

## Análise, Aplicação e Transposição de um Modelo Chuva-Vazão para Simulação de Curvas de Permanência de Pequenas Bacias da Amazônia

Claudio J. C. Blanco

Departamento de Eng<sup>a</sup> Sanitária e Ambiental, UFPA, Belém, PA  
blanco@ufpa.br

Yves Secretan e Anne-Catherine Favre

INRS – ETE, Québec (QC), Canadá, G1K 9A9

Recebido: 08/08/06 – revisado: 26/09/06 – aceito: 27/11/06

---

### RESUMO

Na Amazônia, o potencial hidrelétrico pode ser estimado somente nas grandes bacias, pois são as únicas que possuem dados de vazão. Tal fato deixa de lado inúmeras pequenas bacias que poderiam atender às pequenas comunidades isoladas através da implantação de microcentrais hidrelétricas. Os dados comumente disponíveis na região são os pluviométricos. Assim, o objetivo principal deste artigo é a aplicação e a transposição de um modelo chuva-vazão visando à simulação de curvas de permanência. A simulação das vazões é formulada a partir de um sistema linear (entrada-saída) invariável no tempo. O modelo é aplicado a duas pequenas bacias localizadas no Estado do Pará. Uma análise de sensibilidade do modelo, em função do tamanho das amostras de chuva e vazão, é efetuada com o objetivo de determinar o período de dados mais curto que ainda assegure uma boa aplicação do modelo. Como se tem duas pequenas bacias, é efetuada a transposição do modelo e uma análise de sensibilidade em função do tamanho da série de vazões necessária para a calibração da transposição. A análise de sensibilidade do modelo revela que um ano e meio de dados de chuva e vazão são suficientes para a aplicação do modelo. Já a análise de sensibilidade da transposição indica que uma amostra de vazões de um ano é suficiente para calibrar a transposição do modelo. Os resultados das análises de sensibilidade são importantes para a aplicação do modelo em pequenas bacias sem dados de vazão, como a maioria das pequenas bacias amazônicas.

**Palavras-chave:** Modelo chuva-vazão; curvas de permanência.

---

### INTRODUÇÃO

Na região amazônica, o potencial hidrelétrico pode ser avaliado somente nas grandes bacias, pois elas são as únicas que possuem dados de vazão. Isto deixa de lado inúmeras pequenas bacias que não possuem esses dados. Tais bacias podem ser usadas para a geração de energia elétrica para as pequenas comunidades isoladas da região (Mesquita et al., 1999). Neste caso, as plantas seriam microcentrais hidrelétricas (MCH) que possuem uma potência inferior a 100 kW (DNAEE/Eletróbrás, 1985). Esta potência é pequena, mas suficiente para responder às demandas energéticas de pequenas comunidades.

Como as alturas de chuvas são os dados comumente disponíveis para as pequenas bacias da região, o primeiro objetivo do artigo é a análise de um modelo chuva-vazão capaz de simular as curvas de permanência das pequenas bacias. O segundo

objetivo é a análise de sensibilidade do modelo em relação ao tamanho das séries de dados, que garanta ainda uma simulação razoável das curvas de permanência. O terceiro é a análise de transposição do modelo entre as duas bacias. O quarto é a análise de sensibilidade da calibração da transposição, em relação ao tamanho da série de vazões medidas na bacia objeto de modelação. As análises de sensibilidade visam à aplicação do modelo e de sua transposição em bacias sem dados.

### MODELO CHUVA-VAZÃO

Além dos únicos dados disponíveis na região serem os de chuva. Uma outra razão para a aplicação de um modelo chuva-vazão às pequenas bacias analisadas neste trabalho, as quais são inferiores a 200 km<sup>2</sup>, são as condições de homogeneidade do solo e do clima que controlam o processo de con-

versão chuva-vazão. De fato, a região da Amazônia onde estão localizadas as bacias-teste (Figura 1), é formada por terrenos cenozóicos (Sampaio et al., 2002). O regime pluviométrico é do tipo equatorial de transição, com um período chuvoso que dura do fim de dezembro ao fim de junho e uma estação seca que dura de setembro a dezembro. Fora do período seco, estas bacias estão quase sempre saturadas devido ao clima chuvoso da região. Além disso, o relevo das duas bacias é característico da planície amazônica. Essas condições de homogeneidade favorecem a expressão da função de transferência que é menos complexa e também a transposição do modelo.

O modelo proposto neste trabalho estabelece entre os dados de chuva e vazão uma relação linear de causa e efeito. Estes dados devem ser horários para melhor retratarem o tempo de retorno das pequenas bacias, porém dados com essa frequência não estão disponíveis para as pequenas bacias da Amazônia. Neste caso, as chuvas são totais pluviométricos diários e as vazões são médias diárias. No escopo do presente trabalho, a falta de dados horários não é grave, pois não se está interessado na simulação dos hidrogramas, mas sim na simulação das curvas de permanência e uma base diária de dados já é suficiente para este fim.

Modelos que seguem a relação chuva-vazão são apresentados na literatura desde que Sherman (1932) introduziu o conceito de hidrograma unitário. Eles são igualmente utilizados por Rodriguez (1967), Papazafiriou (1976), Goring (1984), Labat et al. (2000) e Blanco et al. (2005).

A partir das hipóteses de linearidade e invariância no tempo, as vazões  $y(t)$  são representadas pela convolução entre a chuva  $x(t)$  e a função de transferência ou a função da resposta impulsional,  $h(u)$ , dada pela Equação 1. Neste trabalho, a função da resposta impulsional é chamada simplesmente de resposta impulsional.

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(u)x(t-u)du \quad (1)$$

Os processos chuva-vazão são não lineares e variantes no tempo (Rodriguez, 1967; Kachroo e Liang, 1992). A principal fonte das não linearidades é a infiltração; outra fonte origina-se das variações espaciais do subsolo das bacias hidrográficas. A variação no tempo é explicada pela sazonalidade das chuvas e das vazões que caracterizam os sistemas hidrológicos. Apesar das não linearidades e da variação no tempo, o uso de um modelo baseado em um

sistema linear e invariante no tempo, é explicado pelas pequenas dimensões das bacias analisadas.

## DETERMINAÇÃO DA RESPOSTA IMPULSIONAL

Sendo conhecidas as séries de chuva e vazão, primeiramente determina-se a resposta impulsional do sistema. O método da análise harmônica foi utilizado por Goring (1984). Ele é baseado na dualidade da convolução, a qual estabelece que a integral de convolução no domínio temporal é representada por uma simples multiplicação no domínio frequencial. Assim, a resposta impulsional é calculada para todo par de dados entrada-saída. Kachroo e Liang (1992) utilizaram o método dos mínimos quadrados para determinar as respostas impulsional otimizadas. Labat et al. (2000) utilizaram o método estatístico de Wiener-Hopf, o método de substituição direta, o método dos mínimos quadrados e o método de projeção polinomial.

