

## **Metodologia DPFT de Identificação do Hidrograma Unitário e das Precipitações Efetivas: Estudo de Caso para a Bacia Hidrográfica de Juatuba – MG**

**Ana Lúcia Maia, Iara Righi Amaral, Bruno Rabelo Versiani**

*Escola de Engenharia UFMG*

*al\_maia@hotmail.com, iaramaral@yahoo.com.br, versiani@ehr.ufmg.br*

*Recebido: 10/05/04 revisado: 31/10/05 aceito: 01/01/06*

---

### **RESUMO**

*Uma nova abordagem em modelagem global precipitação-vazão, denominada método DPFT (Diferenças Primeiras da Função de Transferência), é apresentada. Usando-se um conjunto multi-eventos precipitação-vazão e um algoritmo iterativo, são identificados simultaneamente o Hidrograma Unitário (Função de Transferência) médio da bacia hidrográfica, e uma série de precipitações efetivas associadas a cada evento. Esta última particularidade, principal vantagem do método, permite a calibração, a posteriori, de diferentes modelos de Função de Produção, relacionando as precipitações observadas, medidas em pluviógrafos, às precipitações efetivas calculadas pelo método DPFT. Um estudo de caso é apresentado, tratando-se da aplicação do método à bacia do ribeirão Serra Azul ( $109 \text{ km}^2$ ), considerada representativa do Estado de Minas Gerais. A Função de Transferência obtida pelo método é comparada com resultados obtidos por outros métodos e mostrou-se robusta e estável. As precipitações efetivas obtidas mostraram-se consistentes. Para cada evento precipitação-vazão, utilizando-se os pares precipitação efetiva – precipitação observada, são calibrados e comparados dois modelos simples de Função de Produção, o modelo do Soil Conservation Service e o modelo do índice- $\phi$ .*

**Palavras chave:** modelo precipitação-vazão, método DPFT, Hidrograma Unitário, Função de Produção, formulação AR-MAX

---

### **INTRODUÇÃO**

A importância e a complexidade do fenômeno das cheias, e particularmente da relação chuva-vazão, são problemas clássicos que foram tratados pelos pesquisadores e especialistas ao longo de vários anos. A escolha da abordagem de estudo para cada caso, através de modelos empíricos ou conceituais, sempre depende da experiência do pesquisador, mas também do tipo de estudo ou da disponibilidade de dados.

Os modelos conceituais proliferaram-se a partir da década de 50, com o advento do computador. Alguns exemplos são citados por Tucci (1987), que destaca as limitações de sua aplicação, ligadas essencialmente à falta de disponibilidade de dados e à variabilidade da distribuição espacial da precipitação numa bacia hidrográfica, que pode ser um fator de erro superior a qualquer refinamento de metodologia que simule os processos físicos. Além disso é também conhecida dos pesquisadores a dificuldade de calibração do grande número de parâmetros que os modelos conceituais geralmente apresentam.

O método do *Hidrograma Unitário*, introduzido por Sherman (1932), inaugurou uma classe de modelos empíricos globais, que sofreu várias atualizações e adaptações que são adotadas hoje em pesquisas ou aplicações tecnológicas, tais como projetos de obras hidráulicas, sistemas de previsão e alerta de cheias ou preenchimento de falhas e análise de consistência de dados.

A metodologia de identificação do Hidrograma Unitário denominada DPFT (*Differences Premières de la Fonction de Transfert* ou *Diferenças Primeiras da Função de Transferência*) foi inicialmente proposta por Duband (1978). Trata-se de um método de identificação conjunta do Hidrograma Unitário (*Função de Transferência - FT*) e das precipitações efetivas, a partir de conjuntos de precipitação total e vazões observadas, em bacias hidrográficas de pequeno e médio porte. O principal destaque neste procedimento é fornecer como resultado uma série de precipitações efetivas, que podem ser usadas na calibração, *a posteriori*, de modelos de transformação de precipitações totais em precipitações efetivas (ou modelos de *Função de Produção*).

Apresenta-se neste artigo a aplicação do método DPFT na bacia representativa de Juatuba, em Minas Gerais, destacando-se a comparação entre dois modelos simples de Função de Produção: modelo do *Soil Conservation Service* e método do índice- $\phi$ .

## O HIDROGRAMA UNITÁRIO CLÁSSICO – BASES METODOLÓGICAS

No contexto da modelagem hidrológica, a literatura tem mostrado que há um maior interesse na utilização de modelos chuva-vazão distribuídos, fisicamente baseados. Entretanto estes modelos são de difícil aplicação num contexto operacional (Kirkby, 1988; Beven, 1989). Uma comparação entre melhores desempenhos de modelos mostra que os modelos globais são melhores e mais utilizados em previsão em tempo real, quando aplicados de forma semi-distribuída (por sub-bacias) (Loague e Freeze, 1985).

Nascimento (1995) mostra que modelos construídos segundo uma abordagem empírica são melhor adaptados para dar respostas a questões científicas e tecnológicas, em comparação com modelos conceituais e modelos fisicamente baseados.

Comumente as redes de estações hidropluviométricas dispõem somente de dados de precipitação e de vazão, e, na maior parte dos casos, somente dados diários são disponíveis. Outros dados relevantes, relativos, por exemplo, à distribuição espacial da condutividade hidráulica do solo na superfície, na maior parte das vezes, não são disponíveis. A escassez de dados e a fraca densidade espacial de observações apresentam um contraste com a necessidade de dados, inerente aos modelos distribuídos. Neste contexto, apresenta-se uma forma original de implementação de um importante tipo de modelo global: o baseado na teoria do Hidrograma Unitário (HU), a seguir detalhada.

O método do Hidrograma Unitário proposto por Sherman (1932), reformulado por Nash (1957) e Dooge (1959, 1973) foi, na realidade, o mais largamente aplicado em previsão em tempo real (Sooroshian, 1983).

Esquematicamente, o método do Hidrograma Unitário, aqui designado HU, propõe que, para uma dada bacia hidrográfica, a vazão é resultado de:

- Uma Função de Produção (FP) fortemente não-linear, que transforma a precipitação total medida, média aritmética ou ponderada, ( $P$ ), em precipitação efetiva ( $Pe$ ), a qual produz o escoamento superficial. Esta transformação depende do tipo e uso do solo e das suas condições de umidade, antes do evento chuvoso.
- Uma Função de Transferência linear, aqui designada FT, que é o próprio Hidrograma Unitário (HU), que propaga ao longo do tempo a chuva efetiva  $Pe$ , para se obter a vazão superficial. A FT é apresentada aqui por suas ordenadas discretizadas  $H_i$ , conforme a equação (1).

Na prática, o Hidrograma Unitário é a vazão superficial ( igual à vazão total menos a vazão de base ) resultante de uma precipitação efetiva unitária ( igual a 1 mm ). Para o intervalo de tempo unitário adota-se o tempo correspondente a uma fração do tempo de base médio dos hidrogramas na seção considerada.

