de armazenamento ou o nível do lençol freático. O déficit de armazenamento para cada célula ou região com mesma similaridade hidrológica  $S_i$  é definido por:

$$S_i = S + m(\lambda - \lambda_i) \quad (2)$$

na qual  $S$  é o déficit médio de armazenamento para toda a bacia,  $\lambda$  é o índice topográfico médio para toda a bacia (aproximado por uma média ponderada pela área de todas as áreas de mesma similaridade hidrológica da bacia),  $\lambda_i$  é o índice topográfico local e  $m$  é um parâmetro associado ao decaimento da curva de recessão da bacia.

Para cada passo de tempo da simulação o déficit de armazenamento é atualizado de acordo com a equação:

$$S_t = S_{t-1} + \left[ \frac{Q_{b_{t-1}} - Q_{v_{t-1}}}{A} \right] \quad (3)$$

na qual  $S_t$  é o déficit no tempo atual  $t$ ,  $S_{t-1}$  é o déficit no tempo anterior  $t-1$ ,  $Q_{b_{t-1}}$  é a vazão do escoamento subsuperficial no tempo anterior,  $Q_{v_{t-1}}$  é a vazão de recarga do aquífero no tempo anterior e  $A$  é a área da bacia.

A vazão subsuperficial é definida como:

$$Q_b = Q_s e^{\left(\frac{-S}{m}\right)} \quad (4)$$

na qual  $Q_s$  é a vazão subsuperficial quando a bacia está saturada, definida como:

$$Q_s = A T_0 e^{-\lambda} \quad (5)$$

na qual  $T_0$  é a transmissividade saturada do solo, constante para toda a bacia.

No primeiro passo de tempo o déficit médio de armazenamento é estimado por:

$$S_{t=0} = -m \ln\left(\frac{Q_0}{Q_s}\right) \quad (6)$$

na qual  $Q_0$  é a vazão inicial observada no passo de tempo  $t = 0$ .

O TOPMODEL usa o mecanismo do escoamento superficial tipo Dunne (Dunne & Black, 1970). Desta forma, somente há escoamento nas áreas saturadas da bacia, isto é, quando o déficit de armazenamento (Equação 2) for igual a zero.

A propagação dos escoamentos dentro do TOPMODEL é realizada através de um histograma tempo-área. Este histograma é derivado a partir de uma função distância-área através da equação:

$$tc = \sum_{i=1}^N \frac{l_i}{RV \tan\beta_i} \quad (7)$$

na qual  $tc$  é o tempo de contribuição de uma determinada área da bacia,  $RV$  é a velocidade média dos canais da bacia,  $l_i$  é a distância do  $i$ -ésimo segmento que compõe o caminho de contribuição desta área até a exutória da bacia,  $\tan\beta_i$  é a declividade deste segmento.

## ALTERAÇÕES NA FORMULAÇÃO DO TOPMODEL

No presente trabalho duas formulações do TOPMODEL foram implementadas. Estas formulações foram escolhidas porque ambas alteram o índice topográfico, um dos parâmetros principais do TOPMODEL.

A primeira é a formulação de Campling et al. (2002). Esta formulação introduz um índice topográfico de referência ( $\lambda_{REF}$ ) com o objetivo de tornar o nível do lençol freático nas áreas mais altas

da bacia não paralelo à superfície topográfica. O déficit local de armazenamento fica definido por:

$$S_i = S + m(\lambda - \lambda_i) + m(\lambda_{REF} - \lambda_i) \quad (8)$$

O efeito produzido por este índice é o aumento do déficit local nas áreas altas (com índices topográficos menores do que o índice médio) e a diminuição do déficit local nas áreas baixas da bacia.

A segunda é a formulação de Datin (1998), que introduz o conceito de um índice topográfico dinâmico, isto é, seu valor varia ao longo dos intervalos de tempo da simulação e é dependente do estado de saturação da bacia. Sendo assim, o índice topográfico médio da bacia em cada intervalo de tempo é dado por:

$$\lambda'(t) = \frac{1}{A - A_{SAT}} \sum_{i=1}^N \lambda_i a_i \quad (9)$$

na qual  $A$  é a área total da bacia,  $A_{SAT}$  é a área saturada no passo  $t$ . Portanto, o déficit local de armazenamento para cada intervalo de tempo pode ser estimado por:

$$S_i = S + m(\lambda' - \lambda_i) \quad (10)$$

Esta alteração implica que para cada passo de tempo a redistribuição do déficit médio sobre toda a bacia é realizada somente sobre as áreas não saturadas. Como a recarga do aquífero ou o escoamento na zona não saturada é realizada somente nas áreas não saturadas e é função do déficit local, a formulação implica em valores mais coerentes da recarga total.

No presente trabalho a formulação do TOPMODEL (Beven et al., 1984) é denominada de MODELO 1, a formulação proposta por Campling et al. (2002) de MODELO 2 e a formulação de Datin (1998) de MODELO 3.

## O MÉTODO GLUE

Na aplicação de modelos não ocorre a existência de um único conjunto de parâmetros que produza o melhor desempenho do modelo. Segundo Bastidas et al. (2002), vários conjuntos de

parâmetros podem produzir resultados semelhantes. Esta particularidade é denominada de “eqüifinalidade” por Beven & Binley (1992), de “igual probabilidade de conjunto de parâmetros” por Van Straten & Keesman (1991) e “conjuntos aceitáveis” por Klepper et al. (1991). Esta incerteza de calibração é adicionada às outras fontes de incerteza como a aquisição de dados, formulação do modelo, escolha da função objetivo etc.

De acordo com Uhlenbrook & Sieber (2005), existem diferentes métodos para a estimativa da incerteza na simulação de modelos. Beven & Binley (1992) propuseram o método denominado GLUE (Generalized Likelihood Uncertainty Estimation). Este método utiliza simulações Monte Carlo para gerar uma série de conjuntos de parâmetros e através destes representar por meio de intervalos as incertezas do modelo.

Segundo Beven & Binley (1992) os passos necessários para o método GLUE são: (1) Determinação do intervalo de amostragem válido para cada parâmetro; (2) escolha do método para geração dos valores de parâmetros; (3) escolha da função objetivo para medição do desempenho do modelo; (4) escolha do critério de aceitação ou rejeição dos valores de desempenho e (5) aplicação do método de refinamento dos valores de desempenho

O intervalo de amostragem deve ser definido com base em estudos em campo (se o parâmetro tem sentido físico), revisão bibliográfica ou simulações anteriores. A técnica utilizada no GLUE para amostragem dos parâmetros é o método Monte Carlo. Este técnica gera valores aleatórios baseados em uma distribuição uniforme de probabilidade.