O modelo proposto neste trabalho é baseado na análise espectral cruzada (Rodriguez, 1967) aplicada às séries de dados hidrológicos para determinar as respostas impulsional do sistema. O método de análise espectral cruzada é também apresentado, entre outras, nas obras de referência de análise de séries cronológicas, tal como Chatfield (1980).

## ANÁLISE ESPECTRAL CRUZADA

É necessário acrescentar às hipóteses admitidas para o sistema representado pela Equação 1, aquela de que os sistemas hidrológicos são reais, ou seja,  $h(u) = 0$ , se  $u < 0$ . Portanto, a Equação 1, torna-se:

$$y(t) = \int_0^{\infty} h(u)x(t-u)du \quad (2)$$

A entrada  $x(t)$  e a saída  $y(t)$  são consideradas como dois processos aleatórios e estacionários. Assim, multiplicando-se a Equação 2 por  $x(t-\tau)$  e considerando-se a esperança matemática, obtém-se

$$E[y(t)x(t-\tau)] = \int_0^{\infty} h(u)E[x(t-u)x(t-\tau)]du \quad (3)$$

a qual se escreve igualmente como:

$$\gamma_{xy}(\tau) = \int_0^{\infty} h(u) \gamma_x(\tau - u) du \quad (4)$$

expressão na qual  $\gamma_{xy}$  é a covariância entre  $x(t)$  e  $y(t)$ ;  $\gamma_x$  é a autocovariância de  $x(t)$  e  $\tau$  é a decalagem. A Equação 4 é a integral de Wiener-Hopf (Chatfield, 1980), a partir da qual determinam-se as respostas impulsivas  $h(u)$  no domínio do tempo. Neste trabalho, por simplicidade, a Equação 4 na forma discreta, dada pela Equação 5, é considerada no domínio da frequência.

$$\gamma_{xy}(\tau) = \sum_{k=0}^{\infty} h_k \gamma_x(\tau - k) \quad (5)$$

Para tanto, aplica-se a transformada de Fourier à Equação 5, multiplicando-a por  $\frac{e^{-i\omega\tau}}{\pi}$  e somando-se  $\tau$  de  $-\infty$  a  $\infty$ , o que resulta em

$$f_{xy}(\omega) = \frac{\sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} h_k e^{-i\omega k} \gamma_x(\tau - k) e^{-i\omega(\tau - k)}}{\pi}$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} h_k e^{-i\omega k} f_x(\omega)$$

$$= H(\omega) f_x(\omega)$$

da qual obtém-se

$$H(\omega) = \frac{f_{xy}(\omega)}{f_x(\omega)} \quad (6)$$

onde  $f_{xy}$  é o espectro de variância cruzada entre a entrada e a saída,  $f_x$  é o espectro de variância da entrada e  $\omega = 2\pi f$ , sendo  $f$  a frequência. É possível estimar  $f_x$  e  $f_{xy}$  a partir de um truncamento  $m$ , aplicado às transformadas de Fourier de  $\gamma_x$  e de  $\gamma_{xy}$ , os quais são representados respectivamente por  $C_x$ , dado pela Equação 7, e por  $C_{xy}$  e  $C_{yx}$ , dados respectivamente pelas Equações 8 e 9

$$C_x(k) = \frac{\sum_{i=1}^{i=n-k} (x_i - \bar{x})(x_{i+k} - \bar{x})}{n} \quad (7)$$

$$C_{xy}(k) = \frac{\sum_{i=1}^{i=n-k} (x_i - \bar{x})(y_{i+k} - \bar{y})}{n} \quad (8)$$

$$C_{yx}(k) = \frac{\sum_{i=1}^{i=n-k} (y_i - \bar{y})(x_{i+k} - \bar{x})}{n} \quad (9)$$

onde  $k$  varia de 0 a  $m$ , e representa a decalagem, e  $i$  é o passo no domínio do tempo. Uma função de ponderação  $D_k$ , também chamada de filtro de Tukey, é necessária para que os valores estimados sejam não-enviesados. Os espectros assim estimados tornam-se:

$$f_x(\omega) = \frac{1}{\pi} \left[ D_0 C_x(0) + 2 \sum_{k=1}^m D_k C_x(k) \cos \omega k \right] \quad (10)$$

$$f_{xy}(\omega) = c(\omega) - iq(\omega) \quad (11)$$

onde

$$c(\omega) = \frac{1}{\pi} \left\{ D_0 C_{xy}(0) + \sum_{k=1}^m D_k [C_{xy}(k) + C_{yx}(k)] \cos \omega k \right\} \quad (12)$$

$$q(\omega) = \frac{1}{\pi} \left\{ \sum_{k=1}^m D_k [C_{xy}(k) - C_{yx}(k)] \sin \omega k \right\} \quad (13)$$

As Equações 10 e 11 representam, respectivamente, as transformadas de Fourier das funções de  $\gamma_x$  e  $\gamma_{xy}$ . O filtro de Tukey é expresso por

$$D_k = \frac{\left( 1 + \cos \frac{\pi k}{m} \right)}{2} \quad (14)$$

Esta análise, simples pelo seu caráter multiplicativo, necessita da transformada inversa de Fourier a ser aplicada às respostas impulsivas; para que elas sejam representadas no domínio do tempo, permitindo a aplicação da convolução aos dados de entrada e às respostas impulsivas, reconstituindo os dados de saída.

## TRANSFORMADA INVERSA DE FOURIER DISCRETA

A teoria da transformada inversa de Fourier discreta é apresentada, por exemplo, na obra de

Smith (1997). Este trabalho considera os sistemas reais, para os quais a expressão da transformada inversa de Fourier discreta é dada pela Equação 15, a qual é definida a partir de  $k = 0$ , ou seja,

$$H(i) = \int_{k=0}^{m/2} \text{Re}\bar{H}(k) \cos(2\pi ki/m) + \int_{k=0}^{m/2} \text{Im}\bar{H}(k) \sin(2\pi ki/m) \quad (15)$$

Nesta expressão,  $H(i)$  é a resposta impulsional calculada no domínio do tempo, onde  $i = 0, 1, 2, \dots, m$ .  $\text{Re}\bar{H}(k)$  e  $\text{Im}\bar{H}(k)$  são, respectivamente, as partes real e imaginária normalizadas da resposta impulsional, onde  $k = 0, 1, 2, \dots, m/2$ . O sistema de equações 16 representa a normalização de  $\text{Re}\bar{H}(k)$  e  $\text{Im}\bar{H}(k)$ .

$$\begin{aligned} \text{Re}\bar{H}(k) &= \frac{\text{Re}H(k)}{m/2} \\ \text{Im}\bar{H}(k) &= \frac{\text{Im}H(k)}{m/2}, \quad k = 1, \dots, (m/2)-1 \end{aligned} \quad (16)$$

exceto nos casos limites onde,

$$\text{Re}\bar{H}(0) = \frac{\text{Re}H(0)}{m} \quad \text{e} \quad \text{Re}\bar{H}(m/2) = \frac{\text{Re}H(m/2)}{m}$$

A normalização é efetuada para se evitarem problemas numéricos.

