

## Modelo Matricial Inelástico para Cálculo de Redes Hidráulicas

Victor Emanuel Mello de Guimarães Diniz

*vediniz@uol.com.br*

Podalyro Amaral de Souza

*Escola Politécnica – UPS*

*podalyro@usp.br*

Edevar Luvizotto Junior

*Engenharia Civil – UNICAMP*

*edevar@fec.unicamp.br*

*Recebido: 13/01/05 – revisado: 04/10/05 – aceito: 23/06/06*

---

---

### RESUMO

*Este trabalho apresenta um modelo matricial inelástico que calcula redes hidráulicas, baseado no método criado por Nahavandi e Catanzaro (1973). Trata-se de um método que permite o cálculo de vazões e da distribuição da pressão em uma rede para o regime permanente, para o regime extensivo e para o regime transitório lento. Este método leva vantagem sobre o método de Cross pelo fato deste último não permitir o cálculo das situações transitórias que ocorrem, por exemplo, durante a abertura e fechamento de uma válvula, partida e parada de um “booster”, rompimento de uma tubulação, etc. Foi ampliada a aplicabilidade do método criado por Nahavandi e Catanzaro (1973), pois foram desenvolvidas a programação e a entrada de dados para contemplar a existência de válvulas, reservatórios ou “boosters” na rede. Além disto, toda a formulação matemática e a programação para o cálculo do regime transitório e do regime extensivo também tiveram que ser desenvolvidas. O modelo matricial está funcionando a contento, pois os valores obtidos pelo modelo para as redes utilizadas como exemplo estão próximos dos valores originais obtidos da literatura pesquisada.*

**Palavras-chave:** *redes hidráulicas (operação; cálculo)*

---

---

### INTRODUÇÃO

Na área de recursos hídricos, o desequilíbrio entre oferta e demanda impõe ao engenheiro soluções cada vez mais elaboradas. À medida que o país cresce, os problemas relacionados com a água, como o abastecimento das cidades, transferência de água entre bacias hidrográficas e principalmente a escassez e a dificuldade de obtenção de recursos de capital para a construção de novas obras, exige que os sistemas existentes sejam cada vez mais eficientes.

O controle operacional de redes hidráulicas para atender as demandas da população ao longo do dia é um problema que vem sendo pesquisado há várias décadas e até hoje as soluções utilizadas nem sempre são otimizadas, resultando em riscos de falhas no fornecimento de água.

O controle operacional de redes hidráulicas envolve várias variáveis que deverão ser controladas e otimizadas para se obter a maior eficiência na operação, tais como:

#### a) Nível d’água nos reservatórios

O controle da variação do nível d’água nos reservatórios é necessário, pois se o nível da água ultrapassar um valor máximo pré-determinado ocorrerá o transbordamento, ocasionando desperdício de água e se o nível ficar abaixo de um valor mínimo pré-determinado poderá ocorrer entrada de ar no sistema prejudicando a operação subsequente.

#### b) Níveis de pressão ao longo da rede

Os níveis de pressão devem ser controlados nas redes hidráulicas primeiramente por questões normativas exigindo que as pressões extremas ao longo da rede não sejam superiores e/ou inferiores a valores pré-determinados em normas técnicas. Além disto, pressões muito baixas comprometem o fornecimento e pressões muito altas podem provo-

car danos nas tubulações e interferem nas ligações domiciliares e respectivo sistema de distribuição.

#### c) Número de manobras nas válvulas

O consumo de água pela população ao longo do dia varia bastante, com horários de menor consumo e horários de maior consumo, ressaltando o horário de pico.

Para se controlar a vazão de água durante as 24 horas do dia, de modo que se atenda às necessidades da população e utilizando-se a capacidade de transporte e reserva, usam-se as válvulas de controle.

É necessário que se especifiquem as válvulas de controle reduzindo-se o número de manobras e controlando-se os riscos decorrentes dos transitórios hidráulicos.

#### d) Vazão de produção

A vazão na ETA (Estação de Tratamento de Água) igual à média do consumo de água diário deve ser mantida constante para se otimizar a qualidade.

#### e) Instalação de bombas

A instalação de bombeamentos (boosters com ou sem variador de rotação) é necessária para se manter o abastecimento e o controle das pressões, requerendo a definição de um esquema operacional pré-programado e auto-ajustável através de controladores lógicos.

#### f) Manobras para evitar transitórios hidráulicos

O transitório hidráulico decorre das manobras na rede e deve ser controlado e, por tal, as manobras devem ser especificadas para garantir que a tubulação não sofra riscos de ruptura ou colapso.

A proposta para este trabalho é desenvolver um modelo de cálculo de redes hidráulicas que seja mais eficiente que o método de Cross e que sirva para calcular transitórios lentos e que não utilize o Método das Características.

### REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Epp e Fowler (1970) desenvolveram um programa de computador para a solução de redes de água em escoamento permanente. O programa

introduziu um algoritmo para a minimização da largura de banda da matriz dos coeficientes através da numeração automática dos anéis e utilizou outros algoritmos para definir os anéis das malhas de forma a reduzir o número de equações a serem resolvidas e estimar as vazões iniciais. Epp e Fowler (1970) utilizaram o método de Newton-Raphson aplicado aos anéis da malha para a resolução do sistema de equações não-lineares.

Wood e Charles (1972) propuseram resolver problemas de redes hidráulicas usando um método linear. Como as equações de energia são não-lineares, eles propuseram aproximar o valor da perda de carga da seguinte maneira:

$$h_{Li} = K_i Q_{i0}^{a-1} Q_i = K_i' Q_i \quad (1)$$

onde  $h_{Li}$  é a perda de carga para um trecho  $i$  da malha,  $K_i$  é a constante do trecho  $i$ ,  $Q_{i0}$  é a vazão no trecho  $i$  no instante de cálculo anterior,  $Q_i$  é a vazão no trecho  $i$  no instante de cálculo atual e “ $a$ ” é o expoente de perda de carga, empírico normalmente, variando entre 1,8 e 2,0.