A função objetivo deve ser escolhida em função dos objetivos da modelagem. A função objetivo mais utilizada é o coeficiente de Nash (Nash & Sutcliffe, 1970), cujo valor é sensível nas vazões máximas:

$$E(\Theta) = 1 - \frac{\sum_{t=1}^N (o(t) - \hat{o}(t|\Theta))^2}{\sum_{t=1}^N (o(t) - \bar{o})^2} \quad (11)$$

na qual  $E(\Theta)$  é o coeficiente de Nash para o conjunto de parâmetros  $\Theta$ ,  $o(t)$  é a variável observada no instante  $t$ ,  $\hat{o}(t|\Theta)$  é a variável prevista para o instante  $t$  dado o conjunto de parâmetros  $\Theta$ ,  $\bar{o}$  é a média da variável observada,  $N$  é o número de

passos ou incrementos de tempo. O coeficiente de NASH possui valor variando de  $-\infty$  a 1. Quando o modelo possui este coeficiente igual a um significa que o modelo possui um ótimo ajuste, isto é, a variância dos erros é igual a variância da variável observada.

O critério de escolha de aceitação ou rejeição de um conjunto de parâmetros é subjetivo, isto é, se a medida de desempenho é considerada comportamental (aceita) ou não-comportamental (rejeitada) (Freer et al., 1996 e Peters et al., 2003).

O refinamento (*updating*) das medidas de desempenho pode ser calculado de acordo com a equação de Bayes (Freer, Beven & Ambroise, 1996; Campling et al, 2002; Peters et al., 2003 e Pappenberger et al, 2004):

$$L(\Theta_i | Y, Y') = \frac{L(\Theta_i | Y) \cdot L(\Theta_i | Y')}{SF} \quad (12)$$

Na qual,  $L(\Theta_i | Y')$  é a medida de desempenho do conjunto  $\Theta_i$  de parâmetros comportamentais dada a série de dados anterior  $Y'$ ,  $L(\Theta_i | Y)$  é a medida de desempenho do conjunto  $\Theta_i$  de parâmetros comportamentais dada a série de dados corrente  $Y$ ,  $SF$  é um fator de escala para que a soma dos resultados sejam iguais a unidade e  $L(\Theta_i | Y, Y')$  é a medida de desempenho do conjunto  $\Theta_i$  de parâmetros comportamentais dada as séries  $Y$  e  $Y'$ .

A avaliação da redução das incertezas de acordo com o refinamento da medida de desempenho pode ser realizada de acordo com a medida de entropia de Shannon (1948), para todos os conjuntos de parâmetros comportamentais (Freer et al., 1996):

$$H(Y) = -\sum_i^N L_i(\Theta_i | Y) \cdot \log_2 L_i(\Theta_i | Y) \quad (13)$$

Na qual,  $H(Y)$  é a medida de entropia para a série de dados  $Y$  e conjunto  $\Theta_i$  de parâmetros comportamentais. Lembrando que  $L(\Theta_i | Y)$  deve estar escalado para que a distribuição acumulada seja unitária. A entropia de Shannon mede a quantidade de incerteza representada pela distribuição de probabilidade e pela falta de informação do sistema. Se toda a informação é conhecida no sistema, então a entropia de Shannon

é igual a zero, caso contrário, é maior do que zero.

## MÉTODOS

### Área de estudo

A área de estudo é a bacia do Rio Pequeno com aproximadamente 104 km<sup>2</sup>. Esta bacia está totalmente inserida no município de São José dos Pinhais, região metropolitana de Curitiba, Paraná. Na divisão das grandes bacias do estado, esta bacia pertence à bacia do Rio Iguaçu. A topografia da bacia é pouco acidentada e suas altitudes variam de 895 m a 1.270 m. Segundo Santos (2001), os tipos de solos encontrados na bacia são: Organossolos, latossolos, argilissolos e cambissolos. O uso do solo na bacia é classificado em: Urbano (4%); Agricultura e/ou solo exposto (3%); Matas (54%), Campo (35%), Banhados e/ou várzeas (3%) e outros (1%). A precipitação média anual da região é aproximadamente 1.400 mm.

A Figura 1 mostra a localização da área de aplicação, denominada bacia do Rio Pequeno.

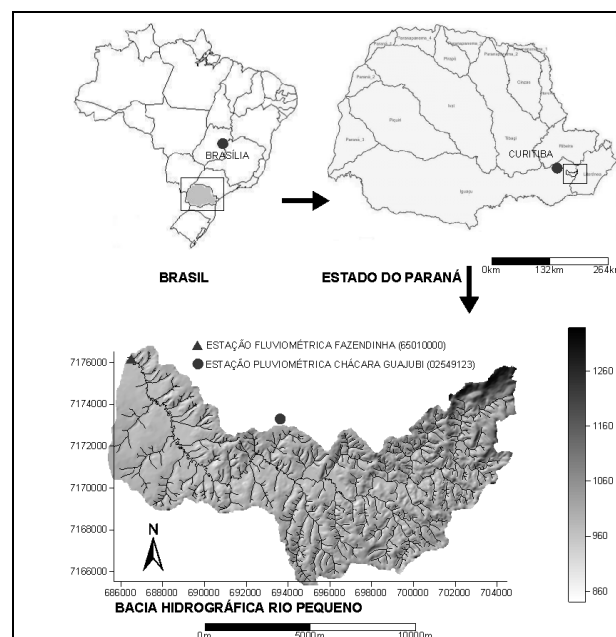


Figura 1 - Localização da área de estudo.

### Dados hidrológicos

Os dados hidrológicos (vazão, precipitação e evapotranspiração) utilizados no presente trabalho foram obtidos da estação fluviométrica Fazendinha (Código na Agência Nacional das Águas – ANA, 65010000). As precipitações obtidas da estação Chácara do Guajubi (02549123). A localização destas estações é mostrada na Figura 1. Os dados de evapotranspiração foram calculados de acordo com o método de Penman Modificado (Doorenbos & Pruitt, 1992).

Os dados utilizados neste trabalho são formados por duas séries, conforme apresentado na Tabela 1. Ambas as séries possuem 3.360 registros. O período destas duas séries foi escolhido para representar o mesmo comportamento sazonal. A primeira série foi utilizada para calibração dos modelos e a segunda para validação.