## CONVOLUÇÃO DISCRETA PARA SISTEMAS COM MEMÓRIA FINITA

Após a determinação da resposta impulsional no domínio temporal, é necessário aplicar a convolução aos dados de entrada  $x(t)$  e à resposta impulsional do sistema  $h(t)$ , resultando nos dados de saída  $y(t)$ . No caso dos sistemas hidrológicos a entrada é representada pela precipitação  $P(\text{mm})$  e a saída pela vazão  $Q(\text{m}^3/\text{s})$ , que é representada pela forma discreta da integral de convolução dada pela equação a seguir,

$$Q_i = \sum_{j=1}^m h_j p_{i-j+1} \quad \text{com } i = 1, 2, \dots, n+m-1 \quad (17)$$

onde  $m$  é o comprimento da memória do sistema que representa o efeito de uma chuva continua que se estende por  $m$  intervalos de duração  $T$ . Esta duração depende da frequência com que os dados são

obtidos, e. g. diários, horários, etc; e  $n$  é o número de observações. Neste trabalho, admite-se a hipótese de que o comprimento da memória do sistema  $m$ , define também o ponto de truncamento utilizado nos cálculos das respostas impulsiais.

## CRITÉRIOS DE DESEMPENHO

A raiz quadrada do erro quadrático médio,  $RMS$  é utilizada para avaliar o desempenho do modelo e para otimizar o valor de  $m$ . Ela é calculada entre as vazões observadas e simuladas e é dada por:

$$RMS = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Q_{oi} - Q_{si})^2}{n}} \quad (18)$$

Outro critério utilizado no trabalho, porém, somente como medida de desempenho do modelo é o coeficiente de Nash ( $R^2$ ), calculado entre as vazões observadas e simuladas, e definido por,

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (Q_{oi} - Q_{si})^2}{\sum_{i=1}^n (Q_{oi} - \bar{Q})^2} \quad (19)$$

onde  $Q_{oi}$  e  $Q_{si}$  são as vazões observadas e simuladas no tempo  $i$ , sendo  $\bar{Q}$  a vazão média observada e  $n$  o número total de observações.

Tabela 1 - Estações hidrológicas das bacias-teste 1 e 2

. BT1	Cód. ANA	Latitude	Longitude
Fluviométrica	31600000	-1°39'06''	-47°07'03''
Pluviométrica	00147016	-1°33'02''	-47°07'01''
BT2			
Fluviométrica	31850000	-1°21'00''	-48°08'00''
Pluviométrica	00148007	-1°21'00''	-48°08'00''

Dado o interesse deste trabalho na questão da avaliação do potencial hidrelétrico, é necessário também um critério de desempenho para avaliar a simulação das curvas de permanência. Neste caso, os critérios escolhidos são o erro relativo em porcentagem e o  $RMS$ , calculados entre as vazões de permanência observadas e simuladas, dados respectivamente por:

$$\varepsilon\% = \frac{|Q_{o\%} - Q_{s\%}|}{Q_{o\%}} 100 \quad (20)$$

$$RMS = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Q_{o\%} - Q_{s\%})^2}{n}} \quad (21)$$

onde  $Q_{o\%}$  e  $Q_{s\%}$  são, respectivamente, as vazões de permanência observadas e simuladas. Entretanto, para se calibrar a transposição do modelo, faz-se necessário um critério que seja adimensional e, por consequência, independente da escala das vazões observadas. Assim, utiliza-se a raiz quadrada do erro relativo quadrático médio, *RMSE* que é dado por:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \left( \frac{Q_{oi} - Q_{si}}{Q_{oi}} \right)^2}{n}} \quad (22)$$

No caso específico das curvas de permanência,

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \left( \frac{Q_{o\%} - Q_{s\%}}{Q_{o\%}} \right)^2}{n}} \quad (23)$$

## TESTE EM PEQUENAS BACIAS AMAZÔNICAS

A bacia-teste 1 possui uma área de drenagem de 82 km<sup>2</sup> e localiza-se a 160 km a leste de Belém, no Estado do Pará, região Norte do Brasil. A área da bacia-teste 2 é de 162 km<sup>2</sup> e localiza-se a 40 km a nordeste de Belém (Figura 1).

A proximidade relativa das bacias implica que elas fazem parte de uma mesma geomorfologia e climatologia, o que favorece a transposição do modelo, pois o solo e o clima controlam o processo de conversão chuva-vazão.

A Bacia 1 é a única na região que possui longas séries de vazão contínuas e necessárias à calibração e à validação do modelo. Para o presente trabalho foram considerados 7 anos (1993 – 1999), porém a bacia não dispõe diretamente de dados de chuva, os quais são obtidos da estação meteorológica mais próxima da estação fluviométrica (Tabela 1),

da qual é distante de aproximadamente 15 km. Blanco et al. 2005 validaram os dados de chuva da bacia 1, constatando que o regime pluviométrico da estação meteorológica considerada é similar ao da região de estudo.



Figura 1 - Localização das bacias-teste.

As estações da bacia 2 foram desativadas e, em consequência, o período de registro de dados (26 meses) não é recente (1966-1968). Por outro lado, ela dispõe de dados pluviométricos.

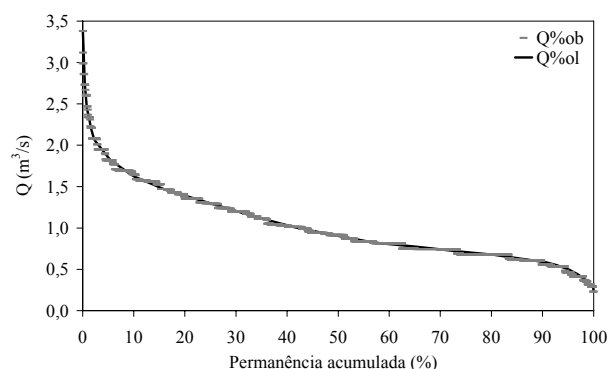


Figura 2 - Curvas de permanência bruta e suavizada da bacia 1.

Neste estudo, as perdas diárias devidas à evapotranspiração não são levadas em conta, pois somente os dados brutos de chuva estão disponíveis. Além disso, na Amazônia, a evapotranspiração é

praticamente constante (Zeng, 1999) e subtrair uma constante dos valores de chuva, não altera a resposta impulsional do modelo (equações (7), (8) e (9)). As perdas por infiltração não são também levadas em consideração, ou seja, o modelo considera que toda a chuva registrada é convertida em vazão.

A Figura 2 apresenta as curvas de permanência observadas bruta e suavizada da bacia 1. A curva suavizada é utilizada na sequência para a comparação dos resultados. No caso da bacia 2, a curva bruta é suficientemente suavizada (Figura 4(b)) e é utilizada com o mesmo objetivo de comparação.