Classicamente, essa abordagem é feita, (Khan e Ormsbee (1989), Liang (1988)), impondo-se *a priori* um modelo de FP (suposto como o mais apropriado para a bacia) para se obter a chuva efetiva para cada evento. Desta forma a FT (HU) pode ser identificada resolvendo-se a equação de convolução, que liga  $Pe$ ,  $H$  e  $Q$ :

$$Q_j = \sum_{i=1}^k H_i \cdot Pe_{j-i+1} \quad (1)$$

onde:

$Q_j$  = vazão no tempo  $j$

$H_i$  = ordenada discretizada da FT no tempo  $i$

$Pe_j$  = chuva efetiva no tempo  $j$

$k$  = número de ordenadas da FT ( “memória” do sistema “bacia hidrográfica”, em número de intervalos de tempo unitário )

Ao contrário desta abordagem clássica, como será visto a seguir, o método DPFT , a partir de um conjunto de episódios chuva total – vazão, determina:

- I. A FT, e as chuvas efetivas ( $Pe$ ) para cada episódio;
- II. A relação  $P$ - $Pe$ , ou seja a FP, *a posteriori*, a partir das  $Pe$  identificadas em (i).

## A METODOLOGIA DPFT

A identificação do HU, ou seja a determinação dos  $H_i$ , equação 1, tem sido feita através de várias técnicas: mínimos quadrados (Newton e Vinyard, 1967 ; Guillot e Duband , 1981), mínimos quadrados condicionada (Diskin e Boneh, 1975 ; Natale e Todini, 1976), programação linear (Deninger, 1969; Mays e Coles, 1980), transformadas de Fourier (O'Donnell, 1960), transformadas de Laguerre (Dooge, 1973), análise de séries temporais, ARMAX (Eagleson et al., 1966; Box et al., 1994; Delleur e Obled, 1985) ou programação quadrática (Rodriguez, 1989), in Sempere Torres et al. (1992).

Na realidade, a escolha entre essas técnicas não afeta significativamente os resultados, porque o sistema é fortemente condicionado pela escolha prévia imposta do modelo de Função de Produção (FP) (Sempere Torres et al., 1992).

Uma maneira alternativa de procedimento do método HU, que resolve o problema da escolha *a priori* do modelo de FP, é a abordagem da metodologia DPFT. A metodologia usa um algoritmo iterativo, que identifica a FT média H de uma série de eventos chuva-vazão, e a série correspondente de chuvas efetivas Pe, para cada evento, sem assumir uma estrutura *a priori* para a FP.

Este procedimento foi proposto por Duband (1978), baseando-se em estudos realizados por Newton e Vinyard (1967). Novos aperfeiçoamentos foram introduzidos por Versiani (1983), Nalbantis (1987) e Rodriguez (1989). O método DPFT não é apenas uma nova forma de identificação, derivada do método do Hidrograma Unitário. Trata-se de uma *nova abordagem* que permite de se obter ao mesmo tempo a Função de Transferência (Hidrograma Unitário), através de sua “Diferença Primeira” ( “Diferença Primeira da Função de Transferência” - DPFT, definida a seguir, pela equação (5)) , e uma série de chuvas efetivas robusta.

O algoritmo procede por iterações, resolvendo-se alternativamente um sistema multi-eventos que identifica a Função de Transferência, e um sistema de deconvolução, ou sistema inverso, que faz a estimativa de uma série de chuvas efetivas, desta vez cheia por cheia. A inicialização se faz usando-se as chuvas totais (média aritmética ou ponderada de precipitações observadas em postos pluviométricos da bacia ou de sua vizinhança). O algoritmo foi inicialmente identificado como sendo um algoritmo do Gradiente (Bastin, 1983). Posteriormente, Nalbantis et al. (1995), trabalhando com dados sintéticos gerados, mostraram que se se utiliza qualquer série de precipitações para inicializar o algoritmo,

este não converge. Entretanto, a convergência é assegurada mesmo se as chuvas totais são conhecidas com erros de até 70%. A convergência é atingida graças à imposição de condições (limitações) à Função de Transferência. O método necessita somente da medida da chuva total e da medida da vazão, para que sejam efetuadas as identificações da Função de Transferência e das chuvas efetivas.

Esta nova abordagem fornece, portanto, um conjunto de chuvas efetivas (Pe) consistente , que pode ser usada separadamente com o objetivo de calibração de qualquer FP proposta. Esta possibilidade constitui-se a mais poderosa característica do método DPFT, e é um fator importante na melhoria do desempenho dos modelos de previsão de vazões.

## Mecanismo de identificação da DPFT e das chuvas efetivas

Descrevem-se, a seguir, as três etapas do mecanismo de identificação da DPFT e das precipitações efetivas.

**Etapa 1.** Os cálculos são feitos pela diferença primeira, ou seja, calculam-se as variações das vazões em um intervalo de tempo. Para isso, partindo-se da equação (1), obtém-se:

$$q_j = Q_j - Q_{j-1} = \sum_{i=1}^k (H_i - H_{i-1}) P_{e,j-i+1} \quad (2)$$

ou

$$q_j = \sum_{i=1}^k h_i P_{e,j-i+1} \quad (3)$$

onde  $q_j$  representa a variação da vazão no instante j:

$$q_j = Q_j - Q_{j-1} \quad (4)$$

e  $h_i$  são os coeficientes da DPFT:

$$h_i = H_i - H_{i-1} \quad (5)$$

A equação (3) relaciona, portanto, a variação da vazão com as chuvas e a partir dela se obtém os coeficientes da DPFT (  $h_i$  ) e, portanto, os  $H_i$ . Ao se trabalhar com as variações de vazão, destacam-se as seguintes vantagens:

- Redução da correlação entre vazões sucessivas e entre os coeficientes da DPFT, resultando em maior estabilidade nos cálculos;
- Ausência do processo de separação de vazões de base e total.

Escrita na forma matricial, para N episódios chuva-vazão, cada um apresentando n valores de vazão, sendo k o comprimento da Função de Transferência em intervalos de tempo, a equação (3) torna-se (Duband et al. (1993)) :

$$[q]_{nN,1} = [Pe]_{nN,k} [h]_{k,1} \quad (6)$$

Onde: q é o vetor de nN variações de vazão; h é o vetor dos k coeficientes da DPFT (incógnita); P a matriz (nN linhas, k colunas) das chuvas efetivas.

A equação (6) pode ser resolvida por mínimos quadrados e os coeficientes  $h_i$  são determinados iterativamente por:

$$[h] = \{[Pe]^t [Pe]\}^{-1} [Pe]^t [q] \quad (7)$$

Pode-se dizer que os  $h_i$  são os coeficientes de regressão múltipla entre os  $q_i$  (variável dependente) e os  $Pe_i$  (variáveis independentes), sendo  $[Pe]^t$  a matriz transposta. Inicia-se a matriz  $[Pe]$  com os valores brutos (totais) das chuvas observadas P, tendo-se:

$$[q] = [P][h] \quad (8)$$

sendo [P] a matriz das chuvas totais.