Wood e Rayes (1981) testaram cinco métodos para resolver as equações que governam as redes hidráulicas para 51 sistemas de redes e 91 situações diferentes. Três métodos (Método de Ajuste Único do Trecho, Método de Ajuste Simultâneo dos Trechos e Método Linear) utilizaram as equações de malha (escritas em termos dos fluxos desconhecidos nos trechos) e dois métodos (Método de Ajuste Único do Nó e Método de Ajuste Simultâneo dos Nós) utilizaram as equações dos nós (escritas em termos da carga total em cada nó do sistema de trechos).

Ormsbee e Wood (1986) propuseram um algoritmo que utilizou uma expansão truncada da série de Taylor para linearizar as equações da energia e da continuidade para cada trecho da rede. Este método é uma versão modificada do método linear proposto por Wood e Charles (1972).

Todini e Pilati (1987) apud <http://www.dha.lnec.pt/nes/epanet/downloads/EN2Pmanual.pdf> criaram o “Método Gradiente”. Este método resolve as equações da conservação de massa e da conservação da energia e a relação entre a vazão e a perda de carga, que caracterizam as condições de equilíbrio hidráulico da rede num dado instante. O Método Gradiente é utilizado por programas como o EPANET e o WATERCAD.

Jowitt e Xu (1990) desenvolveram um algoritmo para a determinação dos valores das aberturas de válvulas de controle de fluxo para minimizar os

vazamentos. As equações hidráulicas básicas não-lineares da rede, que descrevem as cargas nos nós e as vazões nos elementos, foram escritas em termos que explicitamente mostram o vazamento dependente de pressões e em termos que modelam o efeito das ações das válvulas. Estas equações foram linearizadas pelo método desenvolvido por Wood e Charles (1972).

Goulter (1992) mostrou que as técnicas de análise de sistemas, em particular a otimização, usadas para projetar redes de distribuição de água são pouco aceitas na prática, apesar de que os modelos de projeto de componentes desenvolvidos são capazes de projetar redes relativamente complicadas. Segundo Goulter (1992), isto se deve pela falta de pacotes de programação adequados para serem usados em escritórios de projeto. Goulter (1992) também analisou que a questão de confiabilidade não é usada na prática. Isto se deve à falta de uma medida de confiabilidade da rede. A falta de tal medida se deve em grande parte à complexidade do problema de confiabilidade em redes de distribuição de água. De acordo com Goulter (1992), necessita-se do desenvolvimento de Sistemas de Apoio à Decisão para o projeto redes de distribuição de água. Estes sistemas combinam os modelos de otimização com os modelos de simulação e usam bases gráficas interativas para ajudar o projetista a gerar soluções alternativas e a avaliar e incluir a confiabilidade nas soluções da rede.

Vairavamoorthy e Lumbers (1998) desenvolveram um método de otimização para minimizar os vazamentos em redes de distribuição de água através do estabelecimento das mais efetivas aberturas em válvulas de redução de vazão. Este problema foi formulado como um problema de programação não-linear e resolvido usando um método de programação quadrática seqüencial reduzido. O método mostrou-se vantajoso quando comparado com técnicas publicadas anteriormente em termos de robustez e eficiência computacional. Uma característica desta abordagem é o uso de uma função objetivo que permite pequenas violações nos valores das pressões requeridas. Isto permite uma melhora muito maior na violação das pressões mínimas requeridas do que seria conseguido de outra maneira.

Mpesha et al (2001) usaram um método de resposta de frequência para determinar a localização e a taxa de vazamento em sistemas ramificados. Um escoamento permanente-oscilatório, produzido pela abertura e fechamento periódico da válvula, é analisado no domínio de frequência usando o método da matriz de transferência, e um diagrama de resposta de frequência para a válvula é desenvolvido. Vários

sistemas ramificados foram analisados com sucesso (para todos os valores práticos do coeficiente de atrito) em detectar e localizar vazamentos individuais de até 0,5% da vazão média. O método, que requer a medida das flutuações de pressão e vazão em apenas um local, tem o potencial de detectar vazamentos em sistemas ramificados reais que transportam fluidos diferentes como água, petróleo e outros.

Filion e Karney (2002) desenvolveram um modelo híbrido que combina a sofisticação da modelagem de um simulador de transitórios e a eficiência de um modelo de regime quase permanente que calcula o período extensivo. O procedimento do modelo consiste em realizar simulações transitórias no início e fim de um período de cálculo para analisar a taxa de enchimento de um sistema de reservatórios e então usar esta informação para atualizar os níveis dos reservatórios no fim do período. O modelo híbrido pode ajudar o engenheiro a ligar a instabilidade do sistema aos custos associados em termos de projeto e operação. O período extensivo e simulações do pior caso apresentadas em um estudo de caso sugerem que o modelo tem uma alta acuidade e pode ser usado para identificar o estado crítico que produzirá os transitórios mais críticos no sistema.

## MÉTODOS

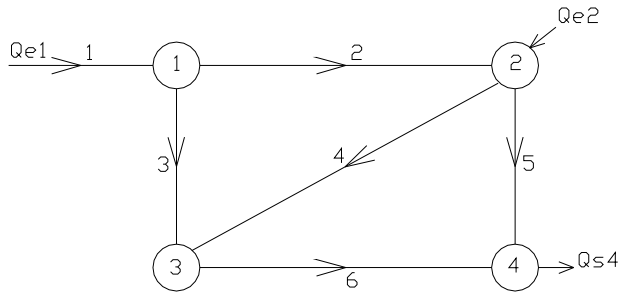
Neste trabalho será apresentado o método matricial para o cálculo de redes de distribuição de água, baseado no método criado por Nahavandi e Catanzaro (1973). Trata-se de um método que permite o cálculo de vazões e da distribuição da pressão em uma rede, tanto em regime permanente quanto transitório.

Este método leva grande vantagem sobre o método de Cross pelo fato deste último não permitir o cálculo das situações transitórias que ocorrem, por exemplo, durante a abertura e fechamento de uma válvula, partida e parada de uma bomba, rompimento de uma tubulação, etc.

Serão adotadas as seguintes hipóteses simplificadoras: (1) Fluido incompressível; (2) Escoamento turbulento e isotérmico; (3) Trecho rígido; (4) O coeficiente “f” para o cálculo da perda de carga em regime transitório será o mesmo do regime permanente para uma mesma vazão.

