

## Interação Onda-Vegetação Submersa: Parte I: Modelos de Dissipação de Energia da Onda

Joel Roberto Guimarães Vasco, Geraldo de Freitas Maciel

Departamento de Engenharia Civil – FEIS – UNESP

joel@dec.feis.unesp.br, maciel@dec.feis.unesp.br

Recebido: 31/03/06 – revisado: 13/10/06 – aceito: 27/11/06

---

### RESUMO

*Este artigo aborda o fenômeno de interação onda-vegetação submersa, sob uma ótica mecanicista. O conhecimento da interação onda-vegetação é capaz de esclarecer como taludes de canais de navegação ou margens de corpos d'água são protegidos da ação de forçantes hidrodinâmicas, como é o caso das ondas gravitacionais. Tem-se, como um dos objetivos deste trabalho, informar e trazer à comunidade científica brasileira a discussão desse assunto, que é relativamente recente. Então, o foco dessa comunicação científica é apresentar alguns trabalhos da literatura que estudam esse problema e apresentar um modelo próprio, desenvolvido segundo uma potencialidade regional e constatação da erodibilidade de margens desprotegidas de lagos artificiais, notadamente aquelas de lagos de barragens.*

**Palavras-chave:** ondas gravitacionais, vegetação, dissipação de energia, interação onda-vegetação, lagos de barragens.

---

### INTRODUÇÃO

As ondas de gravidade, pela faixa de frequência em que são geradas, são as ondas de maior energia e são, reconhecidamente, as mais devastadoras. Acidentes de repercussão mundial só vêm alertar ainda mais a comunidade científica a respeito da necessidade de intensa investigação dos mecanismos de previsão e minimização dos danos causados por ondas gravitacionais. Em escala de menor intensidade energética, mas com grande frequência de ocorrência, podem ser citados outros danos causados pelas ondas gravitacionais, como na operação de portos, canais de navegação, alteração de perfis de praia, proteção e segurança das comunidades litorâneas.

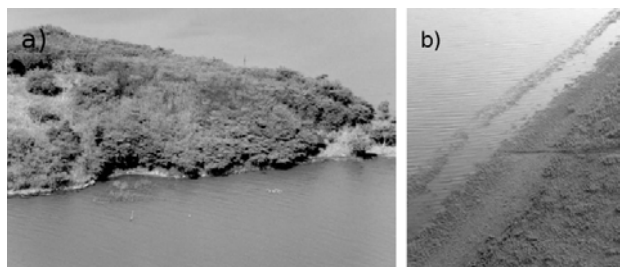
Somando-se a essa gama de situações e voltando-se mais ao contexto regional, ressalta-se a potencialidade para a navegação do noroeste paulista, que pode ser prejudicada pela ação intensa de ondas geradas por ventos, que desestabilizam taludes e provocam erosões e assoreamento em canais de navegação. Não obstante, as próprias ondas geradas pelas embarcações podem também causar danos às margens.

No sentido de mitigar os problemas causados pelas ondas, na grande maioria das vezes, investe-se na construção de obras rígidas, como por exemplo diques e quebra-mares, interferindo drasti-

camente na conformação ou *layout* natural. Entretanto, soluções alternativas de obras que não alterem de modo considerável o ecossistema no qual estão inseridas ganham força nos dias de hoje, face ao apelo constante pela manutenção e proteção do meio ambiente como um todo.

Uma alternativa às obras rígidas, para proteção de litorais, baseia-se na constatação de que as ondas que se propagam por áreas com vegetação (ou outros organismos semelhantes) perdem considerável parcela de sua energia. Através da avaliação de uma área de estudo particular, pode-se eleger uma espécie vegetal que possa ser utilizada, mantendo o equilíbrio do ecossistema. No entanto, pouco é conhecido a respeito da mecânica pela qual a onda perde energia. Existem poucas ferramentas de projeto e dimensionamento que atendam a esta lacuna, ainda que sejam encontrados alguns trabalhos na literatura que forneçam norteadores e sirvam como base para estudos mais aprofundados.

Essa comunicação científica tem como objetivo, num primeiro momento, trazer à luz trabalhos que tratam da quantificação da dissipação da energia da onda devido aos obstáculos naturais. Em segundo lugar, é apresentado um modelo próprio, desenvolvido a partir de uma motivação regional, assim como as hipóteses de validade e discussão dos aspectos influentes no cálculo da dissipação de energia.



**Figura 1 – Processos erosivos nas margens do lago formado pela barragem de Ilha Solteira**

A Figura 1 ilustra duas situações, quais sejam: a) a ação erosiva de ondas geradas por ventos sobre margens do reservatório; b) processo de amortecimento de ondas devido à presença de vegetação nas margens.

## ASPECTOS GERAIS DA INTERAÇÃO ONDA-VEGETAÇÃO SUBMERSA

### Considerações gerais

A dissipação da energia da onda pela presença de vegetação submersa é um assunto que vem sendo tratado há relativamente pouco tempo pela comunidade científica internacional. Observa-se, no entanto, uma evolução crescente na proposta de modelos de dissipação, levando a um aumento no número de trabalhos publicados acerca da temática abordada, refletindo o interesse da comunidade científica na melhor compreensão do fenômeno da interação onda-vegetação submersa. No Brasil, segundo o conhecimento dos autores, esse assunto ainda é muito recente, tendo sido tema de uma tese de doutoramento (Lima, 2005) e uma dissertação de mestrado (Vasco, 2005).