**Etapa 2.** Por outro lado, a equação (8) é equivalente (Duband et al (1993), Versiani (1983)) a N produtos matriciais da forma:

$$[q] = [H^*] [Pe] \quad (9)$$

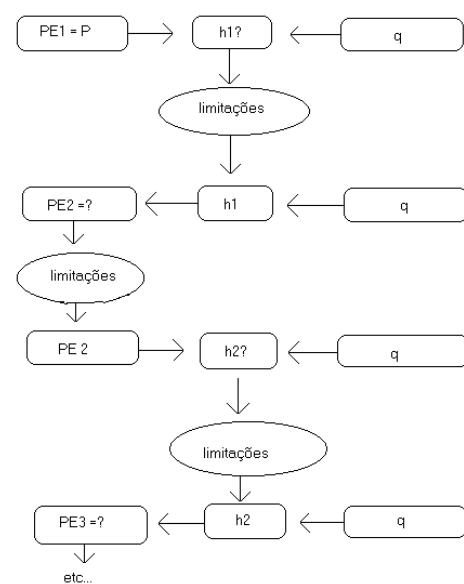
Onde:  $[H^*]$  é uma matriz formada pelos coeficientes  $h_i$  da DPFT e  $[Pe]$  é um vetor de chuvas efetivas para cada episódio n ( $n=1, \dots, N$ ).

A deconvolução consiste em identificar os valores de Pe (chuva efetiva), resolvendo-se a equação (9), ou seja:

$$[Pe] = \left\{ [H^*]^t [H^*] \right\}^{-1} [H^*] [q] \quad (10)$$

Neste caso, os  $Pe_i$  são coeficientes de regressão múltipla da relação multilinear entre os  $q_i$  (variáveis dependentes) e os  $h_i$  (variáveis independentes). Ao final do processo iterativo, obtém-se os coeficientes  $h_i$  estáveis, a partir dos valores observados de vazão e precipitação e consequentemente o Hidrograma Unitário (equação 5 ).

O algoritmo iterativo da DPFT consiste, portanto, em se fazer uma primeira aproximação dos valores de  $h_i$  (coeficientes da DPFT) utilizando-se a diferença entre as vazões observadas ( $q_i$ ) e uma estimativa da chuva efetiva, como dados de entrada.



**Figura 1 – Processo iterativo do método DPFT**

O processo iterativo, conforme mostra a Figura. 1, que ilustra as etapas 1 e 2, inicia fazendo-se as chuvas efetivas iguais às chuvas totais, ou brutas, ou seja, considera-se que as chuvas totais são uma primeira estimativa da chuvas efetivas.

As condições (limitações) que se apresentam (Figura 1) são de caráter físico, sendo que no caso dos coeficientes  $h_i$ , a principal delas se refere ao seu tamanho (número de termos  $h_i$ ). Em relação à chuva efetiva, a principal limitação se refere à hipótese de que a chuva bruta é sempre maior que a chuva efetiva.

Para a convergência do algoritmo, são necessárias 3 a 5 iterações, conforme a qualidade dos dados de entrada chuva e vazão.

**Etapa 3.** Após a identificação do Hidrograma Unitário procede-se à calibração da Função de Produção,

que relaciona a série de chuvas totais  $P$  às chuvas efetivas calculadas na última iteração ( $Pe_t$ ).

## A Formulação ARMAX

Os modelos do tipo Hidrograma Unitário, aos quais pertence a DPFT, podem apresentar problemas de excesso de parâmetros. Com efeito, na equação (3), os parâmetros a identificar são os  $h_i$ , que são os  $k$  coeficientes da regressão múltipla entre as variações de vazão  $q_i$  e as chuvas  $Pe_i$ .

O principal objetivo da formulação ARMAX é diminuir o número de coeficientes a estimar (Versiani, 1983), como é mostrado a seguir.

O modelo ARMAX (Box et al., 1994) consiste em se calcular a seqüência de coeficientes  $H_1, H_2, \dots, H_k$  (o Hidrograma Unitário) como resultado da divisão de polinômios em  $z^{-1}$ , sendo  $z^{-1}$  o operador “retardo”. Trabalhando-se em diferenças, tem-se:

$$q_{t-1} = z^{-1}q_t \quad (11)$$

$$Pe_{t-1} = z^{-1}Pe_t \quad (12)$$

Onde:  $t$  é a variável que representa o tempo;  $q_t$  é a variação de vazão entre os intervalos  $t-1$  e  $t$ ;  $Pe_t$  é a chuva efetiva no tempo  $t$ .

O modelo ARMAX descreve que a variação de vazão no tempo  $t$  é função das chuvas e das vazões nos tempos anteriores.

$$\begin{aligned} q_t + c_1q_{t-1} + c_2q_{t-2} + \dots + c_vq_{t-v} = \\ b_0Pe_t + b_1Pe_{t-1} + b_2Pe_{t-2} + \dots + b_wPe_{t-w} \end{aligned} \quad (13)$$

Utilizando-se as formulações (12) e (13), tem-se:

$$\begin{aligned} q_t(1 + c_1z^{-1} + c_2z^{-2} + \dots + c_vz^{-v}) = \\ Pe_t(b_0 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + \dots + b_wz^{-w}) \end{aligned} \quad (13-1)$$

Portanto:

$$q_t = \frac{B(z^{-1})}{C(z^{-1})}Pe_t \quad (14)$$

Onde:  $B(z^{-1})$  e  $C(z^{-1})$  são os polinômios em  $z$ .

A equação (14) leva à formulação seguinte, do tipo Hidrograma Unitário:

$$H(z^{-1}) = \frac{B(z^{-1})}{C(z^{-1})} \quad (15)$$

E dessa forma  $q_t = H(z^{-1})Pe_t$  ou:

$$q_t = h_0Pe_t + h_1Pe_{t-1} + h_2Pe_{t-2} + \dots + h_kPe_{t-k} \quad (16)$$

para um polinômio terminado em  $k$ .

A formulação (13) pode ser escrita como:

$$q_t = -\sum_{i=1}^v c_i q_{t-i} + b_0 Pe_t + \sum_{i=1}^w b_i Pe_{t-i} \quad (17)$$

Onde os coeficientes  $c_i$  e  $b_i$  são os coeficientes da regressão múltipla da relação multilinear entre  $q_t$  e  $Pe_t$ .

A vantagem da formulação ARMAX sobre a técnica de regressão múltipla, com identificação por mínimos quadrados dos coeficientes  $h_i$  (equação (7)) é que o HU obtido através de divisão polinomial (equação (15)) é automaticamente ‘alisado’. Ao contrário, na formulação por mínimos quadrados, o HU apresenta oscilações numéricas na sua ‘cauda’ e necessita de um prolongamento através de uma curva exponencial. Além do mais, a técnica ARMAX é parcimoniosa com relação ao número de parâmetros, isto é  $(v+w) \ll k$ , onde  $v$  e  $w$  são, respectivamente, as ordens das componentes autoregressivas e exógenas do modelo.