**Tabela 1 - Descrição das séries de dados.**

Série	1	2
Período	14/08/99 01/01/00	14/08/00 01/01/01
Precipitação total [m]	0,437	0,483
Precipitação máxima [m/h]	0,0420	0,0188
Evapotr. potencial total [m]	0,505	0,504
Vazão total[m]	0,314	0,381
Vazão máxima [m/h]	$2,20 \times 10^{-4}$	$3,60 \times 10^{-4}$
Vazão mínima [m/h]	$0,30 \times 10^{-4}$	$0,40 \times 10^{-4}$
Coefficiente de deflúvio	0,72	0,79

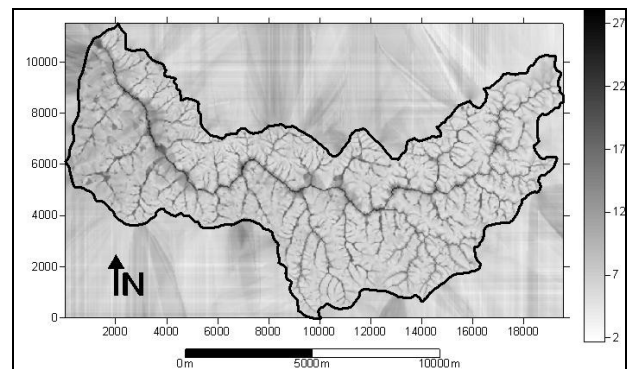
### Estimativa de parâmetros

Para as simulações das três formulações foi necessário calcular o índice topográfico médio, assim como a distribuição espacial dos índices locais.

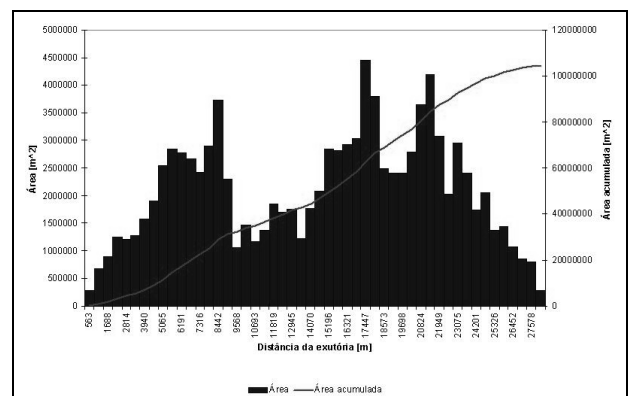
Foi utilizado o software denominado DTM 97.04 (Freer, 2004). Este software a partir de uma malha de células regulares que representam a bacia, gera a distribuição do índice topográfico na bacia, seguindo o método de Quinn et al. (1995). A malha de células regulares foi gerada em resolução de 40 m a partir das curvas de nível digitalizadas das cartas topográficas em escala 1:10.000. O software realizou 11.347 iterações para resolver os falsos pits

(depressões) e totalizou uma área de 104,5584 km<sup>2</sup> para a bacia de estudo. O índice topográfico variou de 2,81 a 28,13 e seu valor médio foi de 8,00. A distribuição espacial do índice é mostrada na Figura 2.

A função distância-área foi extraída das curvas de nível da bacia através do modelo WADI (*Watershed Investigation*, Silva & Kobiyama, 2004 e 2005). Esta função no TOPMODEL é convertida em um histograma tempo-área. A função distância-área é apresentada na Figura 3. Esta função representa características morfológicas da bacia que influenciam na resposta hidrológica a um evento de chuva. Para uma chuva constante a forma do hidrograma seria semelhante à forma desta função. Além destes parâmetros, mais sete parâmetros numéricos são comuns às três formulações (Tabela 2).



**Figura 2 - Distribuição espacial do índice topográfico.**



**Figura 3 - Função distância-área para a bacia do Rio Pequeno.**

**Tabela 2 - Descrição dos parâmetros do Topmodel.**

Parâmetro	Descrição	Unidade
m	Decaimento da transmissividade no perfil do solo ou da curva de recensão.	m
$\ln T_0$	Logaritmo natural da transmissividade efetiva do solo saturado.	$m^2 h^{-1}$
$T_D$	Tempo de permanência da água na zona não-saturada.	$h m^{-1}$
$R_V$	Velocidade do escoamento em canal.	$m h^{-1}$
$Q_0$	Vazão específica inicial observada da série.	$m h^{-1}$
$SR_{MAX}$	Déficit máximo no reservatório de zona de raízes.	m
$SR_0$	Déficit inicial no reservatório de zona de raízes.	m

O MODELO 2 possui um novo parâmetro  $TL_{REF}$ . Segundo Campling et al. (2002), este parâmetro é estimado de acordo com uma média dos índices topográficos locais referentes às posições das junções de canais de primeira ordem a canais principais, junções entre canais de primeira ordem e rios perenes. Neste trabalho este parâmetro não foi estimado a partir da distribuição do índice topográfico e sim calibrado. Seu intervalo foi escolhido para variar de zero até o valor do índice topográfico máximo, isto é, 28,13. Isto permitiu uma avaliação da sensibilidade do MODELO 2 a este parâmetro.

A Série 1 possui uma vazão inicial de  $6,27 \times 10^{-5}$  m/h, portanto, este é o valor do parâmetro  $Q_0$  para a Série 1. Para a Série 2  $Q_0$  é igual a  $4,50 \times 10^{-5}$  m/h.

A análise de sensibilidade foi realizada com o intuito de restrição dos intervalos válidos dos parâmetros a fim de aumentar, nas simulações posteriores, os números de simulações com eficiências positivas. Com base em prévias simulações o intervalo válido para cada parâmetro para os três modelos é apresentado na Tabela 3.

Com base também nas prévias simulações dos modelos foi escolhido o índice de Nash (E) igual a 0,3 como critério de decisão (rejeição ou aceitação) dos conjuntos de parâmetros simulados. Este valor em todos os modelos excluiu cerca de

60% de conjuntos.

**Tabela 3 - Intervalo dos parâmetros.**

m [m]	$\ln T_0$ [( $m^2 h^{-1}$ )]	$T_D$ [h $m^{-1}$ ]	$R_V$ [m $h^{-1}$ ]	$S_{RMAX}$ [m]
0,003	0	0,05	300	0
a	a	a	a	a
0,10	10	120	2000	0,0020

## RESULTADOS

### Calibração

Dentre as 20 mil simulações realizadas para cada modelo para a Série 1, 6.488 simulações obtiveram o coeficiente E de Nash igual ou superior a 0,3 no MODELO 1. Para o MODELO 2, 4.165 simulações maiores ou iguais a 0,3. O MODELO 3 obteve 5.101 simulações iguais ou superiores a 0,3. As Tabelas 4 a 6 mostram as melhores cinco simulações para os modelos, assim como os valores dos parâmetros obtidos.