Existem diversas formas de abordar a interação onda-vegetação. Inicialmente, a vegetação presente no fundo de corpos de água era tratada como sendo uma extensão do atrito, ou seja, um fator adicional ao atrito devido ao fundo. Seguindo esse pensamento, um dos primeiros trabalhos na temática é o de Price et al. (1968). Esses autores analisavam o efeito da vegetação na alteração do perfil praiado e tentaram estimar, através de uma viscosidade aparente, um fator de decaimento da energia da onda. A consideração de uma viscosidade aparente, feita pelos pesquisadores, evidencia a inclusão de um atrito de fundo adicional para determinação do coeficiente de atenuação.

Esse tipo de abordagem é comum também quando analisado o potencial de vazão de um canal. Mesmo em se tratando de um escoamento não-oscilatório, nota-se que os coeficientes empíricos de Manning, por exemplo, são muito maiores para canais densamente vegetados em comparação com os de canais sem obstrução. Outro trabalho que lida com este fato é o de Camfield (1983), que procura estimar a altura de onda gerada pelo vento sobre regiões inundadas. O autor apresenta um método alternativo ao cálculo da altura da onda através de uma pista efetiva, uma vez que o método tradicional (proposto pelo CERC, 1977, para o cálculo de pistas) não levava em consideração o fundo com atrito elevado.

Posteriormente, surgiram tentativas no sentido de quantificar os esforços hidrodinâmicos que incidiam sobre a vegetação. Nesse ponto, diversas dificuldades aparecem, em virtude da complexidade do fenômeno estudado. Além do pouco conhecimento da interação entre o escoamento oscilatório e a vegetação, existem interações entre vegetações, sendo que a sua estrutura varia no tempo e é exposta a forças variáveis no tempo e espaço.

Na tentativa de modelar esse fenômeno complexo, são feitas aproximações teóricas baseada em um modelo idealizado. Sendo assim, os esforços resultantes da transferência de energia cinética da onda para a vegetação baseiam-se na equação de Morison. Esta equação foi concebida para quantificar os esforços exercidos pelas ondas em pilares, tanto pelo arrasto provocado pela oposição do cilindro ao movimento quanto pelo gradiente de pressão gerado pela curvatura das linhas de corrente, a saber.

$$\begin{aligned}\vec{F} &= \vec{F}_D + \vec{F}_I \\ \vec{F} &= \frac{1}{2} C_D \rho A \vec{u} |\vec{u}| + C_M \rho V \frac{d\vec{u}}{dt}\end{aligned}\quad (1)$$

onde  $\vec{F}_D$  é o vetor força de arrasto,  $\vec{F}_I$  é o vetor força de inércia,  $C_D$  é o coeficiente de arrasto,  $\rho$  é a massa específica do fluido,  $A$  é a projeção da área normal ao escoamento,  $\vec{u}$  é o vetor velocidade,  $C_M$  é o coeficiente de inércia,  $V$  é o volume ocupado pelo corpo (volume submerso) e  $d\vec{u}/dt$  é a aceleração total.

A partir daí, vários trabalhos foram desenvolvidos baseados na equação de Morison. Dalrymple et al. (1984), por exemplo, usaram a equação de Morison em sua forma clássica (desprezando apenas a força de inércia).

No entanto, nem sempre as restrições impostas por Morison para aplicação de sua equação podem ser verificadas. Então, adaptações à equação de Morison foram efetuadas. Kobayashi et al. (1993) linearizam a equação 1, abandonando a dependência quadrática entre força de arrasto e velocidade do fluido para que uma solução analítica pudesse ser determinada em seu modelo. Esses autores, no entanto, ainda admitiam a estaticidade dos elementos cilíndricos.

Para um tipo de campo vegetado onde as plantas não podem ser comparadas a pilares imóveis, as adaptações da equação de Morison recaem principalmente sobre o coeficiente de arrasto, uma vez que o mecanismo de transferência de energia fluido-vegetação não é ainda totalmente compreendido.

A determinação do coeficiente de arrasto, para estruturas flexíveis, ainda é fortemente baseada na calibração de ensaios experimentais, sendo que a grande maioria dos trabalhos na literatura enfocam o escoamento permanente. Neste contexto, merecem destaques os trabalhos de Freeman et al. (2000), que determinaram expressões empíricas para o coeficiente de arrasto e propriedades físicas de diversos tipos de plantas e Alben et al. (2002), que representaram o coeficiente de arrasto em termos do comprimento fletido do elemento que é solicitado hidrodinamicamente. Em termos de escoamentos oscilatórios, Lima (2005) procura identificar grupos adimensionais que influenciam na determinação do coeficiente de arrasto (procedimento similar ao adotado por Freeman et al., 2000), e obtém uma expressão baseada em ensaios experimentais.

Além do coeficiente de arrasto, utiliza-se a velocidade relativa entre o fluido e a vegetação para reproduzir com mais fidelidade os elementos de grande flexibilidade (Utter e Denny, 1996; Mendez e Losada, 2004; Lima, 2005) e contesta-se a relação quadrática entre a força de arrasto e a velocidade relativa (Utter e Denny, 1996; Johnson, 2001; Vasco e Maciel, 2004; Vasco, 2005). Intuitivamente, nota-se que as espécies de vegetação com maior mobilidade serão sujeitas a esforços menos intensos, portanto essas adaptações da equação de Morison visam diminuir a força à qual a vegetação submersa está sujeita, tornando o prognóstico geral mais preciso e compatível com a realidade observada na natureza.