## CALIBRAÇÃO DO MODELO

A calibração do modelo sobre a bacia-teste 1 foi aplicada aos 4 primeiros anos de dados disponíveis (1993-1996) (Blanco et al., 2005). Ela compreende a otimização de  $m$  cuja função objetivo é o  $RMS$ . O parâmetro  $m$  depende de  $k$  e ambos são necessários para calcular  $C_x$  (Equação (7)),  $C_{xy}$  e  $C_{yx}$  (Equações (8) e (9)). Estes últimos são utilizados para calcular  $f_{xy}$  e  $f_x$  e, por consequência, a resposta impulsional do sistema (Equação (6)). Assim, aplica-se a convolução discreta (Equação 17) às respostas impulsivas e aos dados de chuva das bacias, simulando-se as vazões, para então calcular o  $RMS$  entre as vazões observadas e simuladas. Variam-se  $m$  e  $k$ , repetindo o processo até que o  $RMS$  seja minimizado pelo método de tentativa e erro. A otimização é igualmente aplicada à bacia-teste 2, embora a amostra de dados seja curta. Neste caso, a calibração segue o procedimento conhecido como "off-line" que utiliza todos os dados disponíveis. A Tabela 2 apresenta os valores de  $RMS$ ,  $Nash$ ,  $m$  e  $k$  estimados na calibração do modelo, considerando as séries de vazões (sv) e as vazões de permanência (vp).

Tabela 2 - Parâmetros de desempenho e de calibração do modelo.

Bacia-teste		RMS	Nash	m (dias)	k (dias)
1	sv	0,3112	0,5458	295	3
	vp	0,1140	0,9402	142	1
2	sv	0,3627	0,6398	205	3
	vp	0,1139	0,9513	205	3

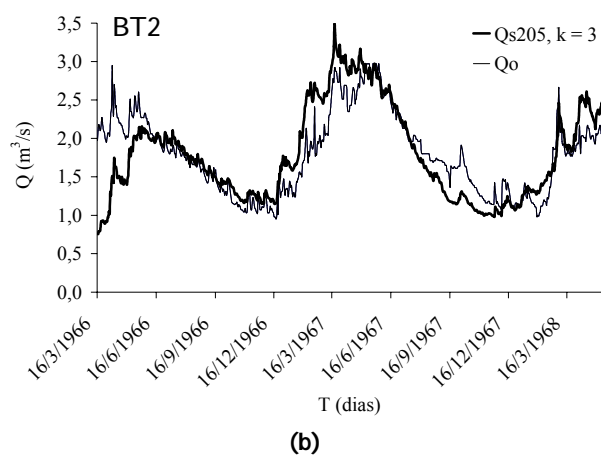
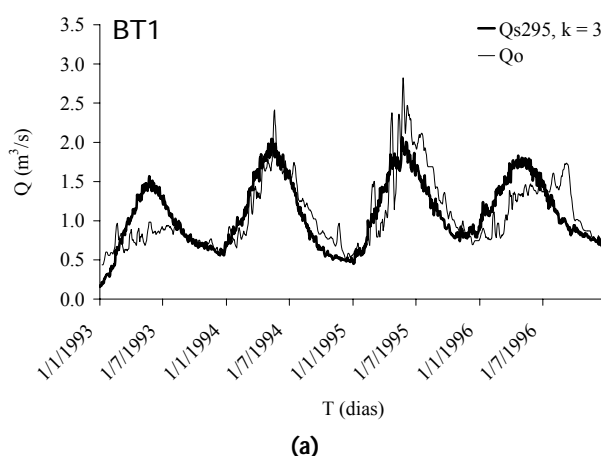
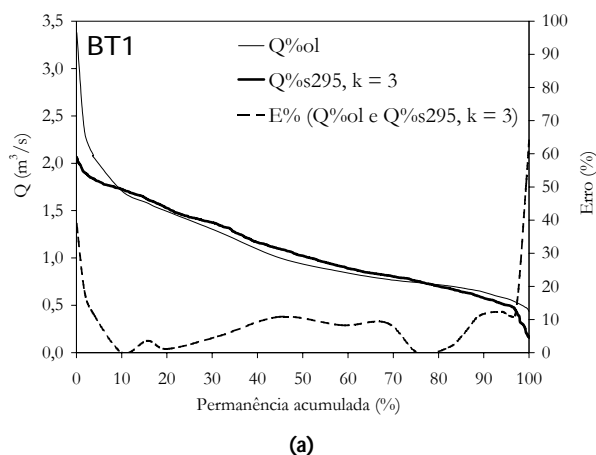


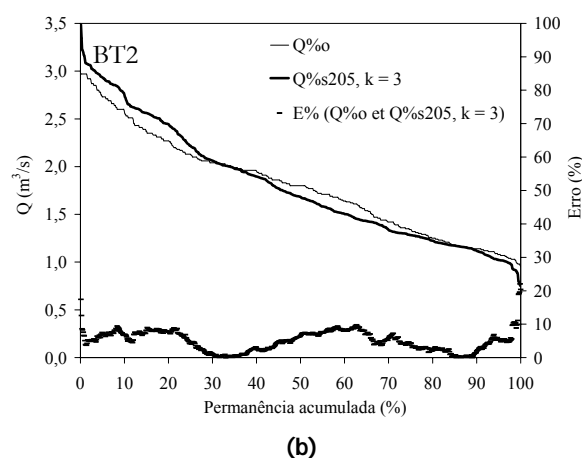
Figura 3 - Hidrogramas diários – calibração do modelo.

A Figura 3(a) apresenta os hidrogramas diários observado e simulado com os parâmetros ótimos relativos às sv ( $m = 295$ ,  $k = 3$  - Tabela 2) e aplicados aos 4 primeiros anos de dados da bacia-teste 1 (BT1). Nota-se que o modelo estima melhor as estiagens que as cheias. No caso das estiagens que se situam entre os meses de setembro e dezembro,  $m = 295$  dias, indica que o modelo precisa de seis meses de chuvas passadas para simular este período. A origem desses seis meses coincide com as máximas chuvas de março (Figura 3(a)), portanto com o fim do preenchimento da bacia que tem como fonte a infiltração da chuva. Após o preenchimento, parte da vazão vem do volume estocado. A infiltração afeta um pouco a hipótese de linearidade do modelo, o que explica, conjuntamente com a hipótese de invariabilidade no tempo entre as chuvas e as vazões, a simulação inadequada das cheias. Já a calibração

através das  $vp$ , produz valores de  $m$  e  $k$  diferentes aos calculados em relação às  $sv$ . Isso pode ser explicado pelo fato da calibração via  $vp$ , não considerar, como as  $sv$ , a cronologia das vazões. Cronologia decisiva na estimação de  $m$  e  $k$  e que é afetada pela variabilidade anual das vazões. Além disso, a calibração via  $vp$ , como era de se esperar, favorece a simulação das permanências das vazões, produzindo parâmetros de desempenho melhores que aqueles via  $sv$  (Tabela 2).