De acordo com o processo iterativo ilustrado na Figura 1, o algoritmo proposto faz estimativa dos coeficientes da DPFT e das chuvas efetivas, alternando a cada etapa de cálculo:

Etapa 1.  $[q] = [Pe] [h]$ , onde  $[h]$  é a incógnita  
 Etapa 2. Em seguida, conhecendo-se os  $h_i$ , faz-se a deconvolução, equação (9),  $[q] = [H^*] [pe]$ , onde  $[pe]$  é a incógnita

Na etapa (1) é usada a formulação ARMAX, dada pela equação (17).

Na etapa (2) é usada a relação multilinear dada pela equação (10).

## MODELOS DE FUNÇÃO DE PRODUÇÃO EMPREGADOS

A etapa 3 da metodologia DPFT consiste na calibração de modelos de Função de Produção a partir dos pares chuva total-chuva efetiva calculada. As chuvas efetivas calculadas são aquelas obtidas na última iteração do algoritmo mostrado na Figura 1.

Neste trabalho foram comparados dois modelos de FP, que serão sucintamente apresentados, quais sejam: (i) modelo do *Soil Conservation Service* (*SCS*) e (ii) método do índice  $\phi$ .

### O modelo do *Soil Conservation Service* (*SCS*)

A equação básica para o cálculo da precipitação efetiva pelo método do *Soil Conservation Service* é, Chow et al. (1994), Tucci (1995):

$$Pe = \frac{(P - 0,2 S)^2}{P + 0,8 S} \quad (18)$$

onde:

$Pe$  = precipitação efetiva (mm)

$P$  = precipitação total (mm)

$S$  = retenção potencial máxima (mm).

A retenção potencial máxima  $S$  relaciona-se ao parâmetro CN (número de curva) pela equação 19:

$$S = \frac{25400}{CN} - 254 \quad (19)$$

Neste modelo, CN caracteriza simultaneamente as condições de umidade anterior ao evento chuva-vazão, o tipo geológico e o uso do solo da bacia hidrográfica. Neste trabalho, o parâmetro calibrável no modelo é o CN, que varia teoricamente de 0 a 100, estando seus valores mais elevados associados às maiores capacidades de produção de escoamento superficial.

### O método do índice $\phi$

As variabilidades espacial e temporal dos parâmetros presentes nas fórmulas de infiltração as tornam de difícil aplicação em grandes superfícies heterogêneas, sujeitas a intensidades de precipitação não uniforme. Tal fato conduz à utilização de “índi-

ces de infiltração”, que representam modelos aproximados do processo de infiltração. O emprego dessa metodologia é um procedimento que admite, para uma dada chuva e em determinadas condições iniciais da bacia hidrográfica, que a capacidade de infiltração seja constante durante toda a duração do evento.

Esta capacidade de infiltração constante é o índice- $\phi$  (mm/h), que produziria um hietograma de precipitação efetiva, referente ao deflúvio superficial (altura de chuva efetiva total)  $Pe$ , sobre a bacia hidrográfica. O valor de  $\phi$  calcula-se selecionando um intervalo de tempo  $\Delta t$  e um número de intervalos  $M$  de precipitação que contribuem para o escoamento superficial, conforme a equação 20 (Chow et al., 1994). Neste caso o parâmetro calibrável é  $\phi$ .

$$Pe = \sum_{m=1}^M (P_m - \phi \cdot \Delta t) \quad (20)$$

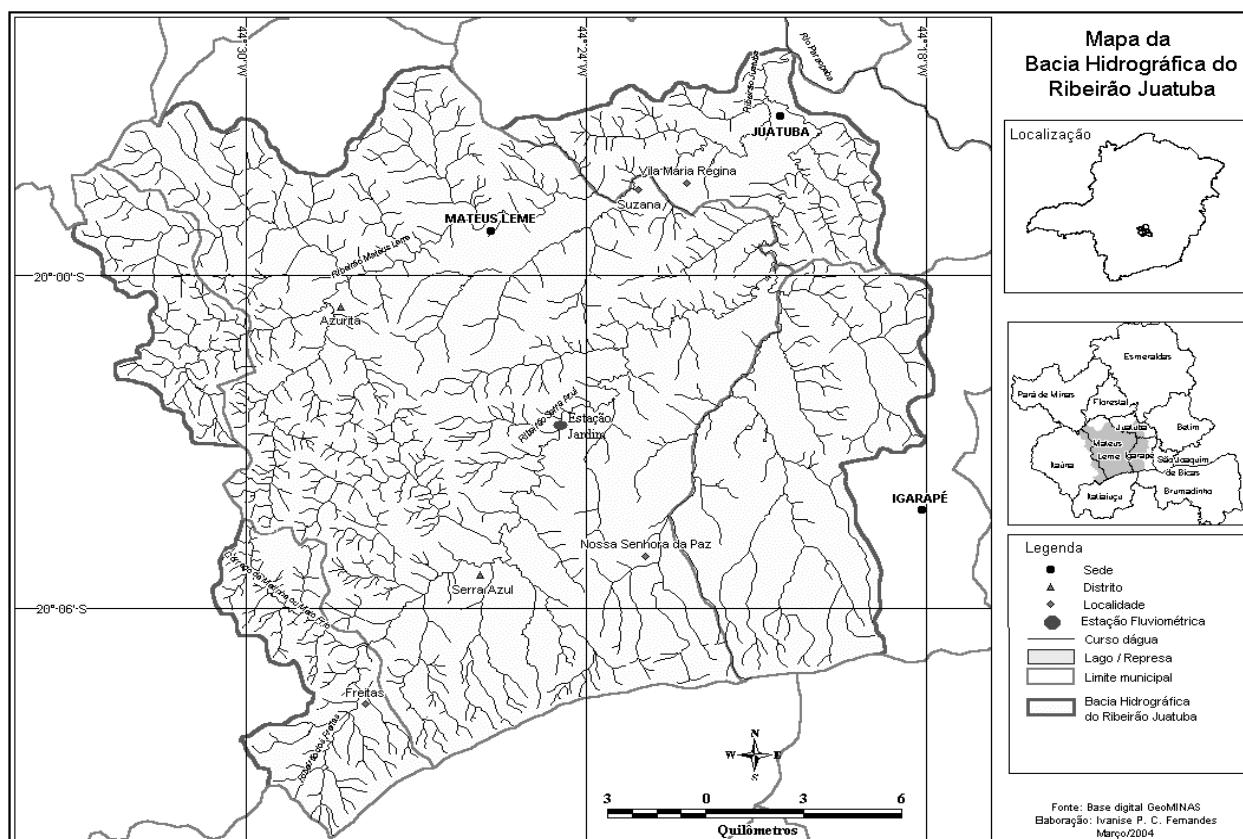
## APLICAÇÃO DO MÉTODO

A aplicação do método DPFT tem por objetivos:

- Identificar um conjunto de chuvas efetivas e a Função de Transferência utilizando-se o método DPFT, determinando-se assim independentemente, as duas componentes;
- Aplicar os modelos SCS (*Soil Conservation Service*) e Método Índice  $\phi$ , que relacionam a chuva total com a chuva efetiva, identificada pelo método;
- Avaliar e comparar os resultados obtidos.