Existem, entretanto, outras formas de abordar o problema. Até mesmo a maneira de considerar a vegetação como extensão do atrito de fundo atualmente ganha uma nova concepção (Deussfeld, 2003). Considerar o escoamento sobre o fundo com

vegetação pode ser também interpretado como um escoamento bifásico (Ghisalberti e Nepf, 2002).

Sendo assim, a função da vegetação aquática está bem além de ser apenas um obstáculo para ondas gravitacionais ou elemento que debita energia da onda gravitacional. A necessidade de estabelecer uma correta avaliação dos esforços atuantes na vegetação submersa depende do conhecimento de sua biomecânica, assim como se suas propriedades físicas.

### Leis de decaimento mais comuns

De um ponto de vista mecânico, pode-se dizer que o objetivo em estudar a interação onda-vegetação é resolver a dissipação da energia da onda de forma analítica, tratando normalmente a vegetação submersa como um obstáculo rígido e imóvel. Estabelece-se como solução de tal proposta uma lei que prevê a altura da onda em qualquer ponto na área vegetada. Existem duas leis de decaimento que aparecem com frequência:

- Queda da altura da onda segundo uma função do tipo exponencial:

$$\frac{H}{H_0} = \exp(-k_I y)$$

sendo  $H$  a altura da onda,  $H_0$  a altura da onda incidente e  $k_I$  a parcela imaginária do número de onda  $k$ , ou coeficiente de atenuação.

Sabe-se que este comportamento da função advém da solução da equação que rege a onda linear (equação de Laplace). Tal solução leva em consideração o valor de uma constante  $k$  (número de onda), que para satisfazer a condição de periodicidade da função na longitudinal (eixo  $y$ ) exige que  $k$  tenha uma parte real ( $k_R$ ). A solução do problema da onda linear admite ainda que, considerando que a onda que viaja perde energia de alguma forma (ou ganha, no caso de ondas em áreas de geração), possa haver uma solução exponencial ao longo do eixo vertical (eixo  $x$ ), desde que a constante  $k$  admita também uma parcela imaginária ( $k_I$ ). Por ser responsável diretamente pela atenuação da energia, a parte imaginária do número de onda  $k_I$  recebe a denominação de coeficiente de atenuação. Kobayashi et al. (1993) e Mork (1996) são exemplos de pesquisadores que admitem a queda exponencial da altura da onda em áreas sujeitas à dissipação de energia pela vegetação.

- Queda da altura da onda segundo uma função do tipo quociente:

$$\frac{H}{H_0} = \frac{1}{1 + \alpha y}$$

sendo  $\alpha$  o coeficiente de atenuação do modelo.

Nesta abordagem, analisa-se o fluxo de energia gerado pela passagem da onda (dado por  $\mathfrak{S} = Ec_G$ , onde  $E$  é a energia da onda por unidade de largura da crista por comprimento de onda e  $c_G$  é a celeridade de grupo). Admite-se que a variação espacial do fluxo de energia é igual a uma constante ( $\varepsilon_G$ ) e essa constante é a taxa com a qual a energia da onda é dissipada ( $\partial(Ec_G)/\partial y = -\varepsilon_G$ ). A resolução desta equação diferencial gera a lei de decaimento apresentada. Dalrymple et al. (1984) e Mendez e Losada (2004) podem ser citados como pesquisadores que seguem este modelo de decaimento em problemas envolvendo a dissipação da energia da onda.

## MODELO PROPOSTO

A premissa norteadora do modelo conceitual é de que a energia dissipada se deve ao trabalho realizado pela onda sobre o organismo para movê-lo. Sendo assim, o modelo geral é composto de duas partes: a parcela dinâmica e a parcela energética. Num primeiro momento, é apresentada a parcela dinâmica, caracterizada pela equação da dinâmica do elemento empregado. Faz-se uma analogia da vegetação com viga sujeita aos esforços hidrodinâmicos.

Num segundo momento, é apresentada a forma escolhida para representar a perda de energia de onda, constituindo a parcela energética do modelo geral. Ou seja, será determinada uma lei de decaimento da altura da onda no campo vegetado.

A vegetação submetida à ação de ondas nas margens de corpos de água, quando analisada sob o ponto de vista mecânico, pode ser representada por uma viga sujeita a esforços que variam no tempo.

### Parcela dinâmica

Para analisar a parcela dinâmica, recorre-se à analogia do comportamento do organismo com problemas dinâmicos conhecidos. Problemas dinâmicos simples (como é o caso do modelo massa-mola) não podem ser usados, uma vez que a restri-

ção para apenas um grau de liberdade simplifica demasiadamente o elemento estudado.

Tentar representar a dinâmica dos organismos aquáticos por vigas parece uma idéia intuitiva, mas contrária à realidade em alguns aspectos. Com essa analogia, surge a necessidade de extrair do organismo estudado parâmetros físicos característicos de vigas (como, por exemplo, o módulo elástico à flexão  $E_s$ ). A obtenção desses parâmetros fica comprometida principalmente quando se trata de organismos frágeis, que não possuem sustentabilidade própria (dependem do empuxo para permanecerem na vertical). Existem trabalhos na literatura, de cunho essencialmente experimentalista, que buscam maneiras de determinar parâmetros físicos da vegetação (Freeman et al., 2000) e organismos similares (Vicent apud Gaylord et al., 2001). Quando dados são escassos, esses tipos de trabalhos podem ser usados para obter estimativas quantitativas para certos parâmetros físicos.