**Formulação matemática para o regime permanente**

A figura 1 é um esquema de uma rede de distribuição constituída de 4 (quatro) nós e 6 (seis) trechos, onde as setas indicam os sentidos positivos dos escoamentos.



**Figura 1 – Esquema de uma rede de distribuição**

Define-se matriz de conexão [C], constituída de elementos +1, -1 e 0, do seguinte modo: cada trecho da rede corresponde a uma linha da matriz e cada nó da rede corresponde a uma coluna da matriz. Um elemento Cij da matriz de conexão poderá ter os seguintes valores:

Cij = 0 → Se o trecho i não tem conexão com o nó j.

Cij = -1 → Se o trecho i tem conexão com o nó j e o escoamento do trecho chega ao nó.

Cij = 1 → Se o trecho i tem conexão com o nó j e o escoamento do trecho emana do nó.

Para o exemplo de rede indicado anteriormente a matriz de conexão é:

$$\begin{matrix}
 & (1) & (2) & (3) & (4) & \leftarrow \text{nó} \\
 \begin{matrix} (1) \\ (2) \\ (3) \\ (4) \\ (5) \\ (6) \end{matrix} & \begin{matrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -1 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} & = & [C] \\
 & & \begin{matrix} \uparrow \\ \text{trecho} \end{matrix} & & 
 \end{matrix}$$

Na figura 1, nota-se que o trecho 1 está conectado somente a um nó e não a dois nós como os demais trechos. Este trecho na realidade não existe na rede, ele é fictício. A criação deste trecho fictício é necessária para se montar a matriz de conexão de forma correta. Pode-se notar que a primeira linha da matriz de conexão é diferente das demais, pois enquanto as demais linhas são compostas por três diferentes algarismos, a saber, (1), (-1) e (0), a primeira linha da matriz é composta apenas por dois algarismos, a saber, (1) ou (-1) e (0).

A matriz M, que é criada a partir da matriz de conexão e outras duas matrizes, deverá ser invertida. Caso não se introduza esta primeira linha na matriz de conexão, o valor do determinante de M se iguala a zero, tornando a inversão de M impossível.

O método baseia-se em três equações escritas em forma matricial. A Equação (2) relaciona a diferença de carga piezométrica de um trecho com as cargas piezométricas nos nós extremos do referido trecho:

$$\begin{Bmatrix} \Delta P \\ \rho g \end{Bmatrix} = [C] \begin{Bmatrix} P \\ \rho g \end{Bmatrix} \tag{2}$$

A Equação (3) do método é a da continuidade, escrita em forma matricial para os nós:

$$[C^T] \{Q\} + \{Q_{es}\} = \{0\} \tag{3}$$

A Equação (4) é a da quantidade de movimento em forma de diferenças finitas (matricial):

$$\left\{ \rho \frac{\pi D^2}{4} L \left( \frac{v-v^0}{\Delta t} \right) \right\} = \left\{ \Delta P \frac{\pi D^2}{4} + \rho g \frac{\pi D^2}{4} L \left( \frac{\Delta Z}{L} \right) + \rho g H \frac{\pi D^2}{4} \right\} - \left\{ \rho g N_f \frac{\pi D^2}{4} + F_{av} \right\} \tag{4}$$

O termo do lado esquerdo do sinal de igualdade refere-se à massa vezes a aceleração do fluido. Os termos do lado direito do sinal de igualdade referem-se às forças que atuam no fluido (força devido à diferença de pressão entre dois pontos, devido ao peso do fluido, devido à ação de bombas e válvulas e devido ao atrito pelo escoamento através dos trechos e singularidades).

Após algumas substituições feitas nas Equações (4) e (3) e resolvendo-se estas equações para {Q} e {P/(ρg)} respectivamente, chega-se a:

$$\{Q\} = \{Q^0\} + \left\{ \beta \frac{\Delta P}{\rho g} + \beta \Delta Z + \beta H - \beta \Delta H_v - \beta P_c \right\} \quad (5)$$

$$\left\{ \frac{P}{\rho g} \right\} = [M]^{-1} [C^T] \{-\beta \Delta Z - \beta H + \beta \Delta H_v + \beta P_c\} - [M]^{-1} [C^T] \{Q^0\} - [M]^{-1} \{Q_{es}\} \quad (6)$$

A matriz  $[\beta]$  é uma matriz diagonal tendo os valores de  $\beta$  (dos trechos) em sua diagonal e zeros nas demais posições.

A solução numérica do problema pode ser obtida pela resolução das Equações (6), (2) e (5) em um computador digital. Os dados de entrada para esta análise são: a topologia da rede, as dimensões geométricas, as propriedades hidráulicas, as condições iniciais do problema e as variáveis de controle.

É necessário observar que apesar do equacionamento acima prever a presença de bombas e de válvulas na rede durante o cálculo do regime permanente, o programa calcula o regime permanente da rede como se houvesse apenas trechos e vazões de entrada e saída nos nós, podendo ou não haver reservatório(s) com nível(eis) constante(s) (o programa adota automaticamente para o nó de número "1" da rede a cota 0,00 m como referencial de carga). Este procedimento foi adotado para se ter uma idéia de como seria o funcionamento ideal da rede, como se ela estivesse sendo projetada. As bombas e válvulas podem ou não (depende do usuário) ser consideradas durante o cálculo do regime extensivo, que será definido adiante.

Os cálculos numéricos podem ser convenientemente divididos em dois grupos. O primeiro grupo é composto pelas operações matemáticas realizadas uma única vez no início do programa. A matriz de conexão, a sua transposta, a matriz diagonal  $\beta$ , as diferenças de cota entre os nós que limitam os trechos, a formação da matriz  $M$  e sua inversa, o intervalo de tempo, que obedece a condição de Courant, assim como o cálculo de todos os termos independentes da vazão, presentes nas Equações (6) e (5), fazem parte do primeiro grupo. O segundo grupo consiste de operações iterativas realizadas após cada incremento de tempo. O cálculo das perdas de carga nos trechos, de altura manométrica da bomba, assim como o cálculo dos termos dependentes da vazão nas Equações (6) e (5) fazem parte do segundo grupo.