**Tabela 4 - Melhores simulações, MODELO 1, Série 1.**

	E	m	$\ln T_0$	$T_D$	$R_V$	$S_{RMAX}$
1	0,6477	0,0346	1,11	4,44	342,52	0,00067
2	0,6444	0,0301	0,11	86,30	315,51	0,00082
3	0,6389	0,0283	1,03	18,02	371,72	0,00069
4	0,6384	0,0460	0,40	59,41	320,26	0,00028
5	0,6377	0,0370	0,59	76,24	350,83	0,00035

**Tabela 5 - Melhores simulações, MODELO 2, Série 1.**

	E	m	$\ln T_0$	$T_D$	$R_V$	$S_{RMAX}$	$T_{LREF}$
1	0,6439	0,0320	1,18	24,56	315,26	0,00063	9,79
2	0,6428	0,0327	8,94	33,09	325,82	0,00030	1,06
3	0,6378	0,0260	7,05	13,57	885,29	0,00045	16,39
4	0,6376	0,0289	6,95	5,95	440,81	0,00033	10,15
5	0,6371	0,0366	2,38	33,08	328,89	0,00067	7,66

Tabela 6 - Melhores simulações, MODELO 3, Série 1.

	E	m	ln T <sub>0</sub>	T <sub>D</sub>	R <sub>V</sub>	S <sub>RMAX</sub>
1	0,6429	0,0283	2,37	13,85	314,59	0,00078
2	0,6351	0,0410	2,51	82,15	317,41	0,00044
3	0,6328	0,0299	6,83	27,10	853,07	0,00035
4	0,6326	0,0275	8,85	32,49	1449,3	0,00046
5	0,6319	0,0291	5,94	25,72	642,68	0,00061

Para esta série de dados o MODELO 1 obteve a melhor eficiência, segundo o coeficiente E de Nash, (0,6477) seguido pelo MODELO 2 (0,6439) e pelo MODELO 3 (0,6429). As diferenças de eficiência entre os modelos foram pouco expressivas, resultando que os modelos tiveram um desempenho semelhante para esta série.

Em relação aos valores dos parâmetros foram observados altos valores de transmissividade nos MODELOS 2 e 3. Para o MODELO 3 foi notado um valor calibrado para o parâmetro R<sub>V</sub> de 1449,3 m·h<sup>-1</sup> notoriamente bem acima dos valores calibrados deste parâmetro para os outros modelos. Como no MODELO 3 o índice topográfico médio é calculado somente para as áreas não saturadas, seu valor torna-se menor durante o processo de saturação da bacia. Valores menores no índice topográfico médio elevam a vazão sub-superficial (Equações 4 e 5). Com valores maiores da vazão sub-superficial as áreas saturadas são rapidamente drenadas diminuindo o escoamento superficial. O índice de Nash utilizado para avaliar o desempenho dos modelos prioriza as vazões máximas. Desta forma, o MODELO 3 calibra valores maiores dos parâmetros R<sub>V</sub> e T<sub>0</sub> para que o pico da vazão alcance o pico da vazão observada.

As Figuras 4 a 6 mostram para os modelos os intervalos de incerteza de 90% e o hidrograma da vazão observada.

A medida de entropia da Série 1 para o MODELO 1 foi de 12,64, o MODELO 2 obteve 12,00 e o MODELO 3 obteve 12,29. O valor da entropia está relacionado ao número de simulações acima de um determinado nível de eficiência. O MODELO 2 obteve menor entropia por motivo da sensibilidade introduzida pelo parâmetro adicional T<sub>LREF</sub>.

O MODELO 1 apresentou 54,17% das vazões observadas dentro dos limites de incerteza, o MODELO 2, 58,60% e o MODELO 3, 53,78%. Neste critério, o MODELO 2 foi melhor. O melhor

modelo é aquele que tiver o menor intervalo de incerteza por calibração e o maior número de vazões observadas dentro deste intervalo. Entretanto, o número de vazões observadas dentro do intervalo de incerteza é diretamente relacionado ao tamanho deste. Desta forma, a variância do intervalo de incerteza para um modelo, dado uma série de dados Y é definida por:

$$\sigma(Y)_1^2 = \frac{1}{n(Y)} \sum_{t=1}^{n(Y)} (\hat{o}(Y,t)_{95} - \hat{o}(Y,t)_5)^2 \quad (14)$$

na qual  $\hat{o}(Y,t)_{95}$  é a vazão do limite de 95% do intervalo de incerteza no tempo t,  $\hat{o}(Y,t)_5$  é a vazão do limite de 5% do intervalo de incerteza no tempo t e n(Y) é o número de passos de tempos da série Y.

Para avaliar o quanto que o modelo consegue fazer predições em torno das vazões observadas foi calculada a variância do erro da estimativa média do modelo para uma série Y. Portanto:

$$\sigma(Y)_2^2 = \frac{1}{n(Y)} \sum_{t=1}^{n(Y)} (\bar{\hat{o}}(Y,t) - o(Y,t))^2 \quad (15)$$

na qual  $\bar{\hat{o}}(Y,t)$  é a estimativa média do modelo obtida através do intervalo de incerteza para o tempo t e o(Y,t) é a vazão observada no tempo t. Os modelos foram avaliados através da soma das variâncias  $\sigma(Y)_1^2$  e  $\sigma(Y)_2^2$ . O melhor modelo é o que mantém a menor soma das variâncias, em outras palavras, o modelo que possui o menor intervalo de incerteza e que este intervalo esteja o mais próximo das vazões observadas. A soma das variâncias  $\sigma(Y)_1^2$  e  $\sigma(Y)_2^2$  calculada para os modelos 1, 2 e 3 foi de  $3,52 \times 10^{-9}$ ,  $3,95 \times 10^{-9}$  e  $3,63 \times 10^{-9}$ , respectivamente. O MODELO 1 neste critério foi o melhor.

Foi notado que os limites de incerteza (5% e 95%) para todos os modelos apresentaram variações temporais com seus maiores intervalos nos picos de vazão.

Na maioria dos períodos de recessão as vazões foram mal representadas com todos os modelos. As vazões observadas foram super estimadas e estiveram fora dos limites de incerteza.

Os picos de vazões referentes aos eventos de 10-11/10/99, 1-4/12/99 e 17/12/99 foram mal representados pelos modelos. Esta divergência pode estar associada ao fato da estação pluviométrica estar

localizada na parte baixa da bacia e a parte alta da bacia está na região da Serra do Mar. Desta forma, poderiam ter ocorrido precipitações nas regiões mais altas da bacia não registradas pela estação pluviométrica.