Com base no exposto, seja então uma viga simulando a vegetação submersa. De maneira a tornar o problema isostático, admite-se que o vínculo entre a vegetação e o solo seja um engastamento perfeito. Seja então a Figura 2 representando um elemento unidimensional (viga) submetido a um carregamento transversal.

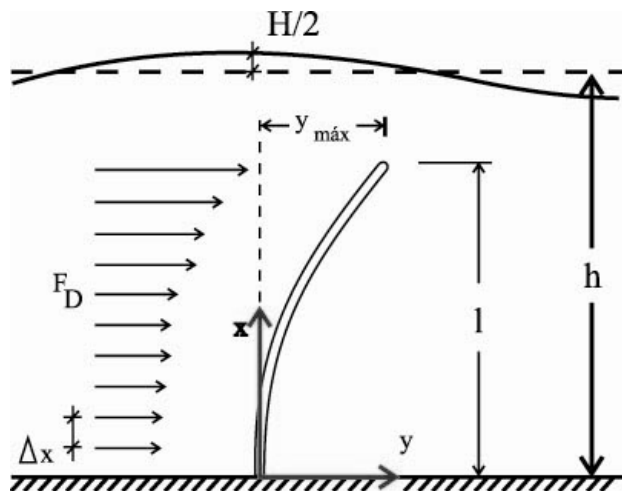


Figura 2 – Elemento submetido a um carregamento hidrodinâmico, modelado como uma viga engastada

O equilíbrio de forças na vertical fica:

$$V' + p dx - \left( V' + \frac{\partial V'}{\partial x} dx \right) - f_1 dx = 0 \quad (2)$$

com:  $V'$  representando o esforço cortante,  $p$  a força externa atuante por metro do elemento e  $f_i$  a resistência inercial, dada por:

$$f_i = m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (3)$$

onde  $m$  é a massa linear (massa por unidade de comprimento do elemento) e  $y$  o deslocamento horizontal.

Substituindo a equação 2 na 3 resulta:

$$\frac{\partial V'}{\partial x} = p - m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

O equilíbrio dos momentos em um ponto fixo da seção transversal, desconsiderando efeitos de ordem superior (rotação inercial), leva à conhecida relação da estática:

$$\frac{\partial M}{\partial x} = V' \quad (4)$$

onde  $M$  é o momento fletor na seção considerada. Derivando a equação 4 com relação a  $x$  e substituindo o resultado na equação 3, tem-se:

$$\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = p \quad (5)$$

Neste ponto pode-se perceber como alguns modelos da literatura adaptam a equação 5 dependendo do tipo de vegetação estudado. Em uma classificação geral comumente empregada, denominam-se os organismos frágeis aqueles que apresentam pouca ou nenhuma resistência à ação externa e organismos rígidos aqueles que possuem certa resistência ao carregamento hidrodinâmico. Então, para os organismos frágeis, o termo  $\partial^2 M / \partial x^2$  da equação 5 é pequeno em relação aos outros dois, já que o momento está relacionado à elasticidade do organismo. Percebe-se, dessa forma, que para organismos frágeis, a equação de balanço reduz-se à compatibilização dos esforços, ou seja:

$$m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = p \quad (6)$$

Com base no exposto, a equação de partida 6 seria suficiente para reproduzir a dinâmica de grande parte das espécies vegetais. Entretanto, opta-

se pelo desenvolvimento da equação completa (equação 5), que reproduz tanto os organismos frágeis (através de uma adaptação) quanto os rígidos. Para isso, é necessário expressar o termo  $\partial^2 M / \partial x^2$  em função do deslocamento (resultando em uma equação diferencial em  $y$ ). Recorre-se então às relações de tensão-deformação e raio de curvatura-momento (equação de Euler-Bernoulli).

### Relação tensão-deformação

Para que a relação tensão-deformação seja definida, deve-se identificar o comportamento mecânico do material constituinte dos organismos aquáticos. Existem basicamente dois tipos de materiais: elásticos e viscosos.

Os materiais totalmente elásticos são aqueles em que toda energia aplicada a uma amostra é recuperada quando o carregamento é removido. Como consequência, as curvas de tensão e deformação neste material estão em fase, no caso de um carregamento cíclico. Pode-se aplicar a lei de Hooke a este material, ou seja, a tensão é proporcional à deformação e o módulo elástico é definido como a relação entre a tensão e a deformação.

Já os materiais viscosos não recuperam nenhuma quantidade de energia aplicada quando o carregamento é retirado (irreversibilidade intrínseca). À luz da mecânica dos fluidos, o efeito viscoso tem a característica de atuar como um dissipador de energia e permite, por exemplo, que alguns escoamentos sejam tratados como escoamentos reversíveis.

Os materiais que não se enquadram nestas duas classificações extremas são chamados de materiais viscoelásticos. Os materiais viscoelásticos preservam parte das características dos materiais elásticos e viscosos: recuperam uma parte da energia quando o carregamento é retirado e a curva da tensão está fora de fase em relação à curva da deformação de um ângulo  $\phi$ . O ângulo  $\phi$  é uma medida do grau de amortecimento do material.