Uma observação importante é que não será necessário realizar os cálculos numéricos do primeiro grupo novamente, quando se for calcular os regimes extensivo e transitório. Os cálculos numéricos deste grupo servem para todos os regimes e só precisam ser realizados uma vez.

Para se iniciar o cálculo é conveniente a adoção de vazões nos trechos que satisfaçam a equação de continuidade em cada nó para diminuir o número de iterações.

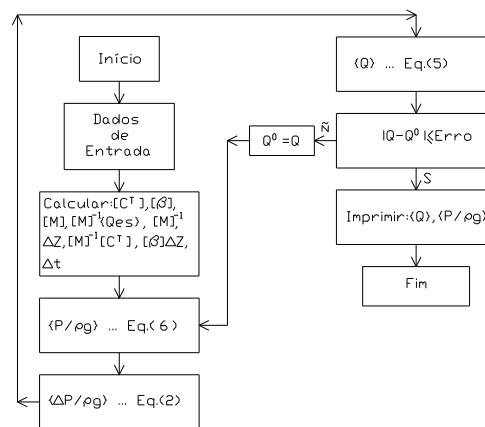


Figura 2 – Diagrama de blocos para o regime permanente

### Formulação matemática para o regime extensivo

O regime extensivo é o cálculo de sucessivos regimes permanentes ao longo do dia para intervalos de tempo pré-definidos (1 hora para o modelo retratado neste artigo). O regime extensivo faz uma aproximação do regime transitório durante os cálculos.

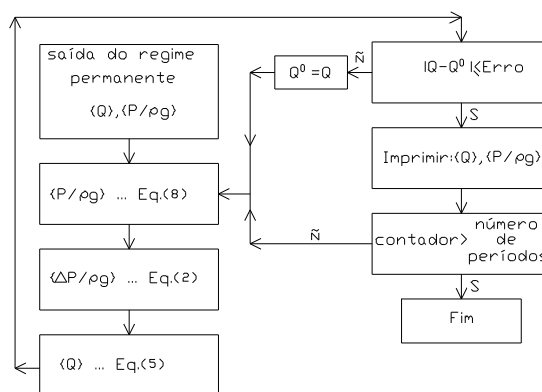


Figura 3 – Diagrama de blocos para o regime extensivo

Após o cálculo do regime permanente, inicia-se o cálculo do regime extensivo podendo-se considerar ou não as operações dos dispositivos da rede (válvulas e bombas) e a presença ou não de reservatórios. Para se calcular o regime extensivo, divide-se o dia em períodos. O número de períodos do dia é definido pelo próprio usuário e pode variar de 1 a 24, considerando-se cada período igual a 1 hora.

O cálculo do regime extensivo utiliza o mesmo equacionamento do regime permanente, pois o final de cada período corresponde ao regime permanente daquele instante com suas próprias características.

Como foi comentado, o programa calcula o regime permanente da rede como se houvesse apenas trechos e vazões de entrada e saída nos nós, podendo ou não haver reservatório(s) com nível(eis) constante(s). No regime extensivo, as vazões de entrada e saída da rede podem variar de um período para o outro, pode haver bombas e/ou válvulas na rede e os reservatórios variam os níveis d'água. As características das bombas e das válvulas, os valores das vazões de entrada e saída da rede para cada período e o nível máximo e mínimo da lâmina d'água dos reservatórios são dados de entrada. A variação da lâmina d'água é calculada pela equação da continuidade:

$$\{\Delta H\}\{A\} = \Delta t\{Q_c\} - \Delta t\{Q_s\} \quad (7)$$

No regime extensivo, para se calcular cargas piezométricas nos nós da rede, divide-se  $\{\Delta H\}\{A\}$  por  $\Delta t$  e adiciona-se a Equação (7) à Equação (6):

$$\left\{ \frac{P}{\rho g} \right\} = [M]^{-1} \frac{\{\Delta H\}\{A\}}{\Delta t} + [M]^{-1} [C^T] \{-\beta \Delta Z - \beta H + \beta \Delta H_v\} + [M]^{-1} [C^T] \{-Q^0 + \beta P_c\} - [M]^{-1} \{Q_{es}\} \quad (8)$$

Após isto, a solução numérica do problema é obtida utilizando-se as Equações (2) e (5).

### Formulação matemática para o regime transitório

Após obterem-se os valores para as vazões nos trechos e as pressões nos nós de uma rede de distribuição de água qualquer para um período qualquer do regime extensivo, calculam-se os coeficientes  $C_{es}$  para os nós que têm demanda de água e, a seguir, monta-se uma matriz diagonal  $[C_{es}]$  tendo os valores de  $C_{es}$  em sua diagonal e zeros nas demais posições com a seguinte equação:

$$\left\{ \sqrt{\frac{P}{\rho g}} \right\} [C_{es}] = \{Q_{es}\} \quad (9)$$

No regime transitório, as pressões nos nós e as vazões nos trechos variam quando ocorre alguma manobra na rede, por isto as vazões de entrada e saída dos nós da rede ( $Q_{es}$ ) neste regime serão calculadas usando a hipótese de foronomia (teoria hidráulica para cálculo de vazões através de orifícios e bocais) com a seguinte equação:

$$\{Q_{es}\}^* = [C_{es}] \left\{ \sqrt{\frac{P_{es}}{\rho g}} \right\} \quad (10)$$

Obs: os valores dos coeficientes  $C_{es}$  usados na Equação (10) são os mesmos do regime permanente, pois assumiu-se que a variação destes valores é muito pequena. Além disto, os valores de  $C_{es}$  são pequenos também.

