

A Passagem de Uma Frente de Água Através de Uma Redução Brusca na Interligação de Duas Canalizações Cilíndricas

Hans George Arens

Depto. De Hidráulica e Saneamento, EESC/USP.
arens@linkway.com.br

Walter Arens

Robert Bosch Ltda. - Rod. Anhanguera Km 98, Campinas, SP.
arens@ieee.org

Jefferson Luís Coutinho

Caixa Econômica Federal, Escritório de Negócios de Campinas, SP
jefferson.coutinho@caixa.gov.br

Recebido: 16/10/02 – revisado: 02/05/03 – aceito: 08/07/03

RESUMO

O processo de enchimento de redes de distribuição de água, pode, em determinadas condições, levar à formação de colunas fluidas móveis, com interfaces água-ar bem definidas, que iniciam seu movimento ao longo das canalizações atuando como êmbolo à medida que o ar de jusante é expulso pelos dutos de saída e pelos dispositivos de sangria. O presente trabalho mostra, de forma simplificada, os transientes de pressão gerados pela passagem de uma dessas frentes através de uma redução brusca de diâmetro. Utilizou-se o modelo unidimensional adotando-se a teoria de coluna rígida e a da coluna elástica. As curvas teóricas do fenômeno foram obtidas numericamente com a solução da equação de Euler e do sistema formado pelas equações da quantidade de movimento e da continuidade, resolvido através do método das características (MOC) e das diferenças finitas (DF). Os resultados teóricos foram comparados com dados experimentais, ensaiando-se um modelo de pequenas dimensões.

Palavras-chave: transientes hidráulicos, colunas móveis em redes de distribuição, colunas móveis em reduções bruscas, aplicação do MOC e DF em colunas móveis.

INTRODUÇÃO

Durante o processo de enchimento de redes de distribuição de água e em determinadas condições, podem-se formar colunas de água que começam a se movimentar pela rede criando verdadeiras frentes de água que se propagam ao longo das canalizações, expulsando o ar de jusante pelos dutos de saída e pelos dispositivos de sangria como válvulas, ventosas e outros acessórios da rede. Se as velocidades alcançarem valores elevados podem ocorrer transientes hidráulicos bastantes severos causados pela chegada dessas frentes aos acessórios de conexão como curvas, reduções de diâmetros, registros ou outros, ou mesmo aos próprios dispositivos de extração do ar.

Tullis (1989) desenvolveu alguns modelos numéricos capazes de simular esse fenômeno para auxiliar o projetista a estimar e a controlar o processo de enchimento e limitar as sobre-pressões ou as sub-pressões características dos transientes hidráulicos. Liou & Hunt (1996) e Coutinho J.L.(2002) estudaram alguns aspectos importantes durante a fase de enchimento de tubulações ramificadas e, utilizan-

do a teoria da coluna rígida, compararam os valores dos modelos teóricos com alguns dados experimentais obtidos em ensaios de laboratório. Albertson & Andrews (1971) e Cabrera et al.(1992) também analisaram detalhadamente os transientes hidráulicos causados por ventosas e câmaras de ar e de eventuais bolsas de ar, que são aprisionadas durante o enchimento de sistemas de adução e distribuição de água no meio urbano.

O movimento da coluna fluida é descrito pelas equações da continuidade e da quantidade de movimento, deduzidas segundo a teoria da coluna rígida (*Euler*) ou da coluna elástica, onde a opção por uma ou por outra, é feita em função da geometria da canalização, das reduções de diâmetro e dos demais acessórios presentes na linha hidráulica considerada.

Quando se opta pela teoria da coluna rígida, os escoamentos de coluna variável não trazem grandes dificuldades no tratamento computacional, pois na maioria dos casos pode-se escolher um entre muitos métodos já disponíveis para a solução de sistemas de equações diferenciais a derivadas totais.

Quando se opta pela teoria da coluna elástica certamente o trabalho computacional é bem maior, pois isso implica na utilização de rotinas de cálculo mais longas e complexas.

No presente trabalho abordou-se de forma simplificada, os transientes hidráulicos causados por uma coluna de água em movimento, no instante em que a interface água-ar atinge a redução brusca formada pela união de duas canalizações de diferentes diâmetros. Os resultados teóricos, calculados com a equação de Euler e com os métodos das características (MOC) e das diferenças finitas (DF), foram comparados com os dados experimentais obtidos em um modelo de laboratório, de pequenas dimensões com a adoção das seguintes hipóteses simplificadas:

- O escoamento é unidimensional.
- A frente de água é plana e perpendicular ao eixo da canalização (para dutos horizontais $V > 0,5\sqrt{gD}$ (7)).
- A pressão na interface água-ar é constante e igual à pressão atmosférica.
- Os coeficientes das perdas que ocorrem no escoamento seguem a mesma formulação utilizada no regime permanente.
- A celeridade c é igual em todas as canalizações.

O modelo físico.

A figura 1 mostra o esquema do banco de ensaios, formado pelos seguintes componentes básicos:

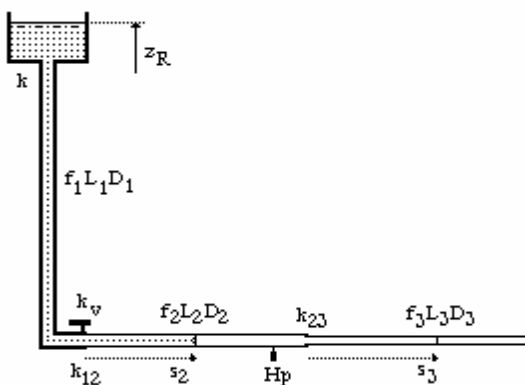


Figura 1 - Esquema do banco de ensaio.