De modo a alcançar uma variedade maior de materiais, opta-se por definir os organismos no modelo como viscoelásticos. Existem várias formas de descrever o comportamento mecânico destes materiais, sendo utilizada no modelo a denominação de sólido viscoelástico de Voigt (ou Kelvin-Voigt), estendendo uma definição prévia de Meyer (Kolsky, 1963). Voigt assumiu que a tensão pode ser expressa como a soma de duas parcelas: uma proporcional à deformação e outra proporcional à taxa de deformação. Considerando o material isotrópico

e fazendo uma análise unidimensional, a relação tensão-deformação pode ser representada por:

$$\sigma = E_s \varepsilon + E_{\text{visc}} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \quad (7)$$

onde:  $\sigma$  é a tensão total [ $\text{FL}^{-2}$ ],  $E_s$  é o módulo elástico à flexão [ $\text{FL}^{-2}$ ],  $E_{\text{visc}}$  é o módulo viscoso [ $\text{FTL}^{-2}$ ] e  $\varepsilon$  é a deformação do elemento ( $\varepsilon = \partial y / \partial x$ ).

Esquemáticamente, o sólido proposto por Voigt seria composto de uma mola (parte elástica) e um amortecedor (parte viscosa) em paralelo (Figura 3a). Existem outras formas de representar um sólido, como por exemplo o modelo proposto por Maxwell (Figura 3b), em que a parte elástica e viscosa estão associadas em série. Existem ainda modelos híbridos, combinando os modelos de Voigt e Maxwell (Figura 3c). No presente trabalho, opta-se pelo modelo de Voigt, principalmente por duas razões: a primeira é que não se tem notícia do comportamento viscoelástico real da vegetação, esse fato está implícito nas observações de vários pesquisadores (Mork, 1996; Gaylord et al., 2001). Ou seja, não se pode apontar um tipo de sólido que descreva detalhadamente o comportamento da vegetação sem antes realizar uma extensa investigação experimental. A segunda razão é a facilidade de implementação do tipo de sólido de Voigt, em comparação aos outros modelos.

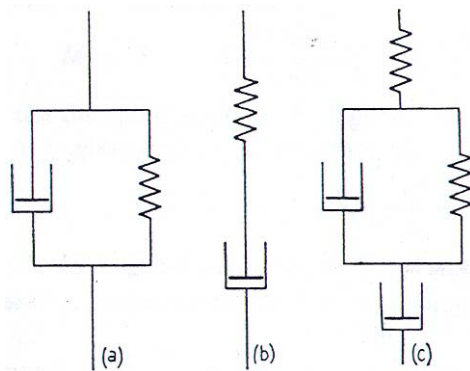


Figura 3 – a) Modelo de Voigt, b) Modelo de Maxwell e c) Modelo híbrido

### Isotropia do organismo

Já que a equação 7 foi obtida mediante a hipótese do material ser isotrópico, discute-se o motivo de tal consideração. Em primeiro lugar, em se tratando de propagação de ondas em corpos de água que possuem nichos de vegetação que amorte-

cem a energia da onda, não há dúvidas que esses tipos de fenômenos serão melhores representados bi ou tridimensionalmente.

Além disso, pelo fato das ondas serem geradas, em tais situações, principalmente pelo vento, existem várias direções distintas de incidência das ondas em um mesmo campo de organismos. Considerando um organismo vegetal, supõe-se inicialmente que este apresente anisotropia, ou seja, que este organismo responda mecanicamente de maneira diferente dependendo da direção da onda. O que é realizado no modelo conceitual proposto é considerar apenas a direção principal de propagação da onda (ensaios físicos em canal de ondas), reduzindo o problema a uma dimensão, e considerando a isotropia do organismo aquático.

### Equação de Euler-Bernoulli

Quando são observadas plantas oscilando como pêndulos invertidos sob a ação do vento, os deslocamentos sofridos podem ser considerados pequenos em relação ao comprimento da planta? Ou seja, pode-se utilizar as hipóteses básicas do dimensionamento de vigas em que os deslocamentos sofridos são pequenos em relação ao comprimento da peça? Inicialmente, a restrição de pequenos deslocamentos relativos na equação da linha elástica de uma viga reside na particularização da equação de Euler-Bernoulli. A equação de Euler-Bernoulli vem da relação entre a curvatura de um elemento e o momento fletor em uma seção transversal circular, sendo esta equação dada por:

$$M = E_s I \kappa + E_{\text{visc}} I \frac{\partial \kappa}{\partial t} \quad (8)$$

onde  $M$  é o momento fletor na seção transversal considerada,  $\kappa$  é a curvatura do elemento,  $I$  é o momento de inércia de uma seção circular ( $\pi D^4 / 64$ ,  $D$  é o diâmetro da vegetação),  $E_s$  é o módulo elástico à flexão e  $E_{\text{visc}}$  é o módulo viscoso.