No regime transitório, para se calcular cargas piezométricas nos nós da rede, utiliza-se a Equação (11), desenvolvida a partir da Equação (6):

$$\left\{ \frac{P}{\rho g} \right\}^* = [M]^{-1} \frac{\{\Delta H\}^*\{A\}}{\Delta t} + [M]^{-1} [C^T] \{-\beta \Delta Z - \beta H^*\} + [M]^{-1} [C^T] \{-Q^0 + \beta \Delta H_v^* + \beta P_c\} - [M]^{-1} [C_{es}] \left\{ \sqrt{\frac{P_{es}}{\rho g}} \right\} \quad (11)$$

Para se calcular a diferença de carga piezométrica em cada um dos trechos da rede no regime transitório, multiplica-se a matriz de conexão  $[C]$  pelos valores das cargas piezométricas nos nós calculadas na Equação (11) através da Equação (12):

$$\left\{ \frac{\Delta P}{\rho g} \right\}^* = [C] \left\{ \frac{P}{\rho g} \right\}^* \quad (12)$$

No regime transitório, para se calcular as vazões nos trechos da rede, utilizam-se as diferenças de cargas piezométricas calculadas na Equação (12):

$$\{Q\}^* = \{Q^0\} + \left\{ \beta \frac{\Delta P}{\rho g} + \beta \Delta Z + \beta H^* - \beta \Delta H_v^* - \beta P_c \right\} \quad (13)$$

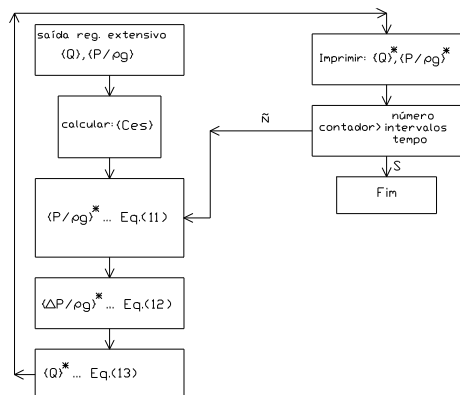


Figura 4 – Diagrama de blocos para o regime transitório

É necessário observar que o cálculo do transitório utilizando o modelo desenvolvido neste artigo (rígido) só é adequado para manobras lentas.

**RESULTADOS**

O modelo foi testado em duas redes de distribuição de água. Por ser mais complexa, decidiu-se mostrar os resultados obtidos para a rede de distribuição de água da cidade de Campo Bom-RS esquematizada adiante, conforme aparece na figura 5 na seção 1 (Albuquerque, 1980). A rede possui 39 trechos, 34 nós e 1 reservatório e não possui bombas ou válvulas instaladas.

É necessário observar que a rugosidade absoluta para todos os trechos da rede é de 0,1mm (cimento amianto).

A seguir, apresenta-se a tabela 1 com os dados da rede de Campo Bom (RS) para o regime permanente (Albuquerque, 1980).

Para o modelo desenvolvido, as demandas podem ter sinais negativos e positivos. Os sinais negativos representam vazões de entrada (abastecimento) da rede e os sinais positivos representam vazões de saída (consumo) da rede.

Após o cálculo do regime permanente, calculou-se o regime extensivo para a mesma rede para 5 períodos do dia. A demanda 1 (Dem 1) representa a primeira hora de cálculo, a demanda 2 (Dem 2) representa a segunda hora de cálculo e assim por diante. As demandas foram criadas pelo autor deste artigo, portanto, elas não representam alguma hora

específica do dia. A seguir, apresenta-se a tabela 2 com as demandas para o regime extensivo:

Tabela 1 - Dados da rede da cidade de Campo Bom-RS para o regime permanente (Albuquerque, 1980)

Nó	Dem. (l/s)	Cota do nó (m)	Trecho	Compr. (m)	Diâm. (m)
1	-272,50	15	1	1	0,5
2	27,55	15	2	220	0,5
3	3,03	10	3	280	0,5
4	4,83	20	4	420	0,4
5	2,48	18	5	140	0,35
6	5,87	25	6	280	0,35
7	7,67	35	7	450	0,35
8	38,05	35	8	190	0,3
9	-	25	9	450	0,15
10	8,52	20	10	300	0,1
11	-	15	11	400	0,1
12	4,52	15	12	490	0,4
13	-	15	13	360	0,4
14	7,25	20	14	830	0,4
15	5,46	20	15	550	0,4
16	10,62	25	16	540	0,4
17	9,61	25	17	420	0,35
18	45,50	34	18	180	0,35
19	6,12	27	19	10	0,3
20	-	25	20	400	0,1
21	8,51	25	21	280	0,1
22	13,02	25	22	280	0,1
23	-	25	23	510	0,1
24	10,24	30	24	90	0,1
25	9,00	27	25	180	0,1
26	-	30	26	670	0,1
27	-	34	27	200	0,1
28	2,19	35	28	200	0,1
29	-	30	29	490	0,1
30	-	15	30	430	0,1
31	22,66	15	31	1430	0,2
32	10,24	20	32	320	0,4
33	9,56	20	33	90	0,4
34	-	17	34	110	0,4
			35	420	0,4
			36	360	0,4
			37	290	0,1
			38	230	0,1
			39	140	0,1

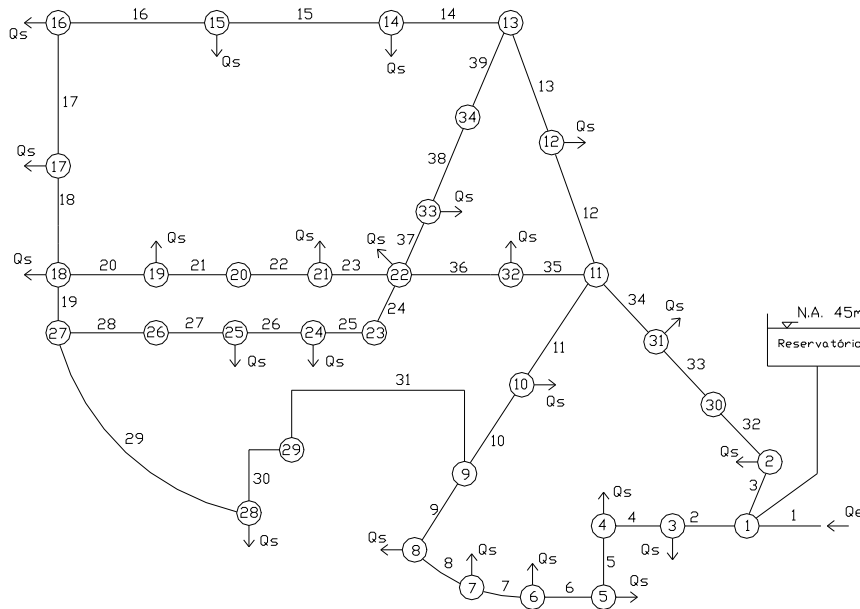


Figura 5 – Esquema da rede de distribuição de Campo Bom-RS (Albuquerque, 1980)