(a)



(b)

Figura 4 - Curvas de permanência – calibração do modelo.

A Figura 3(b) apresenta os hidrogramas diários observado e simulado da bacia-teste 2 (BT2). As vazões são simuladas seguindo os parâmetros ótimos obtidos ( $m = 205$ ,  $k = 3$  - Tabela 2). Observa-se que o modelo simula bem o hidrograma da bacia, com exceção do período entre 16-03 e 16-05-1966 onde as vazões são subestimadas. Os parâmetros  $m$  e  $k$  são os mesmos, tanto para as  $sv$  como para as  $vp$ . O

que pode ser explicado pela menor variabilidade anual das vazões observadas da bacia 2 (Figura 3(b)). Contudo, a menor variabilidade pode estar associada ao curto período de registros. Ou seja, se o período de registros fosse mais longo, talvez, existisse uma variabilidade maior e conseqüentemente, uma diferença surgiria entre os pares de parâmetros  $m$  e  $k$ .

Como se está interessado na avaliação do potencial hidrelétrico, faz-se necessário comparar as curvas de permanência simuladas com as observadas. Estas curvas e as curvas dos erros relativos em porcentagem são apresentadas na Figura 4.

Analisando-se a Figura 4(a) (BT1), observa-se que os erros entre as vazões de permanência observadas suavizadas ( $Q\%ol$ ) e simuladas, com  $m = 295$  e  $k = 3$  ( $Q\%s295$ ,  $k = 3$ ), não ultrapassam 11%, na faixa de vazões entre  $Q_{4\%}$  e  $Q_{98\%}$ . Se a faixa de  $Q_{72\%}$  a  $Q_{86\%}$  é considerada, os erros não ultrapassam 5%. A Figura 4(b) (BT2) revela que os erros entre as vazões de permanência observadas ( $Q\%o$ ) e as vazões de permanência simuladas, com  $m = 205$  e  $k = 3$  ( $Q\%s205$ ,  $k = 3$ ), não ultrapassam 10% na faixa de vazões entre  $Q_{1\%}$  e  $Q_{98\%}$ . Se a faixa de  $Q_{73\%}$  a  $Q_{93\%}$  é considerada, os erros não ultrapassam 5%.

## VALIDAÇÃO DO MODELO

Os 3 últimos anos de dados da bacia-teste 1 são utilizados para validar o modelo. Assim, aplicou-se a convolução aos dados de chuva e a resposta impulsional ótima, com  $m = 295$  e  $k = 3$ , estimados na calibração do modelo, em função das  $sv$ . A Figura 5(a) apresenta os hidrogramas observado e simulado no período de 1997 a 1999. Nota-se que o modelo estima melhor as estiagens que as cheias, como foi observado na calibração do modelo. Neste caso, as cheias são levemente subestimadas, para os anos de 1997 e 1999, e superestimadas para o ano de 1998. Pela análise da Figura 5(b), os erros entre as vazões de permanência suavizadas ( $Q\%ol$ ) e as vazões de permanência simuladas, com  $m = 295$  e  $k = 3$  ( $Q\%s295$ ,  $k = 3$ ), não ultrapassam 7% na faixa de vazões entre  $Q_{5\%}$  e  $Q_{94\%}$ . Este resultado é melhor que aquele da calibração, o que favorece a validação do modelo para a aplicação proposta neste estudo.

O desempenho das vazões de média e alta permanência é suficiente para o dimensionamento da produção de energia das microcentrais hidrelétricas, as quais, às vezes, não funcionam durante o ano todo (Penche, 1998).

Conforme menção anterior, a calibração do modelo para a bacia 2 segue o procedimento do tipo “off-line” que utiliza todos os dados disponíveis, inviabilizando o processo de validação.

te em 1 ano, sendo que, a cada redução, a calibração do modelo é efetuada. A convolução é aplicada aos 3 anos (1997-1999) de dados de chuva utilizados na validação do modelo e à resposta impulsional ótima calculada com a amostra reduzida.

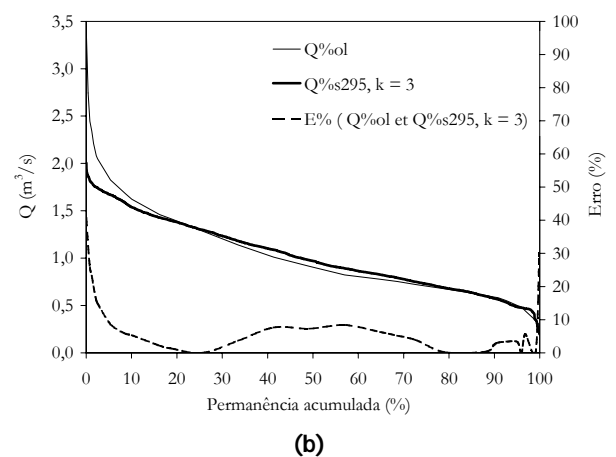
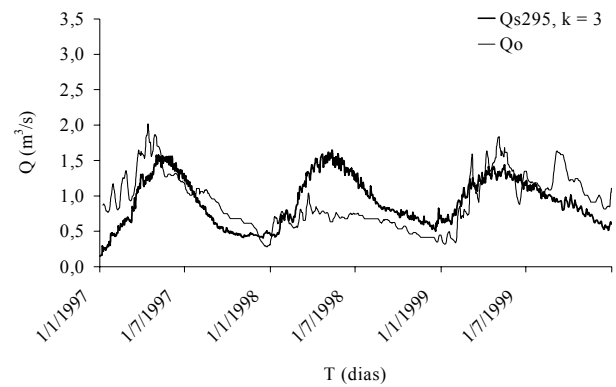


Figura 5 - Hidrograma e curva de permanência – validação do modelo – BT1

ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DO MODELO

Neste trabalho efetuou-se uma análise de sensibilidade do modelo em relação ao tamanho das amostras de chuva e vazão. As curvas de permanência simuladas com as amostras truncadas devem ser similares às curvas da validação (bacia-teste 1) e da calibração (bacia-teste 2). A análise permite estimar o tempo necessário para a aplicação do modelo em pequenas bacias desprovidas de dados fluviométricos. Os dados utilizados para a calibração do modelo servem igualmente para a análise. No caso da bacia 1, os 4 anos de dados são reduzidos progressivamente

Tabela 3 - RMS e Nash para as amostras truncadas – BT1

Amostra (anos)	RMS (m³/s)		Nash	
	sv	vp	sv	vp
4	0,3799	0,0968	0,0592	0,9396
3	0,3986	0,1660	-0,0354	0,8142
2	0,3791	0,0937	0,1506	0,9274
1,5	0,3815	0,0755	0,1307	0,9672
1	0,4307	0,3166	-0,0082	0,3449