Segundo a equação de Euler-Bernoulli, a curvatura é dada por (Gere e Timoshenko, 1990):

$$\kappa = \frac{\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}}{\left(1 + \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2\right)^{3/2}} \quad (9)$$

A solução analítica da equação 8 só foi possível de ser determinada no século passado com o

surgimento das integrais elípticas. Neste instante, pode-se considerar válida a hipótese de que o organismo, quando oscila, o faz com pequenos valores absolutos das deformações (ou seja,  $\partial y / \partial x \approx 0$ ). Assim posto, a expressão da curvatura pode ser simplificada para:

$$\kappa = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad (10)$$

Pode-se justificar a hipótese de pequenas deformações adotada para obtenção da equação 10. Para isso, devem ser avaliadas as condições naturais onde ocorre a dissipação da energia da onda pela ação de organismos submersos.

### Fases da dissipação de energia

As ondas resultantes de ventos atuando em espelhos de água de lagos, possuem altura, direção e períodos variados, sendo comumente representados por espectros de frequência. Entretanto, o problema exposto assume que apenas a direção principal incide no organismo, e que este reage de maneira isotrópica. A perda da energia da onda é, sem dúvida, um fenômeno complexo, podendo ser dividido, para uma onda se propagando de águas profundas para águas rasas, em duas partes principais:

- Perda de energia inicial: quando a onda que se propaga geralmente é de águas profundas ou intermediárias, onde as forças atuantes nos organismos aquáticos são pequenas e a movimentação adquirida pelo organismo é pequena;
- Perda de energia final: perda de energia com maior intensidade, tendo maior influência da rugosidade do fundo, presença de ondas de águas rasas gerando forças significativas, causando grande movimentação dos organismos aquáticos.

Pela descrição das zonas de dissipação de energia, percebe-se o motivo da consideração da teoria de onda linear como sendo o agente motor. A consideração de pequenas deformações (análise linear do problema, equação 10) restringe a intensidade da forçante externa que, conseqüentemente, limita os deslocamentos máximos sofridos pelo or-

ganismo. Entretanto, o fenômeno em águas rasas tem como inconveniente incluir como fator de dissipação da energia da onda o fundo, além da presença da vegetação. Isso não acontece com o fenômeno em águas intermediárias e profundas, que isentam o fundo de qualquer atuação como sorvedor energético. Como é desejável analisar apenas a contribuição da vegetação na dissipação da energia da onda, opta-se por uma vertente clássica da literatura e adota-se como forçante a teoria de onda linear, que não inclui a dissipação de energia no fundo.

Uma vez obtidas as relações de tensão-deformação e raio de curvatura-momento (equação de Euler-Bernoulli) e esclarecida a adoção da teoria linear, pode-se retornar à dedução da equação motriz do problema. Substituindo a equação 10 na equação 8, resulta:

$$M = E_s I \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + E_{visc} I \frac{\partial^3 y}{\partial x^2 \partial t} \quad (11)$$

Substituindo a equação 11 na equação 5, tem-se a expressão geral:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( E_s I \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + E_{visc} I \frac{\partial^3 y}{\partial x^2 \partial t} \right) + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = p \quad (12)$$

Supondo que as propriedades físicas do organismo sejam constantes, tem-se a seguinte equação:

$$m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + E_s I \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + E_{visc} I \frac{\partial^5 y}{\partial x^4 \partial t} = p \quad (13)$$

### Forças externas

Para aplicação da equação 13 resta apenas definir a função  $p$ , que representa os esforços externos atuantes no organismo por metro do elemento. Como explicado no início desta comunicação científica, a definição das forças externas e a forma com que elas agem sobre a vegetação constituem parcela fundamental na modelagem do fenômeno.

Sabe-se que a força externa de maior relevância é a força de arrasto horizontal. Utiliza-se então a formulação definida pela equação 14, segundo referência da literatura (Utter e Denny, 1996), a seguinte equação dimensionalmente não-homogênea:

$$F_D = \frac{1}{2} C_D \rho A u_R^{\beta_0} \quad (14)$$

onde  $\rho$  é a massa específica do fluido,  $\beta_0$  é um coeficiente adimensional cujo valor está relacionado à forma do objeto ( $\beta_0 \leq 2$ : quanto mais hidrodinâmico e/ou flexível, menor é o valor de  $\beta_0$ ),  $A$  é a área projetada máxima (área de bloqueio) e  $C_D$  é o coeficiente de arrasto.

Acredita-se que tal formulação (equação 14) seja capaz de representar tanto um organismo rígido quanto um flexível, aumentando a capacidade de atuação do modelo geral. Existem várias formas de representar a força de arrasto, entretanto, a forma adotada contém todos os aspectos mais recentes que figuram na literatura, modificando a equação de Morison para casos especiais.

### Parcela energética

Definida a dinâmica da vegetação, passa-se agora para a lei de decaimento de energia no campo vegetado, ou seja, o estabelecimento do aspecto energético do modelo.