Tabela 2 - Demandas usadas no cálculo do regime extensivo em Campo Bom-RS

Nó	Dem. 1 (l/s)	Dem. 2 (l/s)	Dem. 3 (l/s)	Dem. 4 (l/s)	Dem. 5 (l/s)
1	-272,50	-272,50	-272,50	-272,50	-272,50
2	27,55	27,55	28,87	27,55	21,58
3	3,03	3,03	-9,53	3,03	13,45
4	4,83	4,83	-21,83	4,83	-4,83
5	2,48	2,48	15,48	2,48	2,48
6	5,87	13,70	5,87	5,87	9,58
7	7,67	9,67	9,67	7,67	6,34
8	38,05	48,05	38,05	38,05	27,33
10	8,52	8,52	8,52	8,52	3,52
12	4,52	4,52	4,52	4,52	4,52
14	7,25	27,25	-27,25	7,25	1,05
15	5,46	5,46	-18,46	5,46	5,46
16	10,62	20,62	14,62	10,62	10,62
17	9,61	7,09	19,10	9,61	2,34
18	45,50	20,00	57,50	45,50	39,50
19	6,12	15,72	6,12	6,12	7,63
21	8,51	13,51	8,51	8,51	8,51
22	12,02	20,34	20,02	13,02	13,02
24	10,24	7,24	10,24	10,24	10,24
25	9,00	9,00	9,00	9,00	5,61
28	2,19	18,87	21,42	2,19	-2,19
31	22,66	22,66	38,66	22,66	22,66
32	10,24	-11,24	-13,40	10,24	10,24
33	9,56	9,56	41,56	9,56	10,56

A seguir, apresenta-se a tabela 3 com as vazões obtidas para os dois regimes de cálculo.

No início do cálculo, o programa desenvolvido arbitra automaticamente os sentidos das vazões nos trechos da rede, o fato de as vazões serem negativas em alguns trechos, significa que a vazão tem sentido contrário ao que o programa arbitrou inicialmente.

Pode-se observar que a continuidade não é atendida no primeiro nó em alguns períodos do regime extensivo. Isto ocorre porque a continuidade global da rede irá se cumprir com o fluxo advindo do reservatório ou com o acúmulo de água pelo mesmo, pois o reservatório varia o nível para suprir ou armazenar a falta ou o excesso de água respectivamente.

O critério de convergência utilizado é o seguinte: calcula-se a diferença entre a vazão do instante de cálculo atual e a vazão do instante de cálculo anterior de cada trecho. Após isto, somam-se os módulos de todas estas diferenças. Esta soma deve ser menor que  $10^{-6}$ .

As dimensões das matrizes no modelo desenvolvido estão relacionadas com o número de trechos e o número de nós. A rede mostrada neste artigo possui 39 trechos e 34 nós, portanto, as matrizes poderão ter de 34 a 39 linhas e de 34 a 39 colunas.

O intervalo de tempo deve ser menor ou igual ao comprimento do menor trecho dividido



pela velocidade de propagação de onda da água (Condição de Courant).

**Tabela 3 - Vazões (Q) obtidas para os regimes permanente e extensivo em Campo Bom-RS**

Trecho	Q (l/s) Reg. Perm.	Q1 (l/s) Reg. Ext.	Q2 (l/s) Reg. Ext.	Q3 (l/s) Reg. Ext.	Q4 (l/s) Reg. Ext.	Q5 (l/s) Reg. Ext.
1	272,50	272,50	272,50	272,50	272,50	272,50
2	71,71	71,67	95,26	52,78	71,70	60,01
3	200,79	199,83	213,17	214,48	200,80	169,22
4	68,68	68,64	92,23	62,31	68,67	46,56
5	63,85	63,81	87,40	84,14	63,84	51,39
6	61,37	61,33	84,92	68,66	61,36	48,91
7	55,50	55,46	71,22	62,79	55,49	39,33
8	47,83	47,79	61,55	53,12	47,82	32,99
9	9,78	9,74	13,50	15,07	9,77	5,66
10	4,53	4,51	3,15	3,39	4,53	3,10
11	-3,99	-4,01	-5,37	-5,13	-3,99	-0,42
12	97,36	97,36	117,34	92,18	97,38	77,09
13	92,84	92,84	112,82	87,66	92,86	72,57
14	89,09	89,10	109,47	68,30	89,10	67,99
15	81,84	81,85	82,22	95,55	81,85	66,94
16	76,38	76,39	76,76	114,01	76,39	61,48
17	65,76	65,77	56,14	99,39	65,77	50,86
18	56,15	56,16	49,05	80,29	56,16	48,52
19	4,27	4,28	14,37	16,75	4,28	1,23
20	6,38	6,38	14,68	6,04	6,39	7,79
21	0,26	0,26	-1,04	-0,08	0,27	0,16
22	0,26	0,26	-1,04	-0,08	0,27	0,16
23	-8,25	-8,25	-14,55	-8,59	-8,24	-8,35
24	11,91	11,92	10,39	12,23	11,91	9,87
25	11,91	11,92	10,39	12,23	11,91	9,87
26	1,67	1,68	3,15	1,99	1,67	-0,37
27	-7,33	-7,32	-5,85	-7,01	-7,33	-5,98
28	-7,33	-7,32	-5,85	-7,01	-7,33	-5,98
29	-3,06	-3,04	8,52	9,74	-3,05	-4,75
30	-5,25	-5,23	-10,35	-11,68	-5,24	-2,56
31	-5,25	-5,23	-10,35	-11,68	-5,24	-2,56
32	173,24	172,28	185,62	185,61	173,25	147,64
33	173,24	172,28	185,62	185,61	173,25	147,64
34	150,58	149,62	162,96	146,95	150,59	124,98
35	49,23	48,25	40,24	49,63	49,22	47,46
36	38,99	38,01	51,48	63,03	38,98	37,22
37	5,81	5,82	6,21	22,20	5,80	5,98
38	-3,75	-3,74	-3,35	-19,36	-3,76	-4,58
39	-3,75	-3,74	-3,35	-19,36	-3,76	-4,58

O número de iterações depende da complexidade da rede e das condições de contorno do

momento de cálculo. Para o cálculo do regime permanente e dos 5 períodos do regime extensivo para a rede analisada neste artigo, as iterações variaram de 243 a 1072.