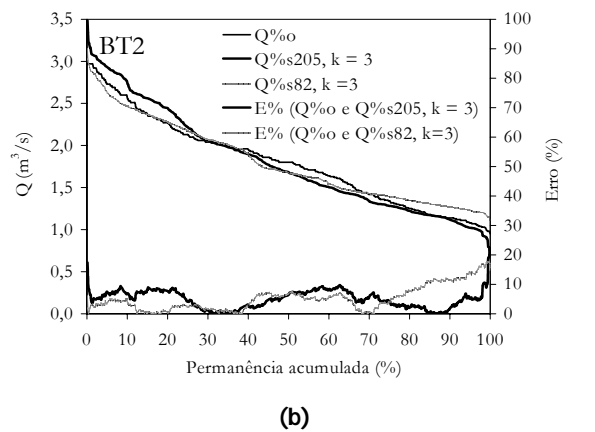
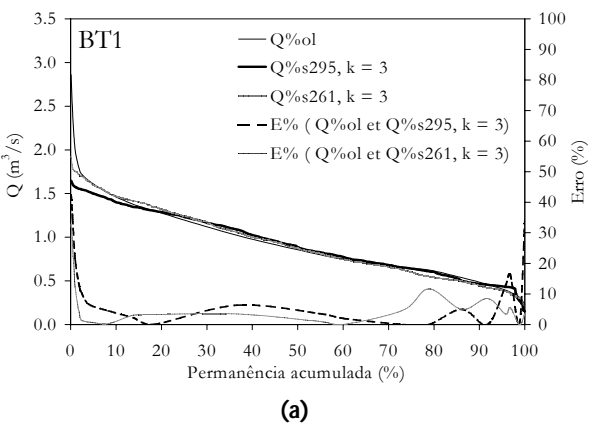


Figura 6 – Curvas de Permanência – análise de sensibilidade do modelo

A Tabela 3 mostra que o *RMS* calculado através das *sv*, é insensível ao truncamento dos dados, pois o mesmo está em torno de 0,4 para qual-



quer que seja a amostra. Também para as  $sv$ , o coeficiente de Nash (Tabela 3) demonstra que o modelo simula de forma insatisfatória as vazões. Assim, devido à insensibilidade do  $RMS$  e aos valores de Nash bem inferiores a 1, o modelo é calibrado considerando-se as  $vp$ , sendo que uma amostra de 1,5 ano ( $RMS = 0,0755$  e  $Nash = 0,9672$ ) é suficiente para aplicar o modelo à bacia 1. Esta análise determina também que as curvas de permanência são comparáveis, qualquer que seja o mês de janeiro tomado como origem no período de 1993-1995. Entretanto, são apresentados unicamente os resultados relativos ao período de janeiro de 1993 a junho de 1994. A posição da origem revela que o modelo precisa de dois períodos de cheias para posicionar as estiagens e assim estabelecer a amostra que simula todo o hidrograma.

A amostra da bacia 2 permite somente utilizar o período entre janeiro de 1967 e maio de 1968 (16 meses e meio). O  $RMS$  é também otimizado em relação às  $vp$  e é igual a 0,0915, este valor é comparável ao  $RMS$  calculado com a amostra de 26 meses (Tabela 2). Os parâmetros  $m$  e  $k$  ótimos são respectivamente iguais a 82 e 3. Para este caso, Nash é igual a 0,9686 e é, também, comparável ao Nash calculado em relação às  $vp$  com a amostra completa da bacia 2 (Tabela 2).

A Figura 6(a) (BT1) compara a curva de permanência simulada com a amostra de 1,5 ano às curvas de permanência observada e simulada na validação do modelo. Os erros relativos em porcentagem não ultrapassam 12% para as vazões entre  $Q_{3\%}$  e  $Q_{95\%}$ . Esta comparação mostra que o modelo simula razoavelmente a curva de permanência da bacia 1, seja com a mostra de 4 anos, seja com a amostra de 1,5 ano. A Figura 6(b) (BT2) compara a curva de permanência simulada com a amostra de 16 meses e meio às curvas de permanência observada e simulada na calibração do modelo. Os erros relativos em porcentagem da simulação com a amostra truncada aumentam para vazões superiores a  $Q_{80\%}$ , porém não ultrapassam os 20%. Contudo, a amostra truncada simula razoavelmente a curva de permanência da bacia 2, principalmente pelo tamanho reduzido (26 meses) da amostra completa. Todavia, a análise de sensibilidade da bacia 1 é mais concisa que a da bacia 2, já que a série de dados é maior. Logo, 1,5 ano é o tempo mínimo para a aplicação do modelo sobre as pequenas bacias amazônicas sem dados, as quais se localizam em regiões de difícil acesso, o que torna importante a estimação deste tempo para o planejamento das campanhas de medições.

## TRANSPOSIÇÃO DO MODELO

Os resultados da aplicação e da análise de sensibilidade do modelo, sobretudo a boa simulação das curvas de permanência que são priorizadas neste trabalho; sugerem o estudo da transposição do modelo, com base na similaridade do clima, do solo e do relevo das duas bacias-teste. Assim, pode-se permutar as respostas impulsiais e avaliar a transposição independentemente das bacias fonte e alvo, objetivando-se aplicá-la a sítios sem dados de vazão.

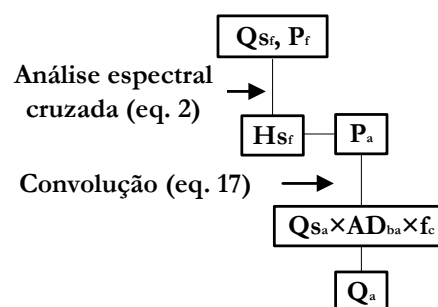


Figura 7 – Fluxograma de transposição.

A calibração da transposição é aplicada às amostras completas de dados. Ela compreende a determinação de  $fc$  (fator de calibração – Figura 7), minimizando o RMSE (Equação 23), em relação às vazões de permanência, já que dessa forma a análise de sensibilidade do modelo teve um desempenho melhor. Na Figura 7, o índice  $f$  refere-se à bacia fonte e o índice  $a$  refere-se à bacia alvo,  $Qs$  é a vazão específica,  $Hs$  é a resposta impulsional específica,  $AD_b$  é a área de drenagem da bacia e  $P$  é a precipitação. Assim, se a resposta impulsional é transposta da bacia 1 (fonte) à bacia 2 (alvo), utilizam-se os parâmetros de calibração da bacia 1 (Tabela 2) e, para calibrar a transposição, as vazões observadas da bacia 2. Caso contrário, para efetuar-se a transposição da bacia 2 para a bacia 1, permutam-se os parâmetros e as vazões. A Tabela 4 apresenta os valores de  $RMSE$  e de  $fc$ .

Tabela 4 –RMSE e  $fc$  para a transposição do modelo

	RMSE	$fc$
Bacia 1 para bacia 2	0,0431	0,50
Bacia 2 para bacia 1	0,0764	1,74

A Figura 8(a) apresenta as curvas de permanência observada suavizada ( $Q\%ol$ ) e simuladas sobre a bacia 1 com a aplicação do modelo ( $Q\%s295, k = 3$ ); e com a transposição ( $Q\%s205, k = 3, fc = 1,74$ ). Ela apresenta também as curvas dos erros relativos em porcentagem correspondentes às curvas apresentadas. Os erros relativos à curva de permanência simulada com a transposição, não ultrapassam 8% para as vazões entre  $Q_{5\%}$  e  $Q_{98\%}$ .