Pode-se estimar a energia dissipada da onda através do trabalho realizado sobre o organismo vegetal para movimentá-lo. Ou seja, a taxa de energia dissipada pode ser expressa através de uma equação semelhante àquela proposta por Dalrymple et al. (1984) e verificada posteriormente como um caso particular de Kobayashi et al. (1993) para o caso de pequeno amortecimento. Então, tem-se a equação da conservação de energia (equação 15):

$$\frac{\partial(Ec_G)}{\partial y} = -\varepsilon_G \quad (15)$$

onde:  $E = 1/8 \rho g H^2$  é a energia da onda por unidade de área,  $\rho$  é a massa específica,  $g$  a aceleração gravitacional,  $H$  a altura da onda,  $\varepsilon_G$  é a dissipação de energia medianizada num período de onda e  $c_G$  é a velocidade de grupo:

A dissipação de energia medianizada num período de onda é determinada fazendo:

$$\varepsilon_G = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} F \cdot u_R dy \quad (16)$$

Para estimar a altura de onda dentro do campo vegetado, utiliza-se a taxa de dissipação de

energia determinada pela equação 16 através de um método de integração numérica (1/3 de Simpson) e substitui-se na equação 15, que discretizada pode ser resolvida, resultando em:

$$H_i = \sqrt{H_{i-1}^2 - \frac{8\varepsilon_G \Delta y}{\rho g c_G}} \quad (17)$$

A equação 17 pode ainda ser reescrita na forma:

$$\frac{H}{H_0} = \sqrt{1 - \delta y} \quad (18)$$

com:

$$\delta = \frac{8\varepsilon_G}{\rho g c_G H_0^2} = \frac{\varepsilon_G}{E_0 c_G} \quad (19)$$

sendo  $E_0$  a energia da onda incidente.

A equação 18 é capaz de prever a altura de onda em qualquer ponto do campo vegetado. O coeficiente de atenuação do modelo ( $\delta$ ), como pode ser notado na equação 19, é a razão entre a taxa de energia dissipada e a energia da onda incidente.

### Resolução do problema

A discretização da equação 13, que é a equação que rege a dinâmica de uma viga engastada viscoelástica, é feita utilizando o Método de Diferenças Finitas (MDF). Aplica-se uma variação do método de Crank-Nicholson nas equações discretizadas (Vasco, 2005), objetivando maior precisão no resultado numérico. Além disso, o método implícito de discretização, que é incondicionalmente convergente, gera um sistema linear, resolvido para encontrar o deslocamento horizontal no tempo futuro. Neste trabalho foi utilizado o método de Gauss-Jordan com pivoteamento por linha, que é aplicado em problemas do tipo  $Cy = b$ , onde  $C$  é a matriz quadrada dos coeficientes,  $b$  é o vetor independente e  $y$  é o vetor incógnita. A matriz  $C$  possui uma banda de elementos bem definida, resultado da forma de discretização central adotada, sendo esta não-singular. O método de Gauss-Jordan com pivoteamento por linha tem por finalidade aplicar um certo número de operações ao sistema de equações, reduzindo a matriz dos coeficientes  $C$  à matriz identidade. Dessa forma, o novo vetor independente  $b^*$  gerado é automaticamente a solução procurada.



## DISCUSSÕES FINAIS

Este trabalho teve como objetivo apresentar modelos da literatura sobre interação onda-vegetação, emitindo pareceres com relação às diferentes abordagens e maneiras de solucionar o problema. Além disso, é feita a apresentação de um modelo próprio, desenvolvido a partir de uma vocação regional e constatação de ocorrência do fenômeno em lagos de barragens.

Em relação à quantificação de esforços hidrodinâmicos aos quais a vegetação submersa está sujeita, desconsiderou-se a força de arrasto vertical, baseada primeiramente na constatação de diversos autores da literatura (Dalrymple et al., 1984; Kobayashi et al., 1993; Mendez e Losada, 2004). A magnitude das forças de arrasto vertical frente à resistência à tração/compressão do organismo impossibilita-o de sofrer deslocamentos longitudinais significativos. Além disso, numa abordagem linear, desconsideram-se eventuais deslocamentos no eixo do organismo. Se os efeitos de tração ou compressão fossem pronunciados (e se estivesse sendo utilizada a abordagem não-linear) o deslocamento total do organismo seria dado por um conjunto de equações, que seriam da forma:

$$\begin{cases} \rho_K A_s \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + E_s I \frac{\partial^2 \kappa}{\partial x^2} + E_{visc} I \frac{\partial^3 \kappa}{\partial x^2 \partial t} = p \\ \rho_K A_s \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + E_s I \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^2} + E_{visc} I \frac{\partial^3 \chi}{\partial x^2 \partial t} = q \end{cases} \quad (20)$$

onde:  $\kappa$  é a curvatura do elemento (dado pela equação 9),  $\chi$  é o deslocamento do elemento ao longo de seu comprimento (eixo  $x$ ),  $\rho_K$  é a massa específica do organismo,  $E_s$  é o módulo elástico à flexão,  $E_T$  é o módulo elástico à tração,  $I$  é o momento de inércia para uma seção circular,  $E_{visc}$  é o módulo viscoso,  $p$  é a força de arrasto na horizontal por comprimento do elemento e  $q$  a força de arrasto na vertical por unidade de volume.

Esse sistema de equações, uma vez resolvido, forneceria as coordenadas ( $x, y$ ) em cada instante de tempo. Entretanto, essa formulação não é utilizada no modelo conceitual proposto. Esse fato ocorre primeiramente pelo modelo proposto aplicar-se a uma teoria de onda linear, supostamente onde as forças geradas não seriam capazes de deslocar a vegetação além do limite linear ( $0,1L$ , onde  $L$  é a altura da vegetação, segundo Gere e Timoshenko, 1990).