## DIFICULDADES SUPERADAS

Durante a elaboração do programa para o cálculo dos regimes permanente e extensivo, foram enfrentadas várias dificuldades. Como já foi dito, o método utilizado foi baseada no artigo de Nahavandi e Catanzaro (1973). Neste artigo, os autores não entraram em detalhes a respeito de vários aspectos, como por exemplo:

- a) Os autores não mencionaram o fato da matriz de conexão [C] ter um trecho fictício e não mostraram um esquema da matriz de conexão. Eles apenas explicaram como a matriz de conexão é montada e colocaram um esquema confuso da rede que eles utilizaram como exemplo.
- b) Os autores também não explicaram o procedimento a ser tomado quando houver um reservatório conectado a um trecho com extremidade livre, nem quando houver um reservatório ligado a outro reservatório por vários trechos em linha. Apesar dos exemplos citados acima serem simples, o método apresentado não consegue resolvê-los.
- c) Os autores não explicaram quais os procedimentos que devem ser tomados e como é a entrada de dados quando houver válvulas, reservatórios ou “boosters” na rede. Tudo precisou ser desenvolvido.
- d) Os autores dizem em seu artigo que o método pode ser utilizado para se calcular as vazões nos trechos e as pressões nos nós para o regime transitório, mas os autores também não entraram em detalhes a respeito dos procedimentos a serem utilizados pelo regime transitório. Os autores também não falaram a respeito do regime extensivo.
- e) A princípio, tentou-se aplicar válvulas, boosters e variações das vazões de entrada/saída durante o cálculo do regime permanente, mas depois de várias tentativas, chegou-se à conclusão de que só é possível fazer isto no regime transitório e/ou no regime extensivo. O método utilizado não considera a variação do nível d’água dos reservatórios du-

rante o cálculo do regime permanente. Isto resultou em problemas, tais como:

- Quando, por exemplo, se varia a vazão de entrada em um nó que contém um reservatório e a equação de continuidade global da rede não é mais satisfeita, o nível do reservatório permanece constante durante todo o cálculo.
- Quando se coloca uma válvula na saída de um reservatório, mesmo considerando a válvula completamente fechada, no final do cálculo, a vazão que sai do reservatório é a mesma que sairia caso a válvula estivesse totalmente aberta e o nível deste não varia. O método simplesmente ignora o fato da válvula estar fechada.
- Se um booster é colocado na saída de um reservatório, mesmo quando a vazão que o booster bombeia é maior ou menor do que a vazão que abastece o reservatório, a lâmina d'água no reservatório permanece constante.

## CONCLUSÕES

- Foi ampliada a aplicabilidade do método criado por Nahavandi e Catanzaro (1973), pois foram desenvolvidos os métodos para se calcular os períodos extensivo e transitório.
- Foi desenvolvida a técnica para se calcular a rede quando houver válvulas, reservatórios ou boosters presentes e para se calcular a variação do nível d'água nos reservatórios, porém no exemplo não se utilizaram válvulas e boosters, apenas o reservatório. A variação do nível d'água do reservatório foi calculada durante o regime extensivo para alguns períodos, mas os valores não foram apresentados porque estes foram muito pequenos.
- A entrada de dados foi facilitada, pois no artigo de Nahavandi e Catanzaro (1973), o usuário tinha que montar a matriz de conexão no arquivo de entrada de dados e agora o próprio programa de computador monta a

grama de computador monta a matriz de conexão. Além disto, o programa calcula o intervalo de tempo obedecendo a condição de Courant e não apresenta mais problemas de cálculo por causa do valor do intervalo de tempo.

- Foi desenvolvida uma maneira de se calcular as pressões nos nós da rede, de modo que estas fiquem entre os limites mínimo e máximo admitidos por norma.
- O método matricial está funcionando satisfatoriamente, pois os valores obtidos pelo modelo para as duas redes (neste artigo foi apresentada apenas uma das redes) utilizadas para testar o programa desenvolvido estão próximos dos valores originais obtidos da literatura pesquisada.

Recomenda-se que se façam testes adicionais com o modelo desenvolvido (calcular outras redes diferentes). Recomenda-se expandir a capacidade do programa para que vários tipos de válvulas possam ser utilizadas na rede, pois o modelo desenvolvido só permite a utilização de válvulas gaveta. Recomenda-se que se estude um método para tratar as matrizes utilizadas pelo modelo desenvolvido, pois o tempo de processamento aumentou significativamente quando se calculou a segunda rede utilizada como exemplo.

## REFERÊNCIAS

- ALBUQUERQUE, J.A.L. (1980). *Dimensionamento Automático de Redes de Abastecimento de Água*. Dissertação (Mestrado) – Instituto de Pesquisas Hidráulicas, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 121p.
- EPP, R.; FOWLER, A.G. (1970). Efficient Code for Steady-State Flows in Networks. *Journal of the Hydraulics Division-ASCE*, v.96, n. HY1. p. 43–56, Jan.
- FILION, Y.R.; KARNEY, B.W. (2002). Extended-Period Analysis with a Transient Model. *Journal of Hydraulic Engineering-ASCE*, v.128, n.6, p. 616-624, Jun.
- GOULTER, I.C. (1992). Systems Analysis in Water-Distribution Network Design: From Theory to Practice. *Journal of Water Resources Planning and management-ASCE*, v.118, n.