### Região de Estudo

Para aplicação do método, selecionou-se a bacia hidrográfica de Juatuba (sub-bacia do ribeirão Serra Azul). Esta bacia foi escolhida pelo DNAEE (Departamento Nacional de Águas e Energia Elétrica), hoje ANA (Agência Nacional de Águas), em 1986, como “Representativa”, por apresentar características típicas da região central de Minas Gerais, onde se inicia o chamado “Cerrado”.



**Figura 2 – Bacia Representativa de Juatuba e Sub-bacia do Ribeirão Serra Azul**

Com área de drenagem de 446,80 km<sup>2</sup>, localizada a 50 km oeste de Belo Horizonte, a bacia de Juatuba é drenada principalmente pelos ribeirões Serra Azul e Mateus Leme, (Figura 2) e fica localizada no município de Mateus Leme.

A sub-bacia do ribeirão Serra Azul (Figura 2), possui área de drenagem de 109,04 km<sup>2</sup> e exutório na estação limigráfica de Jardim, implantada pelo DNAEE em Setembro de 1978. O ano hidrológico é caracterizado por dois períodos distintos: um período chuvoso, outubro/março, em que chove em média 80% do valor total anual e um semestre seco, abril/setembro, com ocorrência de meses sem qualquer precipitação.

Estudaram-se os dados pluviométricos das estações: Jardim, Serra Azul, Alto da Boa Vista e Fazenda Laranjeiras.

#### Dados pluviográficos e fluviométricos

Foram selecionados 26 eventos precipitação-vazão, do período compreendido entre os anos hi-

drológicos de 1991 a 1999. O intervalo de tempo unitário adotado é horário. As precipitações horárias médias foram obtidas pelo método de Thiessen, a partir das estações Alto da Boa Vista ( 02044021 ), Serra Azul ( 02044054 ), Jardim ( 02044052 ) e Fazenda Laranjeiras ( 02044041 ).

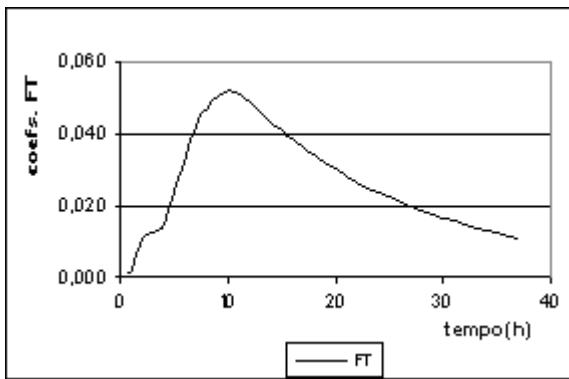
Foram utilizados dados de cotas limigráficas na estação de Jardim ( 40811100 ), transformadas em vazões horárias, de acordo com as curvas-chave obtidas por Drumond (1994).

## RESULTADOS

A série de programas em código FORTRAN, usados para a estimativa da Função de Transferência e das precipitações efetivas, foi adaptada por Maia (2001). A calibração dos parâmetros das duas Funções de Produção, a partir dos pares precipitação total – precipitação efetiva, foi feita por programas desenvolvidos dentro de um projeto de Iniciação

Científica do Departamento de Engenharia Hidráulica e Recursos Hídricos da Escola de Engenharia da UFMG.

A Função de Transferência, em valores adimensionais, obtida pelo método DPFT, foi obtida após a 5<sup>a</sup> iteração, utilizando-se a formulação AR-MAX (equação 17), com 3 coeficientes c ( variações de vazão ) e 6 coeficientes b ( precipitações ) e está representada na Figura 3.



**Figura 3 – Função de Transferência – método DPFT**

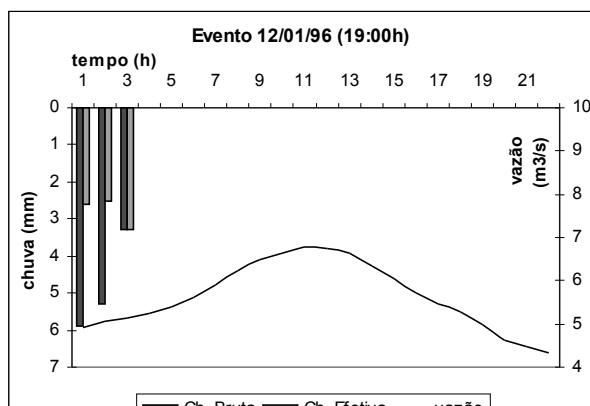
As Figuras 4(a), 4(b) e 4(c) mostram, para alguns eventos, os hietogramas de precipitações totais e precipitações efetivas obtidas pelo método DPFT, juntamente com as vazões observadas.

#### Qualidade da FT identificada pelo Método DPFT

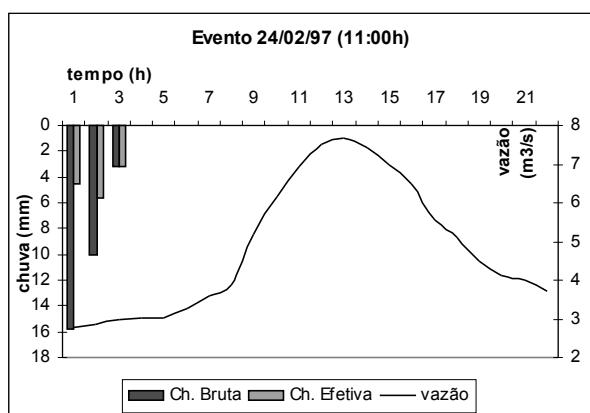
Machado (2000), estudando a modelagem hidrológica para a bacia do ribeirão Serra Azul na estação de Jardim, analisou a aplicação do modelo TOPMODEL (Beven et al., 1994; Saulnier, 1996). Este modelo é uma Função de Produção que pode ser acoplada a uma FT para obterem-se os hidrogramas de cheia na saída da bacia.

Utilizando-se os mesmos 26 eventos (13 para calibração e 13 para validação), foram comparadas as vazões observadas e as vazões estimadas, adotando-se 3 FT's : a FT obtida pelo método DPFT, a obtida por Drumond (1994) e a obtida pelo método de Clark. Machado (2000) verificou que, em termos do critério de Nash, os hidrogramas estimados (reconstituídos), usando-se a FT obtida pelo método DPFT estão, na maior parte dos casos, bem ajustados e apresentaram o maior valor do coeficiente de Nash (0,85), que mede a qualidade da validação. Alguns exemplos de hidrogramas observados e calculados e também os hietogramas das precipitações

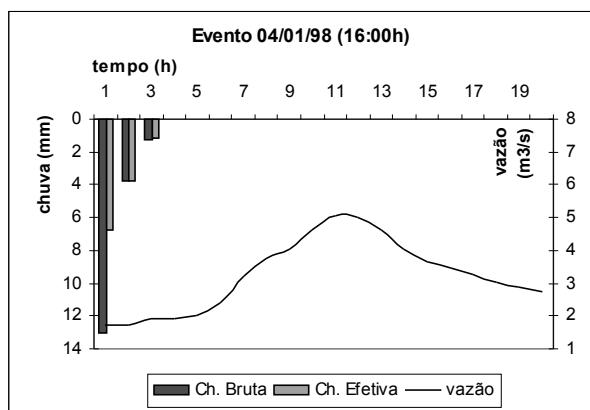
referentes a esses eventos são mostrados nas Figuras 5(a), 5(b) e 5(c.)