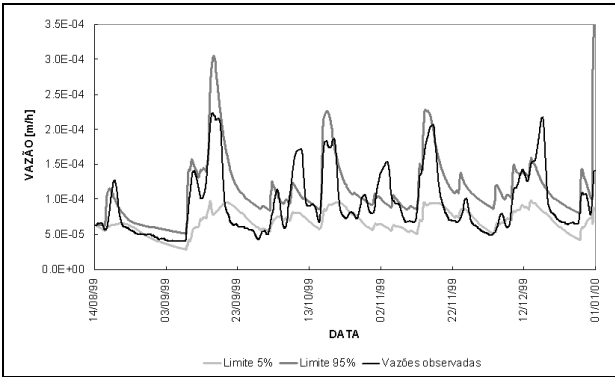


Figura 4 - Hidrograma da Série 1 e intervalo de incerteza para o MODELO 1.

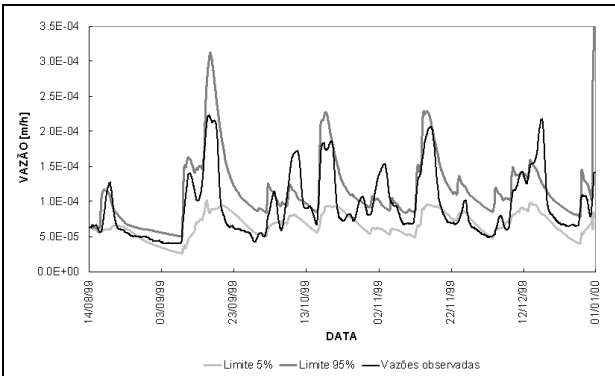


Figura 5 - Hidrograma da Série 1 e intervalo de incerteza para o MODELO 2.

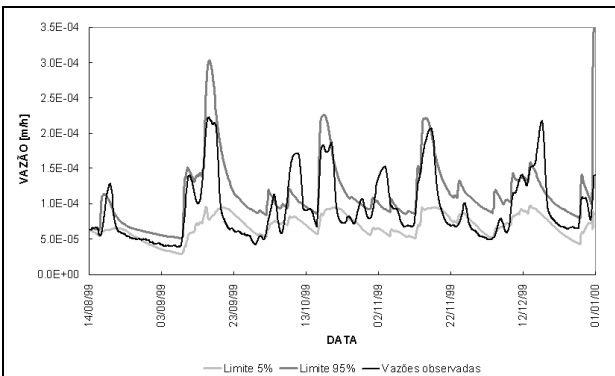


Figura 6 - Hidrograma da Série 1 e intervalo de incerteza para o MODELO 3.

Validação

Os conjuntos de parâmetros com  $E \geq 0,3$  da Série 1 foram selecionados e utilizados para validação dos modelos na segunda série de dados, ou seja, a Série 2.

Os novos valores de E foram reordenados e os cinco primeiros conjuntos de parâmetros para os modelos são apresentados nas Tabelas 7 a 9.

Tabela 7 - Melhores simulações, MODELO 1, Série 2.

	E	m	ln T <sub>0</sub>	T <sub>D</sub>	R <sub>V</sub>	S <sub>RMAX</sub>
1	0,8273	0,0301	0,11	86,30	315,51	0,00082
2	0,8252	0,0251	2,36	105,62	593,15	0,00163
3	0,8231	0,0245	3,50	108,37	695,60	0,00184
4	0,8229	0,0262	1,05	57,21	397,22	0,00133
5	0,8211	0,0252	1,50	93,99	471,58	0,00197

Tabela 8 - Melhores simulações, MODELO 2, Série 2.

	E	m	ln T <sub>0</sub>	T <sub>D</sub>	R <sub>V</sub>	S <sub>RMAX</sub>	T <sub>LREF</sub>
1	0,8476	0,0241	2,93	4,28	310,24	0,00176	6,98
2	0,8418	0,0216	1,90	109,59	342,68	0,00189	7,63
3	0,8387	0,0252	9,09	20,16	338,06	0,00167	0,24
4	0,8287	0,0247	3,38	114,63	327,14	0,00126	6,80
5	0,8252	0,0200	0,32	117,33	387,23	0,00160	10,60

Tabela 9 - Melhores simulações, MODELO 3, Série 2.

	E	m	ln T <sub>0</sub>	T <sub>D</sub>	R <sub>V</sub>	S <sub>RMAX</sub>
1	0,8155	0,028	5,72	67,24	1061,50	0,00130
2	0,8151	0,028	6,05	60,89	1101,10	0,00115
3	0,8148	0,027	6,38	75,36	1164,90	0,00143
4	0,8148	0,027	5,28	53,81	855,52	0,00178
5	0,8148	0,027	6,56	62,00	1192,60	0,00143

O MODELO 2 obteve o melhor desempenho com E igual a 0,8476, seguido pelo MODELO 1 com 0,8273 e pelo MODELO 3 com 0,8155.

O MODELO 3 apresentou valores calibrados do parâmetro R<sub>V</sub> maiores que os outros



modelos para todos os cinco conjuntos de parâmetros. Isto foi mais evidente nesta série do que na Série 1 devido aos eventos entre 10/09 e 25/10.

Foi observado que os modelos obtiveram um melhor desempenho nesta série de validação do que a série de calibração. Isto significa que a Série 1 apresentou um comportamento que não foi adequadamente modelado pelas hipóteses dos modelos. Esta melhora de desempenho na validação também foi encontrada por Güntner et al. (1999). Entretanto, o autor não comentou a razão deste aumento. A melhoria na eficiência para a série de validação pode estar associada à incapacidade dos modelos de representarem a Série 1. Caso ocorressem problemas de dados na Série 1 isto implicaria em valores de parâmetros que não conseguiriam representar adequadamente a série de validação.

O MODELO 1 obteve uma entropia de 12,60, o MODELO 2 de 11,96 e o MODELO 3 de 12,25. Esta redução entre as séries ocorreu devido à perda de alguns conjuntos de parâmetros. Estes conjuntos de parâmetros tiveram na Série 2 valores de  $E < 0,3$ . Foram 124, 84 e 103 conjuntos para os MODELOS 1, 2 e 3, respectivamente.

Quanto aos limites de incerteza o MODELO 2 apresentou 64,61% das vazões observadas dentro destes limites, o MODELO 1 apresentou 57,65% e o MODELO 3 apresentou 56,19%. Para a soma das variâncias  $\sigma(Y)_1^2$  e  $\sigma(Y)_2^2$  os modelos 1, 2 e 3 obtiveram os valores de  $8,85 \times 10^{-9}$ ,  $9,63 \times 10^{-9}$  e  $8,61 \times 10^{-9}$ , respectivamente. Para esta série o MODELO 3 foi o melhor.