- JOWITT, P.W.; XU, C. (1990). Optimal Valve Control in Water-Distribution Networks. *Journal of Water Resources Planning and Management-ASCE*, v.116, n.4, p. 455-472, Jul-Aug.
- MPESHA, W.; GASSMAN, S.L.; CHAUDHRY, M.H. (2001). Leak Detection in Pipes by Frequency Response Method. *Journal of Hydraulic Engineering-ASCE*, v.127, n.2, p. 134-147, Feb.
- NAHAVANDI, A.N., CATANZARO, G.V. (1973). Matrix Method for Analysis of Hydraulic Networks. *Journal of the Hydraulics Division-ASCE*, v.99, n. HY1, p.47-63, Jan.
- ORMSBEE, L.E.; WOOD, D.J. (1986). Hydraulic Design Algorithms for Pipe Networks. *Journal of Hydraulic Engineering-ASCE*, v.112, n.12, p.1195-1207, Dec.
- VAIRAVAMOORTHY, K.; LUMBERS, J. (1998). Leakage Reduction in Water Distribution Systems: Optimal Valve Control. *Journal of Hydraulic Engineering-ASCE*, v.124, n.11, p. 1146-1154, Nov.
- WOOD, D.J.; CHARLES, C.O.A. (1972). Hydraulic Network Analysis Using Linear Theory. *Journal of the Hydraulics Division-ASCE*, v.98, n. HY7, p.1157-1170, Jul.
- WOOD, D.J.; RAYES, A.G. (1981). Reliability of Algorithms for Pipe Network Analysis. *Journal of the Hydraulics Division-ASCE*, v.107, n. HY10, p.1145- 1161, Oct.

## SÍTIO CONSULTADO

[http://www.dha.lnec.pt/nes/epanet/downloads/E\\_N2Pmanual.pdf](http://www.dha.lnec.pt/nes/epanet/downloads/E_N2Pmanual.pdf)

Manual do utilizador do EPANET 2 (formato PDF) em português – Acessado em 16/11/05

## *Non-Elastic Matrix Model for Hydraulic Network Calculation*

### ABSTRACT

*This paper presents a non-elastic matrix model that calculates hydraulic networks, based on a method created by Nahavandi and Catanzaro (1973). This method calculates the flows and the pressure head in networks for steady-state, extensive period and transient state. This method has advantages over the Cross method, because the latter does not allow calculating transient situations such as setting valves, starting and stopping boosters, branch ruptures, etc. The applicability of the method created by Nahavandi and Catanzaro (1973) was enhanced, because the programming and the input data to*

*consider the presence of valves, reservoirs or boosters in the network were developed. Furthermore, the mathematical formulation and programming to calculate the extensive period and the transient state were also developed. The matrix method is working satisfactorily, because the values calculated by the model applied to the networks used as examples are similar to those obtained from the technical literature.*

*Key-words: hydraulic networks (operation; calculation)*

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\begin{Bmatrix} \Delta P \\ \rho g \end{Bmatrix}$  matriz coluna cujos elementos são as diferenças de carga piezométricas nos trechos (m)

$\begin{Bmatrix} P \\ \rho g \end{Bmatrix}$  matriz coluna cujos elementos são as cargas piezométricas nos nós (m)

$[C^T]$  matriz transposta da matriz de conexão

$\{Q\}$  matriz coluna cujos elementos são as vazões nos trechos (m<sup>3</sup>/s)

$\{Q_{es}\}$  matriz coluna cujos elementos são as vazões que entram ou saem da rede através dos nós (m<sup>3</sup>/s)

$\rho$  massa específica do fluido (kg/m<sup>3</sup>)

D diâmetro do trecho (m)

L comprimento de trecho (m)

$v^0$  velocidade presente (m/s)

$v$  velocidade futura (após  $\Delta t$ ) (m/s)

$\Delta t$  intervalo de tempo calculado pela condição de Courant (s)

$\Delta P$  diferença de pressão no trecho (m)

$g$  aceleração de gravidade (m/s<sup>2</sup>)

$\Delta Z$  diferença de cota entre os nós que limitam o trecho (m)

H altura manométrica da bomba instalada no trecho (m)

$\Delta H_v$  perda de carga de válvula instalada no trecho (m)

$F_{av}$  força de atrito viscoso (N)

$Q^0$  vazão presente ( $m^3/s$ )

$\beta$  matriz diagonal definida como  $\beta = \frac{\pi D^2 g \Delta t}{4L}$

$[M]$  matriz quadrada definida como:  $[M] = [C^T]^* [\beta]^* [C]$

$P_c$  perda de carga no trecho (m)

$\{\Delta H\}$  matriz diagonal cujos elementos são as diferenças de nível dos reservatórios (m)

$\{Q_e\}$  matriz coluna cujos elementos são as vazões que entram nos reservatórios ( $m^3/s$ )

$\{Q_s\}$  matriz coluna cujos elementos são as vazões que saem dos reservatórios ( $m^3/s$ )

$\{A\}$  matriz coluna cujos elementos são as áreas das bases dos reservatórios ( $m^2$ )

$[c_{es}]$  matriz diagonal cujos elementos são os coeficientes  $C_{es}$  calculados para os nós com demanda de água para o regime permanente

$\left\{ \frac{P}{\rho g} \right\}$  matriz coluna cujos elementos são as raízes quadradas das cargas piezométricas nos nós para o regime permanente ( $\sqrt{m}$ )

$\{Q_{es}\}^*$  matriz coluna cujos elementos são as vazões que entram ou saem da rede através dos nós para o regime transitório ( $m^3/s$ )

$\left\{ \frac{P}{\rho g} \right\}^*$  matriz coluna cujos elementos são as cargas piezométricas nos nós para o regime transitório (m)

$\{\Delta H\}^*$  matriz diagonal cujos elementos são as diferenças de nível dos reservatórios no regime transitório (m)

$H^*$  altura manométrica da bomba instalada no trecho para o regime transitório (m)

$\Delta H_v^*$  perda de carga de válvula instalada no trecho para o regime transitório (m)

$\left\{ \frac{P_{cs}}{\rho g} \right\}$  matriz coluna cujos elementos são as raízes quadradas das cargas piezométricas nos nós para o regime transitório ( $\sqrt{m}$ )

$\left\{ \frac{\Delta P}{\rho g} \right\}^*$  matriz coluna cujos elementos são as diferenças de carga piezométricas nos trechos para o regime transitório (m)

$\{Q\}^*$  matriz coluna cujos elementos são as vazões nos trechos para o regime transitório ( $m^3/s$ )