**4 (a)**



**4 (b)**



**4 (c)**

**Figura 4 – Hietogramas de precipitações observadas e precipitações efetivas calculadas pelo método DPFT e hidrogramas observados**

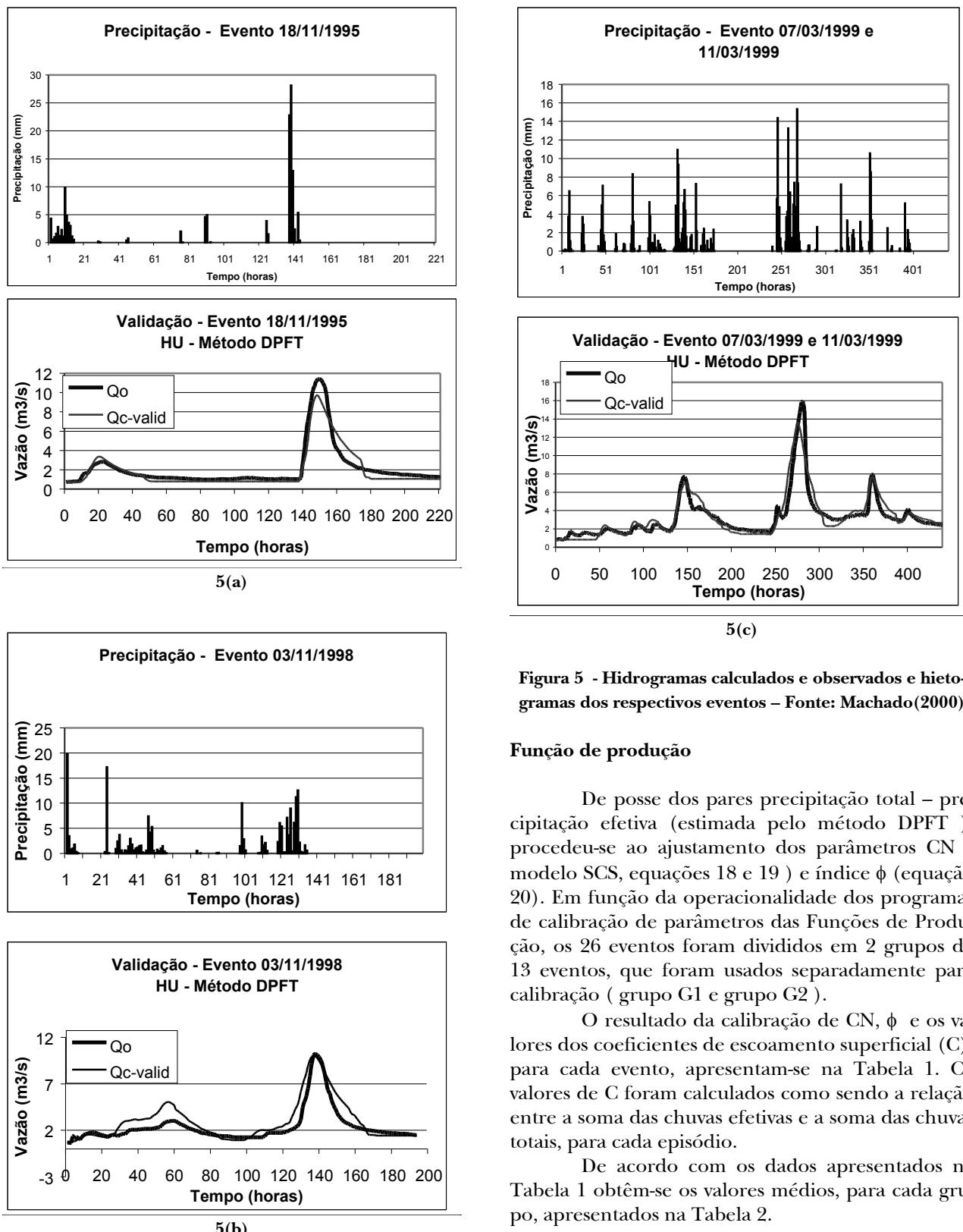


Figura 5 - Hidrogramas calculados e observados e hietogramas dos respectivos eventos – Fonte: Machado(2000)

#### Função de produção

De posse dos pares precipitação total – precipitação efetiva (estimada pelo método DPFT ), procedeu-se ao ajustamento dos parâmetros CN ( modelo SCS, equações 18 e 19 ) e índice  $\phi$  (equação 20). Em função da operacionalidade dos programas de calibração de parâmetros das Funções de Produção, os 26 eventos foram divididos em 2 grupos de 13 eventos, que foram usados separadamente para calibração ( grupo G1 e grupo G2 ).

O resultado da calibração de CN,  $\phi$  e os valores dos coeficientes de escoamento superficial (C), para cada evento, apresentam-se na Tabela 1. Os valores de C foram calculados como sendo a relação entre a soma das chuvas efetivas e a soma das chuvas totais, para cada episódio.

De acordo com os dados apresentados na Tabela 1 obtém-se os valores médios, para cada grupo, apresentados na Tabela 2.

**Tabela 1– Resultado dos Modelos SCS e Índice  $\phi$**

G1	CN	$\phi$	C	G2	CN	$\phi$	C
E1	97	1,2	0,82	E1	87	2,9	0,55
E2	87	7,2	0,52	E2	79	9,2	0,55
E3	78	15	0,28	E3	96	2,0	0,58
E4	88	4,4	0,39	E4	84	4,6	0,41
E5	83	4,2	0,39	E5	91	6,3	0,46
E6	74	18,7	0,14	E6	96	1,3	0,83
E7	98	6,1	0,44	E7	96	2,5	0,65
E8	97	1,4	0,64	E8	97	1,7	0,59
E9	89	3,6	0,56	E9	95	3,6	0,68
E10	93	3,8	0,54	E10	88	2,6	0,61
E11	82	3,5	0,39	E11	74	3,7	0,35
E12	82	2,4	0,39	E12	64	4,1	0,40
E13	98	4,4	0,54	E13	97	2,3	0,69

**Tabela 2 - Valores Médios dos Resultados do Modelo SCS e Índice  $\phi$**

G1	G2
CN = 88,2	CN = 88,0
$\phi = 5,8$ (mm/h)	$\phi = 3,6$ (mm/h)
C = 0,47	C = 0,57

Na bacia de Juatuba, especificamente na sub-bacia do ribeirão Serra Azul, identificam-se regiões cujas características de cobertura vegetal variam entre solo quase nu, pastagens e terras com poucas lavouras, características que definem o uso e manejo do solo. Entretanto, quanto à textura do solo, não existe na bibliografia um estudo mais detalhado da região, que permita melhor definir geologicamente o tipo de solo predominante. Os valores médios dos coeficientes de escoamento superficial C aqui encontrados, bastante altos, tendem a indicar um solo de textura fina.