### Refinamento dos limites de incerteza

Os valores de  $E$  dos modelos para a Série 2 foram combinados com aqueles da Série 1, de acordo com a Equação 12. As novas eficiências ( $L$ ) foram reordenadas. Para o MODELO 1, dos 6.364 conjuntos de parâmetros com  $E \geq 0,3$ , após a combinação restaram 2.562 conjuntos. Para o MODELO 2, dos 4.081 conjuntos restaram 1.563 e para o MODELO 3, de 4.998, restaram 1.986.

A partir dos conjuntos de parâmetros remanescentes, os modelos foram novamente aplicados para a Série 2 e os novos limites de incerteza foram calculados. As Figuras 7 a 9 mostram para os modelos os intervalos de incerteza refinados de 90% e o hidrograma da vazão observada.

Houve uma expressiva redução nos limites de incerteza para todos os modelos. Esta redução foi

devido à grande perda de conjuntos de dados com  $L < 0,3$  e considerados não-comportamentais.

A entropia desta série após o refinamento foi de 11,31 para o MODELO 1, com redução de 1,33 em relação à Série 1. O MODELO 2 obteve entropia de 10,60 com redução de 1,40 e o MODELO 3 possuiu entropia de 10,94 com redução de 1,35. Novamente esta maior redução de entropia no MODELO 2 está associada ao seu parâmetro adicional.

Para os MODELOS 1, 2 e 3 os percentuais de vazões dentro dos limites de incerteza após o refinamento foram, respectivamente, de 42,86%, 50,21% e 41,01%. Para a soma das variâncias  $\sigma(Y)_1^2$  e  $\sigma(Y)_2^2$  os modelos 1, 2 e 3 obtiveram os valores de  $4,65 \times 10^{-9}$ ,  $5,10 \times 10^{-9}$  e  $4,35 \times 10^{-9}$ , respectivamente. Com estes resultados observa-se que o MODELO 3 apresentou a menor soma de variâncias.

A Tabela 10 resume as principais medidas dos modelos após as simulações das Séries 1 e 2.

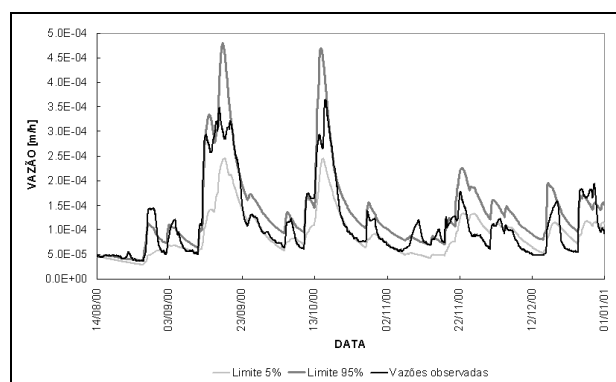


Figura 7 - Hidrograma da Série 2 e intervalo de incerteza após refinamento para o MODELO 1.

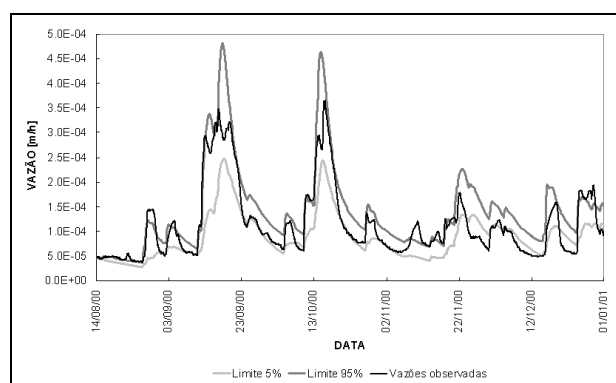
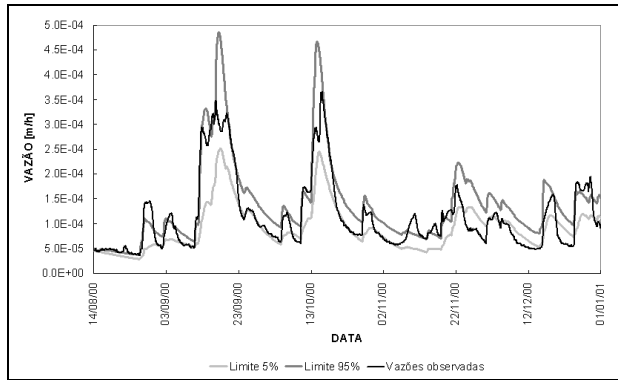


Figura 8 - Hidrograma da Série 2 e intervalo de incerteza após refinamento para o MODELO 2.



**Figura 9 - Hidrograma da Série 2 e intervalo de incerteza após refinamento para o MODELO 3.**

**Tabela 10 - Resumo das simulações dos modelos.**

Medida	MODELO 1		MODELO 2		MODELO 3	
	Serie 1	Série 2	Serie 1	Série 2	Serie 1	Série 2
E (melhor conjunto)	0,647	0,827	0,643	0,847	0,642	0,815
Percentagem de vazões dentro do intervalo de incertezas	54,17	42,86*	58,60	50,21*	53,78	41,01*
$\sigma(Y)_1^2 +$	3,52	4,65	3,95	5,10	3,63	4,35
$\sigma(Y)_2^2$	$\times 10^{-9}$	$\times 10^{-9*}$	$\times 10^{-9}$	$\times 10^{-9*}$	$\times 10^{-9}$	$\times 10^{-9*}$
Número de conjuntos de parâmetros com $E \geq 0.3$	6488	2562*	4165	1563*	5101	1986*
Entropia	12,64	11,31*	12,00	10,60*	12,29	10,94*
Redução de entropia	-	1,33	-	1,40	-	1,35

(\*) Medidas após o refinamento.

A suposição do TOPMODEL, comum para os três modelos, referente ao decaimento exponencial da transmissividade no perfil do solo e conseqüentemente o decaimento da vazão em períodos de recessão foi satisfatória para a bacia do Rio Pequeno. Embora algumas vezes super

estimado, o decaimento da recessão simulado foi paralelo ao decaimento observado. Em relação aos picos de vazões foi verificado que a suposição de propagação linear dos escoamentos através de um histograma tempo – área foi coerente para a bacia estudada, pois a maioria dos picos foi bem representada em relação ao tempo.