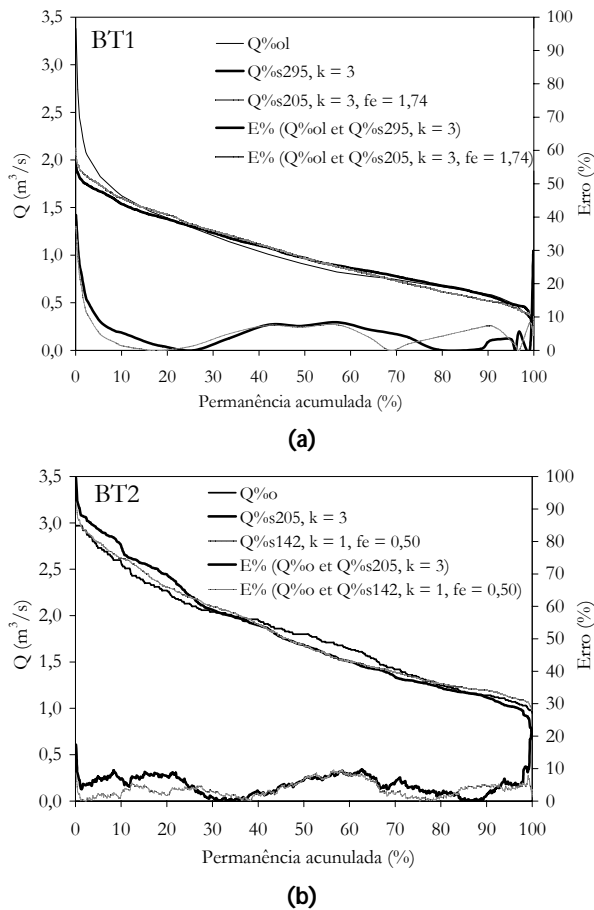


Figura 8 - Curvas de permanência – transposição

A Figura 8(b) apresenta as curvas de permanência observada ( $Q\%o$ ) e simuladas sobre a bacia 2 com a aplicação do modelo ( $Q\%s205, k = 3$ ); e com a transposição ( $Q\%s142, k = 1, fc = 0,50$ ). Ela apresenta também as curvas dos erros relativos em porcentagem entre as curvas de permanência do modelo e da transposição. Estes erros somente ultrapassam 10% nos extremos das curvas.

Comparando-se os resultados da transposição aos resultados da aplicação do modelo, nota-se que a primeira simula bem as curvas de permanên-

cia. Outra conclusão, diz respeito à independência do estudo às bacias fonte e alvo, demonstrando a viabilidade da aplicação da transposição em sítios sem dados de vazão.

ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DA TRANSPOSIÇÃO

Como a transposição do modelo foi calibrada com as amostras de vazão de tamanho máximo e proporcionou resultados satisfatórios, apresenta-se, a seguir, uma análise de sensibilidade em relação ao tamanho das amostras de vazões. Esta análise serve para determinar a amostra mínima de vazões necessária à aplicação da transposição em sítios sem dados.

O interesse do trabalho é a simulação de curvas de permanência onde as vazões sejam bem representadas, ou seja, as séries de vazões devem ser as mais longas possíveis. Portanto, a bacia-teste 1 é usada como bacia alvo e a bacia-teste 2 como fonte. Os dados das bacias (Tabela 1) e os parâmetros ótimos da bacia-teste 2 ( $m = 205, k = 3$  – Tabela 2) são usados na análise.

Tabela 5 - RMSE e fc para as amostras truncadas da bacia 1

Amos-tras	RMSE (vp)	fc (vp)	Amos-tras	RMSE (sv)	fc (sv)
1993	0,1031	1,52	12/93	0,1103	1,62
1994	0,2205	1,06	05/94	0,1657	1,64
1995	0,2756	1,11	11/95	0,1809	1,64
1996	0,2475	0,94	05/96	0,0409	1,52
1997	0,3602	1,68	03/97	0,2766	1,66
1998	0,3442	2,27	01/98	0,2448	1,52
1999	0,2485	1,25	07/99	0,0796	1,61
93-99	0,0764	1,74	-		

Desde que, a transposição da bacia 1 para a bacia 2 foi calibrada com uma amostra de 26 meses de vazões, reduz-se a amostra da bacia 1 respectivamente a 1, 5 e a 1 ano. Os  $fc$  são determinados, minimizando o  $RMSE$  em relação às vazões de permanência (vp). Os resultados determinados com as amostras de 1,5 ano são satisfatórios, porém eles não são apresentados, pois o objetivo da análise é determinar o tamanho mínimo da amostra de vazões. Então, apresentam-se os resultados com as amostras de 1 ano truncadas entre 1993 e 1999. Os valores de  $fc$ , para  $vp$ , da Tabela 5 apresentam uma certa dis-

persão que se explica pela variabilidade anual das vazões da bacia 1, conforme as figuras 3(a) e 5(a). Eles são bem diferentes de 1,74 (Tabela 5), o qual foi obtido calibrando-se a transposição com sete anos (93-99) de vazões. Esta dispersão dos valores de  $f_c$  impede uma boa simulação da curva de permanência da bacia 1.

Diante disso, os valores de  $f_c$  são otimizados em relação às séries de vazões (sv), as quais, para cada ano, possuem bons períodos de simulação, conforme ilustrado pelas figuras 3(a) e 5(a). Neste caso, o tamanho mínimo das séries de vazões é igual a 1 mês, variando segundo o ano (Tabela 5), sendo que as estimativas de  $f_c$  aproximam-se de 1,74.

A Figura 9 apresenta as curvas de permanência observada e simulada da bacia 1, com a resposta impulsional da bacia 2. As curvas simuladas são calibradas em relação às séries de vazão de 1 mês para cada ano (Q%93-Q%99) e em relação aos 7 anos de dados (Q%93-99). Ela apresenta também as curvas dos erros relativos em porcentagem, determinados entre as curvas observada e simulada. Os erros não ultrapassam 9% na faixa de vazões entre  $Q_{10\%}$  e  $Q_{95\%}$ , o que é comparável ao desempenho da calibração da transposição com a amostra de 7 anos. Portanto, uma amostra de 1 ano, com 1 mês de fraca variabilidade entre as séries de vazões observadas e simuladas, é suficiente para calibrar a transposição do modelo.