Com relação às condições de umidade do solo, antecedentes aos eventos precipitação-vazão, usados na caracterização do parâmetro CN, calculou-se, evento por evento, a soma das chuvas de 5 dias anteriores às datas de início dos eventos. Estas chuvas acumuladas permitem definir qual a condição de umidade ( I, II ou III ), que caracterizam o estado do solo. Um solo mais seco indicaria a condição I e um solo mais úmido, a condição III (Chow et al., 1994). Verifica-se que os valores de CN encontrados estão compreendidos entre 74 e 97, o que indicaria um solo na condição III de umidade antecedente. Com efeito, para a maioria dos eventos de calibração, as precipitações acumuladas de 5 dias anteriores a cada evento mostraram ser superiores a

50 mm., o que indica condições antecedentes úmidas. Pinto ( 1996 ) e Cabral (1999), estudando metodologias para estimativa de cheias máximas na bacia do ribeirão Serra Azul, indicaram valores de CN que, convertidos para a condição III de umidade do método SCS, são próximos dos valores aqui encontrados.

Apesar dos valores altos encontrados para o parâmetro CN, pode-se observar que há uma concordância entre os resultados do Método SCS e método do índice  $\phi$ , sendo que os maiores valores de  $\phi$  correspondem aos valores mais baixos de CN.

## CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

A metodologia DPFT, aqui apresentada, foi aplicada à bacia representativa de Juatuba-MG, com o objetivo de se identificar o Hidrograma Unitário sem se fixar *a priori* uma Função de Produção. Esta característica metodológica é apontada como sendo uma das grandes vantagens do método DPFT. Neste estudo de caso, onde foram usados na calibração 26 eventos chuva-vazão numa pequena bacia ( aprox. 110 km<sup>2</sup> ), verificou-se que o Hidrograma Unitário identificado pelo método DPFT, comparado com resultados anteriormente encontrados, em termos de reconstituição de hidrogramas ( coeficiente de Nash ), apresentou bons resultados, conforme apresentado nas figuras 5(a) a 5(c).

Quanto ao algoritmo de calibração dos coeficientes da DPFT, e, portanto, das ordenadas discretizadas da FT (Hidrograma Unitário), a formulação ARMAX utilizada mostrou-se eficiente ao evitar a super-parametrização do modelo ( ou seja o excesso de parâmetros a identificar: as ordenadas do HU ), inclusive limitando-se os problemas de instabilidade numérica. A metodologia DPFT mostrou-se, portanto, como uma boa ferramenta para identificação robusta das ordenadas do Hidrograma Unitário.

Ainda quanto à convergência do processo iterativo do método DPFT, uma observação importante é dada por Nalbantis et al. (1995), ao trabalhar com dados sintéticos gerados: o método converge para uma solução única, ou seja, para o mesmo HU e as mesmas chuvas efetivas, quando os dados utilizados não apresentam erros. Com dados reais, podem aparecer pequenos erros de convergência ( devidos a amostragem e ruídos numéricos ), proporcionais à magnitude dos erros de medidas nas precipitações e nas vazões.

Quanto aos modelos de Função de Produção, para alguns episódios, ( Figuras 4), as precipitações efetivas estimadas pelo método DPFT parecem ser coerentes com o comportamento hidrológico da bacia. Utilizando-se essa amostra de precipitações efetivas, foi possível a calibração dos parâmetros de 2 modelos: modelo SCS e índice  $\phi$ . A calibração desses parâmetros mostrou altos valores de CN, o que indicaria um tipo de solo de textura fina, como característica média para a bacia, que, juntamente com o elevado grau de saturação do solo, produziria altos valores de produção de escoamento superficial. Sabe-se também que além do tipo de solo, e da umidade antecedente, o escoamento superficial pode ser influenciado pelas declividades, pela vegetação, pelo manejo do solo para agricultura e pecuária e pela urbanização.

Sendo assim, este trabalho mostra apenas alguns resultados preliminares, que devem ser melhorados, inclusive com investigações de campo, para confirmação dos valores dos parâmetros das Funções de Produção encontrados. Além do mais, a Função de Transferência ( Hidrograma Unitário ) encontrada é, evidentemente, uma FT média para a bacia, referente a eventos de chuva-vazão mais significativos. Se alguns eventos de precipitação apresentarem distribuição espacial muito irregular, as precipitações efetivas estimadas podem não ser realistas e a calibração de modelos de Função de Produção não procede.

Portanto, sugere-se a continuidade dos estudos, aprofundando-se a análise do modelo SCS e propondo-se novos modelos, como, por exemplo, os modelos fisicamente baseados, para efeito de comparação e, eventualmente, escolha do modelo mais adequado para a bacia. Recomendam-se também estudos de aplicação da metodologia em bacias maiores, inclusive para intervalos de tempo unitários maiores que o horário.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio do CNPq e da CAPES referente à concessão de bolsas de pesquisa e de mestrado vinculadas a este projeto. Os dados hidrometeorológicos foram gentilmente cedidos pela CPRM ( SUREG – BH ) e COPASA – MG. Destaca-se também a colaboração da geógrafa Ivani-se Pignataro C. Fernandes e do aluno bolsista Bruno Cesário Soares na formatação do texto e figuras.

## REFERÊNCIAS

- BASTIN, G.: (1983). *Identification de modèles de prévision du débit du Gardon d'Anduze. Rapport Interne*, IMG, Grenoble, France.
- BEVEN, K.J.: (1989). Changing ideas in hydrology- The case of physically based models, *Journal of Hydrology*, 105, 157-172.
- BEVEN, K. J.; LAMB, R.; QUINN, P.; ROMANOWICZ, R. e FREER, J. Topmodel . (1994). In: *Computer Model of Watershed Hydrology*. V. P. Singh (ed.) Water Resources Publications. Fort Collins.
- BOX, G.E.P.; JENKINS, G.M.; REINSEL, G.C. (1994). *Time Series Analysis, Forecasting and Control* – Prentice Hall, Inc., 3<sup>a</sup> edição, USA.
- CABRAL, J.R.: (1999). *Análise e proposição de metodologias para determinação de hidrogramas de cheias em bacias rurais*. Dissertação de Mestrado. Escola de Engenharia - Universidade Federal de Minas Gerais 1994.
- CHOW, V. T.; MAIDMENT, D. R. e MAYS, L. W. (1994). *Hidrologia Aplicada*. McGraw-Hill Interamericana. Santafé de Bogotá, Colômbia. 584p.
- DELLEUR, J.W. e OBLED, C. (1985). Flash flood forecasting in the Cevennes region in France. A case study. In Proc. Vth World Congress on Water Resources, IWRA Publ, Brussels, 881-891.
- DENINGER, R.A. (1969). Linear Programming for hydrologic analysis. *Water Resources Research*, 5(5), 1105-1109.
- DISKIN, M. H. e BONEH, A. (1975). Determination of an optimal IUH for linear, time invariant system from multi-storm records. *Journal of Hydrology*, 24, 57-76.
- DOOGE, J.C.I.: (1959). A general theory of the unit hydrograph, *Journal of Geophysical Research*. 64(1), 242-256.
- DOOGE, J.C.I. (1973). The linear theory of hydrologic systems. *US Dept. of Agriculture Tech. Bull*, 1468.
- DRUMOND, M. M. (1994). *Análise Comparativa de Metodologia para Estudo de Vazões de Enchentes: Determinação e Sintetização de Hidrogramas Unitários na Bacia Representativa de Juatuba-MG*. Dissertação de Mestrado. Escola de Engenharia - Universidade Federal de Minas Gerais.
- DUBAND, D. (1978). *Fonctions de Transfert pluie-débit sur des bassins versants de l'ordre de 1000 km<sup>2</sup>*. Rapport Interne. ETG-EDF, Grenoble, France.
- DUBAND, D.; OBLED, C. e RODRÍGUEZ, J.Y.(1993). Unit hydrograph revisited: an alternative approach to UH and effective precipitation identification. *Journal of Hydrology*, 150, 115-149.
- EAGLESON, P.S., MEIJA, R. e MARCH, F. (1966). Computation of optimum realizable unit hydrograph. *Water Resources Research*, 2(4), 755-764.
- GUILLOT, P. e Duband, D. (1981), *Une méthode de transfert pluie-débit par régression multiple*, in Proc. Oxford Symposium