Cabe ainda salientar que a função que representa o decaimento da energia da onda apresentada pela equação 18 é diferente das funções conhecidas e tratadas na literatura, quais sejam:

$$\frac{H}{H_0} = \exp(-k_1 x) \quad \text{e} \quad \frac{H}{H_0} = \frac{1}{1 + \alpha x} \quad (21)$$

O modelo energético desenvolvido neste trabalho prevê, portanto, uma nova função de decaimento da energia da onda. Observa-se que a equação da parcela energética (equação 18) não possui limite assintótico quando  $y$  tende ao infinito. Com isso, a análise comparativa entre as equações de atenuação mostra que, à medida que a onda evolui no campo vegetado, há um distanciamento entre as equações do modelo e da literatura. Dessa forma, restringe-se a concordância entre as equações proposta e da literatura a uma região do campo vegetado.

Os resultados obtidos a partir das comparações supracitadas, ensaios de cunho experimentalista físico e ensaios essencialmente numéricos são contemplados no artigo intitulado "Interação onda-vegetação submersa: Parte II: Modelo físico e numérico".

## AGRADECIMENTOS

À FAPESP pelo financiamento da bolsa de mestrado (proc. 02/11363-2), a UNESP e CAPES pela oportunidade de participação na equipe do projeto PROCAD/CAPES "Amigos de Boussinesq": Rede Cooperativa de Pesquisa sobre Hidrodinâmica de Águas Costeiras e Águas Rasas (proc. 0144/01-0).

## REFERÊNCIAS

- ALBEN S. et al, *Drag reduction through self-similar bending of a flexible body*, Nature, 420, 2002.
- CAMFIELD F. E, *Wind-wave growth with high friction*, Journal of Waterways, Port, Coastal and Ocean Engineering, ASCE, 109, 115-117, 1983.
- DALRYMPLE R. A. et al, *Wave refraction due to areas of energy dissipation*, Journal of Waterways, Port, Coastal and Ocean Engineering, ASCE, 110, 67-79, 1984.

- DEUSSFELD N., *Numerical Simulation of Flexible Vegetal Roughness in Coastal Zones*; TUHH, Anniversary Publication, 40-43, 2003.
- FREEMAN G. E. et al, *Determination of resistance due to shrubs and woody vegetation*, US Army Corps of Engineers, Engineer Research and Development Center, 2000.
- GAYLORD B. et al, *Consequences of transient fluid forces for compliant benthic organisms*, Journal of Experimental Biology, 204, 1347-1360, 2001.
- GERE J. M. e TIMOSHENKO S. P., *Mechanics of Materials*, PWS-Kent, 3rd edition, 1990.
- GHISALBERTI M. e NEPF H. M., *Mixing layers and coherent structures in vegetated aquatic flow*, Journal of Geophysical Research, 107, No C2, 2002.
- JOHNSON A. S., *Drag, drafting, and mechanical interactions in canopies of the red alga Chondrus crispus*, Biol. Bull., 201, 126-135, 2001.
- KOBAYASHI N. et al, *Wave attenuation by vegetation*, Journal of Waterways, Port, Coastal and Ocean Engineering, ASCE, 199, 30-48, 1993.
- KOLSKY H., *Stress waves in solids*, Dover, 1963.
- LIMA S. F., *Amortecimento de ondas gravitacionais por campos de vegetação simulados por elementos de grande flexibilidade*, Tese de Doutorado - Coppe/UFRJ, 2005.
- MENDEZ F. J. e LOSADA I. J., *An empirical model to estimate the propagation of random breaking and nonbreaking waves over vegetation fields*, Coastal Engineering, vol. 51, n 2, pp. 103-118, 2004.
- MORK M., *The effect of kelp in wave damping*, Sarsia Online, 1996. Disponível em <<http://www.ifm.uib.no/sol>>
- PRICE W. A. et al., *The effect of artificial seaweed in promoting the build-up of beaches*, Proc. 11<sup>o</sup> Coastal Engineering Conference, ASCE, 1, 570-578, 1968.
- U.S. Army Coastal Engineering Research Center (CERC), *Shore Protection Manual*, 3rd edition. Washington, D. C, Department of Army Corps of Engineers, 1977.
- UTTER B. D. e DENNY M. W., *Wave-induced forces on the giant kelp Macrocystis pyrifera (agardh): field test of a computational model*, Journal of Experimental Biology, 199, 2645-2654, 1996.
- VASCO, J. R. G. e MACIEL, G. F., *Propagação de ondas em áreas vegetadas*. In: Congresso de Métodos Computacionais em Engenharia (CILAMCE), Lisboa, 2004.
- VASCO, J. R. G., *Modelo conceitual de dissipação da energia da onda que se propaga por fundos vegetados*. Dissertação de Mestrado - PPGECC - FEIS/UNESP, 2005.

## ***Water Wave-Submerged Vegetation Interaction: Part I: Water Wave Energy Dissipation Model***

### **ABSTRACT**

*This scientific study is about the phenomenon of water wave-submerged vegetation interaction, from a mechanistic point of view. Knowledge on water wave-vegetation interaction can explain how navigation channel embankments or banks of bodies of water are protected from the action of hydrodynamics forces, which is the case of gravitational waves. One of these studies aims at informing and bringing the relatively recent discussion on this subject to the Brazilian scientific community. Therefore, a few papers from the literature on this problem are presented, and a specific model developed according to a regional situation and to observations on the erodibility of unprotected artificial lake banks, mainly those generated by dam reservoirs.*

*Key-words: gravitational waves, vegetation, energy loss, water wave-submerged vegetation interaction, dam reservoirs.*