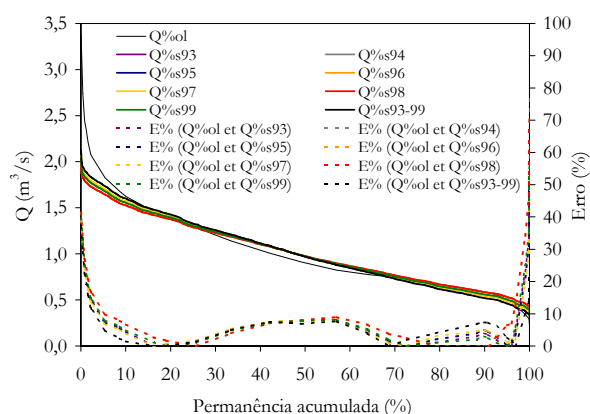


Figura 9 - Curvas de permanência - análise de sensibilidade da transposição.

## CONCLUSÕES

Este estudo permitiu analisar, aplicar e transpor um modelo hidrológico chuva-vazão em duas pequenas bacias hidrográficas da Amazônia.

Além disso, foram analisadas: a sensibilidade do modelo ao tamanho das amostras de dados de chuva e de vazão, e da calibração da transposição ao tamanho da série de vazões.

A calibração do modelo sobre a bacia 1 simula razoavelmente o hidrograma e a curva de permanência. Entretanto, os resultados da validação em relação à curva de permanência são satisfatórios. Sobre a bacia 2, os resultados da calibração são satisfatórios tanto em relação ao hidrograma, quanto à curva de permanência.

A análise de sensibilidade do modelo aplicada às bacias mostra que um ano e meio de dados é suficiente para a aplicação direta do modelo em pequenas bacias desprovidas de dados.

A transposição do modelo produziu resultados semelhantes aos da aplicação direta às duas pequenas bacias. O estudo da independência da transposição, em relação às bacias fontes e alvos, demonstra a viabilidade de sua aplicação em sítios sem dados. Tal fato é confirmado pelo resultado da análise de sensibilidade da transposição, o qual indica que uma amostra de vazões de um ano é suficiente para calibrar a transposição do modelo.

A simulação das curvas de permanência em um tempo razoável, ou seja, um ano e meio (modelo) e um ano (transposição) é importante para o planejamento da produção de energia pelas microcentrais hidrelétricas que podem ser instaladas nas pequenas bacias amazônicas. Estas últimas representam um potencial considerável em recursos hidrelétricos para a região. Portanto, este estudo abre uma perspectiva muito interessante, pois as microcentrais podem atender as pequenas comunidades isoladas da Amazônia.

## AGRADECIMENTOS

Agradece-se ao CNPq o suporte financeiro desta pesquisa através da bolsa de doutorado fornecida a Claudio José Cavalcante Blanco, processo 200360/00-0.

## REFERÊNCIAS

- Blanco, C.J.C., Secretan, Y., Favre A. C., Slivitzky, M. (2005) "Modèle pluie-débit pour la simulation de courbes de débits classés sur des petits bassins non jaugés de

- l'Amazonie" *Canadian Journal of Civil Engineering*, 32, p. 803-811.
- Chatfield, C. (1980) "The Analysis of Time Series: An Introduction", 2nd ed, London, England, Chapman and Hall, 333p.
- DNAEE/Eletróbrás (1985) "Manual de Microcentrais Hidrelétricas" Brasília, Ministério das Minas e Energia, 344p.
- Goring, D. G. (1984) "Flood routing by a linear systems analysis technique" *Journal of Hydrology*, 69, p. 59-76.
- Kachroo, R. K., e Liang, G. C. (1992) "River flow forecasting. Part 2. Algebraic development of linear modelling techniques" *Journal of Hydrology*, 133, p. 17-40.
- Labat, D., Ababou, R., e Mangin, A. (2000) "Rainfall-runoff relations for karstic springs. Part I: Convolution and spectral analyses" *Journal of Hydrology*, 238, p. 123-148.
- Mesquita, A. L. A., Blanco, C. J. C., e Lobato, R. V. (1999) "Levantamento do potencial energético para a implantação de mini centrais hidrelétricas na região da Calha Norte, Estado do Pará, Brasil" relatório FUNTEC 115-00/97.
- Papazafiriou, Z. G. (1976) "Linear and nonlinear approaches for short-term runoff estimations in time-invariant open hydrologic systems" *Journal of Hydrology*, 30, p. 63-80.
- PENCHE, C (1998). "Layman's Handbook on How to Develop a Small Hydro Site" Europa, Commission of the European Communities; 267p.
- Rodriguez, I. (1967) "The application of cross-spectral analysis to hydrologic time series" *Hydrology Papers*, Colorado State University, Fort Collins, Colorado, 24.
- Sampaio, T. Q., Da Silva, C. R., Martinez, J. E. A., Oliveira, J., Duarte, A. D., Campos, D. A., Sirotheau, G. J. C., Nahass, s., Mesquita, J. X., Berbert, M., Marra, R., Adamy, A., Rocha, A. J. D., Theodorovicz, A., Krebs, A., S. J., Shinzato, e., Da cunha, F. G., Colares, J. Q. S., Pimentel, J., E silva, L. G. O., BrAnco, P. C., Sampaio, P. R. A., Marques, V. J.(2002) "Perspectivas do Meio Ambiente para o Brasil – uso do subsolo" Brasília – DF, Serviço geológico do Brasil (CPRM). 53p.
- Sherman, L. K. (1932) "Streamflow from rainfall by the unit-graph method" *Engineering News-Record*, 108, p. 501-505.
- Smith, S. W. (1997) "The Scientist and Engineer's guide to Digital Signal Processing", 2nd ed, San Diego, CA, Technical Publishing, 650p.
- Zeng, N. (1999) "Seasonal cycle and interannual variability in the Amazon hydrologic cycle" *Journal of Geophysical Research* 104(D8), p. 9097-9106.

## ***Analysis, Application And Transposition Of A Rainfall-Runoff Model To Simulate Permanence Curves***

### **ABSTRACT**

*In the Amazon, hydropower production can only be evaluated in large basins, since they are the only ones gauged. This excludes a large number of small catchments, which could be used by small isolated communities with micro hydropower plants. Only rainfall data are available for these catchments. Therefore, the main purpose of this paper is to analyze and apply a hydrological rainfall-runoff model and its transposition to small catchments in the Amazon. A linear time-invariant system (input-output) was formulated to simulate streamflows. The model is applied to two small catchments located in the State of Pará. A sensitivity analysis of the model considering sample size is carried out in order to determine the shortest data period which produces results comparable to those with the whole data set. Model transposition is applied to two small catchments, together with the sensitivity analysis of the transposition to the sample size. This analysis is carried out in order to determine the shortest data period which will ensure good application to transposition. Model sensitivity analysis indicates that an 18-months sample of rainfall and runoff is sufficient to apply the model. Furthermore, the sensitivity analysis of transposition indicates that a 1-year streamflow sample is sufficient to calibrate model transposition. The results of the sensitivity analysis are important to apply the model in small ungauged catchments in the Amazon.*

*Key-words: Rainfall-Runoff; permanence curves.*