Como existem vários conjuntos de parâmetros com valores de E semelhantes (conceito de equifinalidade), o refinamento dos limites de incerteza pode ser entendido como a verificação da validade do modelo. Ao se aplicar conjuntos de parâmetros calibrados com uma série de dados para outra série, poderia ocorrer que os conjuntos com as menores eficiências da primeira série (calibração) desenvolvessem altas eficiências na série de validação. Admitindo o conceito de equifinalidade, um modelo não é validado apenas com um único conjunto de parâmetros, mas sim com vários conjuntos que definem um intervalo válido dos parâmetros, os quais validam o modelo. Desta forma, com a finalidade de mostrar um intervalo válido de parâmetros, foi feita uma seleção dos 5 primeiros conjuntos de parâmetros com os mais altos valores de L para cada um dos três modelos. O intervalo de validação para os modelos é mostrado nas Tabelas 11 a 13.

**Tabela 11 - Intervalo de validação para o MODELO 1.**

m [m]	ln [(m <sup>2</sup> h <sup>-1</sup> )]	T <sub>0</sub> [h m <sup>-1</sup> ]	T <sub>D</sub> [h m <sup>-1</sup> ]	R <sub>V</sub> [m h <sup>-1</sup> ]	S <sub>RMAX</sub> [m]
0,026	0,11		4,44	315,51	0,00065
a	a		a	a	a
0,035	1,30		86,30	371,72	0,00082

**Tabela 12 - Intervalo de validação para o MODELO 2.**

m [m]	ln [(m <sup>2</sup> h <sup>-1</sup> )]	T <sub>0</sub> [h m <sup>-1</sup> ]	T <sub>D</sub> [h m <sup>-1</sup> ]	R <sub>V</sub> [m h <sup>-1</sup> ]	S <sub>RMAX</sub> [m]	T <sub>LREF</sub> [m]
0,028	1,18		1,72	315,26	0,00030	0,57
a	a		a	a	a	a
0,037	9,48		98,63	345,23	0,00073	9,79

**Tabela 13 - Intervalo de validação para o MODELO 3.**

m [m]	ln [(m <sup>2</sup> h <sup>-1</sup> )]	T <sub>0</sub> [h m <sup>-1</sup> ]	T <sub>D</sub> [h m <sup>-1</sup> ]	R <sub>V</sub> [m h <sup>-1</sup> ]	S <sub>RMAX</sub> [m]
0,028	3,09		25,72	363,55	0,00035
a	a		a	a	a
0,030	6,83		64,95	853,07	0,00076

## CONCLUSÕES

O presente trabalho procurou fornecer subsídios na avaliação de três formulações do TOPMODEL para estimativa de vazões na bacia do Rio Pequeno, São José dos Pinhais, PR.

Os limites de incerteza obtidos pelo método GLUE baseado nas simulações Monte Carlo refletem todas as fontes de incerteza (Beven & Binley, 1992). Porém, o método estatístico de refinamento dos limites de incerteza reduz a incerteza causada pela calibração dos parâmetros. Neste sentido, através das simulações foi observado o domínio de erros das estruturas dos modelos e/ou da entrada de dados sobre os erros no ajuste de parâmetros. Uma hipótese aos erros seria a ocorrência de precipitações nas regiões mais altas da bacia e portanto, distante da estação pluviométrica. Desta forma, os modelos calibrariam parâmetros de forma a compensar esta falta de chuva, ocasionando a super estimativa de vazões em períodos de recessão.

Para a Série 1, os valores de E dos modelos residiram em torno de 0,64. Para a série 2 os valores foram em torno de 0,82 com os mesmos conjuntos de parâmetros da Série 1. Isto significa que a Série 1 apresentou um comportamento que não foi adequadamente modelado pelas hipóteses dos modelos. Este fato é ainda mais evidenciado quando a Série 1 é substituída pela Série 2 na calibração. Os mesmos valores de E, em torno de 0,82, e os mesmos intervalos de parâmetros foram encontrados.

Os modelos apresentaram desempenhos semelhantes quanto à simulação de hidrogramas. O presente estudo não descarta o uso de um determinado modelo em relação aos outros. Os modelos podem apresentar resultados diferentes quando aplicados em outras bacias e em relação à previsão de áreas saturadas, pois ambos os modelos alteram os déficits locais de armazenamento. Entretanto, tal estudo, como o realizado por Lamb et al. (1997), envolveria medições dos níveis do lençol freático que o encareceriam.

Através da análise da variância dos modelos foi possível identificar que o número de vazões dentro do intervalo de incerteza não é um bom critério para identificar a qualidade do modelo. Isto se dá porque o número de vazões dentro do intervalo de incerteza é dependente do tamanho do intervalo. O Modelo 2 obteve o maior número de vazões para a série 2 e no entanto possuiu o maior intervalo de incerteza entre os modelos.

Os modelos 1 e 3 apresentaram resultados semelhantes assim como a soma das suas variâncias

$\sigma(Y)_1^2 + \sigma(Y)_2^2$ , no entanto, o MODELO 1 apresentou melhor resultado para a Série 1 e o MODELO 3 para a Série 2 e para o refinamento. Com relação ao MODELO 2, este modelo apresentou os maiores intervalos de incerteza para ambas as séries e possui um parâmetro a mais do que os outros modelos. Este parâmetro adicional foi responsável, devido à sensibilidade imposta ao modelo, por este modelo apresentar o menor número de simulações com  $E \geq 0,3$ . Pode-se dizer que o MODELO 2 não é recomendado para esta bacia na simulação de hidrogramas por seu desempenho semelhante aos outros dois modelos e possuir um parâmetro a mais. Entretanto, deve estar bem claro que o melhor modelo é aquele que melhor satisfaz os objetivos particulares de cada trabalho.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Professor Irani dos Santos, da Universidade Federal do Paraná, pelos dados fornecidos da bacia de estudo. O primeiro autor agradece à CAPES pela concessão da bolsa de mestrado.