- on Hydrological Forecasting, IAHS Publ. N. 129, pp. 177-186.
- KIRKBY, M.J. (1988). Hillslope runoff processes and models, *Journal of Hydrology*, 100, 3-15-339.
- KHAN, A.Q. e Ormsbee, L.E. (1989). A comparison of two hydrologic models for steeply sloping forested watersheds, *Journal of Hydrology*, 109, 325-349.
- LIANG, G.C. (1988). Identification of a multiple input-single output, linear, time invariant model for hydrological forecasting, *Journal of Hydrology*, 101, 251-262.
- LOAGUE, K.M. e Freeze, R.A. (1985). A comparison of rainfall-runoff modeling techniques on smallupland catchments, *Water Resources Research*, 21, 229-248.
- MACHADO, M.L. (2000). *Modelagem hidrológica de fluxo na bacia representativa de Juatuba-MG*. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-graduação em Ciências e Técnicas Nucleares. EEUFG, Belo Horizonte.
- MAIA, A.L. (2001). *Comparação de modelos geradores de Função de Produção com base no método DPFT: um estudo de caso para a bacia representativa de Juatuba-MG*. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-graduação em Saneamento, Meio Ambiente e Recursos Hídricos. EEUFG, Belo Horizonte.
- MAYS, L. e COLES, L. (1980). Optimization of unit hydrograph determination. *Journal of Hydraulics Division*. ASCE, 106[Hy5], 85-97.
- NALBANTIS, I. (1987) *Identification de modèles pluie-débit du type Hydrogramme Unitaire: développements de la méthode DPFT et validation sue des données générées avec et sans erreur*. Tese de Doutorado. Institut National Polytechnique de Grenoble, França.
- NALBANTIS, I.; OBLED, C. e RODRIGUEZ, J.Y. (1995). Unit Hydrograph and effective precipitation identification. *Journal of Hydrology*, 168, 127-157.
- NASCIMENTO, N.O. (1995). *Appréciation à l'aide d'un modèle empirique des effets d'actions anthropiques sur la relation pluie-débit à l'échelle d'un bassin versant*. Tese de doutorado. École Nationale des Ponts et Chaussées, França.
- NASH, J.E. (1957). The form of instantaneous unit hydrograph, *Hydrological Sciences Bulletin*, 3, 114-121.
- NATALE, L. e TODINI, E. (1976). A stable estimator for linear models. 1. Theoretical development and Monte Carlo experiments. *Water Resources Research*, 12(4), 667-671.
- NEWTON, D.W. e Vinyard, J.W. (1967) Computer-determined unit hydrograph from flow, *Journal of Hydraulics Division*. ASCE 93(Hy5), 219-235.
- O'DONNELL, T. (1960). Instantaneous unit hydrograph derivation by harmonic analysis. *IAHS Publication N. 51*, 467-474.
- PINTO, E. J. A. (1996). *Análise dos Métodos da Cheia Máxima Prável e do Gradex – Aplicação na Bacia Representativa de Juatuba*. EE UFG. Dissertação de Mestrado. Belo Horizonte., 78 p.
- RODRIGUEZ, J.Y. (1989). *Modélisation pluie-débit par la méthode DPFT: Développements de la méthode initiale et extensión à des cas bi-entrées*. Tese de Doutorado. Institut National Polytechnique de Grenoble, França.
- SAULNIER, G.M. (1996) *Information Pédologique Spatialisée et Traitements Topographiques Améliorés dans la Modélisation Hydrologique par TOPMODEL*. Tese de Doutorado. Institut National Polytechnique de Grenoble, França.
- SEMPERE TORRES, D. , RODRIGUEZ-HERNANDEZ, J.Y. e O-BLED, C. (1992). Using the DPFT approach to improve flash flood forecasting models, *Natural Hazards* 5, 17-41.
- SHERMAN, L.K. (1932). Stream flow from rainfall by the unit-hydrograph method. *Eng. News. Rec.*, 108, 801-805.
- SOOROOSHIAN, S. (1983). Surface water hydrology: on-line estimations, *Rev. Geophys. Space Phys.* 21(3), 706-721.
- TUCCI, C.E.M. (1987). Modelos Determinísticos in *Modelos para Gerenciamento de Recursos Hídricos*, coleção ABRH, vol I.
- TUCCI, C.E.M. (1995). in *Hidrologia, Ciência e Aplicação*. Coleção ABRH, v. IV, 943 p.
- VERSIANI, B.R. (1983). *Modélisation de la relation pluie-débit pour la prévision des crues*. Tese de Doutorado. Institut National Polytechnique de Grenoble, França.

## **DPFT Methodology to Identify the Unit Hydrograph and Effective Rainfalls: Case study for the Juatuba-MG Hydrographic Basin**

### **ABSTRACT**

A new approach to rainfall-runoff global modeling, the DPFT method, is presented. Using a rainfall-runoff multi-event sample and an iterative algorithm, the average Unit Hydrograph (Transfer Function) of the watershed and an effective rainfall series, associated with each event, are simultaneously identified. This last particular item is the main advantage of the method, and allows the later calibration of different Loss-Function models, relating the measured observed rainfall, to the effective rainfall, calculated by means of the DPFT method. A study case is presented, referring to the application of the method to Serra Azul watershed ( $109 \text{ km}^2$ ), considered as a representative region in the State of Minas Gerais - Brazil. The Transfer Function obtained is compared with other methods and shows robust and stable results. The effective rainfalls obtained are consistent. For each rainfall-runoff event, using the observed rainfall - effective rainfall pairs, two simple Loss-Function models are calibrated and compared: the Soil Conservation Service model and the  $\phi$ -index model.

**Key-words:** Rainfall-runoff model, DPFT method, Unit Hydrograph, Loss-Function, ARMAX Formulation