## REFERÊNCIAS

- BASTIDAS, L.A.; GUPTA, H.V.; SOROOSHIAN, S. Emerging paradigms in the calibration of hydrologic models. In: SINGH, V.P. Mathematical models of large watershed hydrology. 1 ed. Colorado: Water Resource Publications, 2002, p. 25 – 66.
- BEVEN, K.J.; BINLEY, A. The future of distributed models: Model calibration and uncertainty prediction. *Hydrological Processes*, Chichester, v. 6, p. 279 – 298, 1992.
- BEVEN, K.J.; KIRKBY, M.J. A physically based, variable contributing area model of basin hydrology. *Hydrological Sciences Bulletin*, v. 24, n. 1, p. 43 – 69, 1979.
- BEVEN, K.J.; KIRKBY, M.J.; SCHOFIELD, N.; TAGG, A.F. Testing a Physically-based flood forecasting model (Topmodel) for three U.K. catchments. *Journal of Hydrology*, Amsterdam, v. 69, p. 119 – 143, 1984.
- CAMPLING, P.; GOBIN, A.; BEVEN, K.J.; FEYEN, J. Rainfall-runoff modelling of a humid tropical catchment: The TOPMODEL approach. *Hydrological Processes*, Chichester, v. 16, p. 231 – 253, 2002.
- DATIN, R. *Outils opérationnels pour la prévision des crues*

- rapides: traitements des incertitudes et intégration des la variabilité spatiale de la pluie. Développements de TOPMODEL pour le prise en compte de la variabilité spatiale de la pluie.* PhD thesis, INP Grenoble. 1998.
- DOORENBOS, J.; PRUIT, W.O. *Crop water requirements.* Roma: FAO, 1992. 144 p.
- DUNNE, T.; BLACK, R.D. Partial-area contributions to storm runoff in a small New England watershed. *Water Resources Research*, Washington, v. 6, p. 1296 – 1311, 1970.
- FREER, J. *Welcome to the TOPMODEL web page.* University of Lancaster. 2001. Disponível em: <<http://www.es.lancs.ac.uk/hfdg/topmodel.html>> Acesso em: 02 mar. 2004.
- FREER, J.; BEVEN, K.J.; AMBROISE, B. Bayesian estimation of uncertainty in runoff prediction and the value of data: An application of the GLUE approach. *Water Resources Research*, Washington, v. 32, n. 7, p. 2161 – 2173, 1996.
- GÜNTNER, A.; UHLENGROOK, S.; SEIBERT, J. LEIBUNDGUT, Ch. Multi-criterial validation of TOPMODEL in a mountainous catchment. *Hydrological Processes*, Chichester, v. 13, p. 1603 – 1620, 1999.
- KLEPPER, O.; SCHOLTEN, H.; VAN DE KAMER, J.P.L.G. Prediction uncertainty in an ecological model of the Oosterschelde Estuary. *Journal of Forecasting*, Amsterdam, v. 10, p. 191 – 209, 1991.
- LAMB, R.; BEVEN, K.J.; MYRABØ, S. Discharge and water table predictions using a generalised TOPMODEL formulation. *Hydrological Processes*, Chichester, v. 11, p. 1145 – 1168, 1997.
- NASH, J.E.; SUTCLIFFE, J.V. River flow forecasting through conceptual models I: A discussion of principles. *Journal of Hydrology*, Amsterdam, v. 10, p. 282 – 290, 1970.
- PAPPENBERGER, F.; BEVEN, K.J.; HORRITT, M.; BLAZKOVA, S. Uncertainty in the calibration of effective roughness parameters in HEC-RAS using inundation and downstream level observations. *Journal of Hydrology*, Amsterdam, v. 302, p. 46 – 69, 2004.
- PETERS, N.E.; FREER, J.; BEVEN, K.J. Modelling hydrologic responses in a small forested catchment (Panola Mountain, Georgia, USA): a comparison of the original and a new dynamic TOPMODEL. *Hydrological Processes*, Chichester, v. 17, p. 345 – 362, 2003.
- PIÑOL, J.; BEVEN, K.J.; FREER, J. Modelling the hydrological response of Mediterranean catchments, Prades, Catalonia. The use of distributed models as aids to hypothesis formulation. *Hydrological Processes*, Chichester, v. 11, p. 1287 – 1306, 1997.
- QUINN, P.F.; BEVEN, K.J.; LAMB, R. The  $\ln(a/\tan\beta)$  index: how to calculate it and how to use it within the TOPMODEL framework, *Hydrological Processes*, Chichester, v. 9, p. 161 – 182, 1995.
- SANTOS, I. *Modelagem geobiohidrológica como ferramenta no planejamento ambiental: Estudo da bacia hidrográfica do Rio Pequeno, São José dos Pinhais – PR. Paraná, 2001. 93 f. Dissertação (Mestrado em Agronomia) – Setor de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Paraná.*
- SHANNON, C.E. A Mathematical Theory of Communication, *Bell Syst. Tech. J.*, v. 27, p. 379-423, 1948.
- SILVA, R.V.; KOBİYAMA, M. Delineamento automático da rede de drenagem em bacias hidrográficas com ênfase em trechos de zero ordem. In: Congresso Latinoamericano de Hidráulica, 21., 2004, São Pedro, *Anais*. Campinas: UNICAMP, 2004.
- SILVA, R.V.; KOBİYAMA, M. Potential Erosion Mapping on Hillslopes with Automatic Delineation of Overland Flow. In: International Conference on Monitoring, Prediction and Mitigation of Water-Related Disasters, 1., 2005, Kyoto. *Proceedings*. Kyoto: Disaster Prevention Research Institute, 2005. p. 527 – 532.
- UHLENBROOK, S.; SIEBER, A. On the value of experimental data to reduce the prediction uncertainty of a process-oriented catchment model. *Environmental Modelling & Software*, Camberra, v. 20, p. 19 -32, 2005.
- VAN STRATEN, G.; KEESMAN, K.J. Uncertainty propagation and speculation in projective forecasts of environmental change: A lake-eutrophication example. *Journal of Forecasting*, Amsterdam, v. 10, p. 163 – 190, 1991.

### ***Comparative Study Of Three TOPMODEL Formulations In The Rio Pequeno Watershed, São José dos Pinhais, PR***

#### **ABSTRACT**

*TOPMODEL is a hydrological model with available formulation and computational code. Thus several applications and modifications have been performed since it was first published. However, there are few studies comparing the new modifications and the original formulation. As the comparative studies can show the real formulation improvements for certain objectives, the purpose of the present work is to compare and evaluate three TOPMODEL formulations using hydrograph simulations. The simulations were carried out in the Pequeno river watershed, São José dos Pinhais city, Paraná state, for two data series (calibration and validation). In*

*this work, the first TOPMODEL formulation (Beven et al., 1984), a modified one (Campling et al., 2002) and another modified one (Datin, 1998) were named MODEL 1, MODEL 2 and MODEL 3, respectively. The models were compared using their efficiency, uncertainty intervals and Shannon entropy values. Through the simulations the domain of model formulation error or input data error over parametrization error was observed. The models carried out similar hydrograph simulations. MODEL 2 was not recommended for hydrograph simulations in this watershed because it obtained the larger uncertainty intervals for all simulations and has one more parameter.*

*Key-words: TOPMODEL, Rio Pequeno, uncertainty, comparative study*