- Reservatório de nível constante ($z_R=7,418$ m).

- Canalização vertical 1 de alimentação, PVC ($f_1=0,016$, $D_1=53,5$ mm, $L_1=10$ m), celeridade $c=550$ m/s.
- Canalizações horizontais 2 e 3, PVC ($f_2=0,016$, $D_2=44,5$ mm, $L_2=5$ m), ($f_3=0,016$, $D_3=35$ mm (27mm), $L_3=5$ m), $c=550$ m/s.
- conexões com os coeficientes de perda localizada k , k_{12} e k_{23} , nas quais os transientes hidráulicos são expressos utilizando-se os comprimentos equivalentes L_0 , L_{12} e L_{23} .
- válvula de manobra rápida com coeficiente de perda k_v .
- acessórios da canalização de alimentação (coeficientes de perda total k)
- coordenadas de posição da frente água-ar s_2 e s_3

O movimento da coluna inicia-se no instante $t=0$ com a abertura rápida da válvula de manobra, criando na canalização 2 uma frente água-ar de coordenada s_2 , variável no tempo, que se movimenta até atingir a canalização 3 para então ser expressa pela coordenada s_3 , como mostra a figura 1.

A vazão Q (m^3/s) na canalização 1 de alimentação e a pressão H_p (m_{H_2O}) no ponto P, situado 1m a montante da redução 2→3, foram medidas utilizando-se um medidor eletromagnético e um transdutor de pressão, ambos de resposta rápida.

Seis eletrodos foram inseridos em 6 coordenadas pré-determinadas $\{s_1, \dots, s_6\}$ ao longo das canalizações 2 e 3 para determinação dos instantes correspondentes $\{t_1, \dots, t_6\}$ indicadores da passagem da frente. Toda a instrumentação foi ligada a uma placa de aquisição de dados e estes foram registrados em arquivos apropriados.

A formulação com a teoria da coluna rígida.

As expressões principais foram obtidas com a equação de Euler

$$\frac{1}{g} \int_a^b \frac{dV}{dT} dx + \left[\frac{P}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} + z \right]_a^b + \Delta H_{a \rightarrow b} = 0 \quad (1)$$

aplicada entre dois pontos a e b, situados respectivamente sobre a superfície livre do reservatório e sobre a frente que se move, a princípio na canalização 2 e, após sua passagem pela redução 2→3, na canalização final 3. Se a razão entre

as áreas dos dutos for expressa por $m_{ij} = \frac{A_i}{A_j}$ obtém-se a

princípio:

$$\frac{(L_1 + L_{12} + L_0)m_{21} + s_2}{g} \ddot{s}_2 - z_R + \frac{\dot{s}_2^2}{2g} (1 + \frac{f_2 s_2}{D_2} + m_{21}^2 (\frac{f_1 L_1}{D_1} + k + k_v + k_{12})) = 0 \quad (2)$$

com as condições $0 \leq s_2 \leq L_2$, $s_2(0)=0$ e $\dot{s}_2(0)=0$ e posteriormente

$$\frac{(L_1 + L_0)m_{31} + L_2 m_{32} + L_{23} + s_3}{g} \ddot{s}_3 - z_R + \frac{\dot{s}_3^2}{2g} (1 + \frac{f_3 s_3}{D_3} + m_{31}^2 (\frac{f_1 L_1}{D_1} + k + k_v + k_{12})) + m_{32}^2 (\frac{f_2 L_2}{D_2} + k_{23}) = 0 \quad (3)$$

com $0 \leq s_3 \leq L_3$, $s_3(t_2)=0$ e

$$\dot{s}_3(t_2) = \frac{\dot{s}_2(t_2)}{m_{32}}$$

onde t_2 é definido por $s_2(t_2)=L_2$.

As velocidades da frente $V_{F2} = \dot{s}_2$ e $V_{F3} = \dot{s}_3$ nas canalizações 2 e 3 foram calculadas com as duas equações diferenciais empregando-se o algoritmo de Runge-Kutta de 5ª ordem e os resultados colocados na forma adimensional V_{F2}/V_s , V_{F3}/V_s e H_P/H_{Ps} onde V_s e H_{Ps} são respectivamente a velocidade de saída e a pressão no ponto P que se estabelecem em regime permanente

$$V_s = [2gz_R \{1 + \frac{f_3 L_3}{D_3} + m_{32}^2 (\frac{f_2 L_2}{D_2} + k_{23}) + m_{31}^2 (\frac{f_1 L_1}{D_1} + k + k_{12} + k_v)\}^{-1}]^{1/2} \quad (4)$$

$$H_{Ps} = \frac{V_s^2}{2g} (1 + \frac{f_3 L_3}{D_3} + m_{32}^2 (k_{23} + \frac{f_2 L_2}{D_2}) - 1) \quad (5)$$

Formulação com a teoria da coluna elástica.

Nesse caso o escoamento é descrito pelas equações da quantidade de movimento e da continuidade sob a forma:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial H}{\partial x} + RQ|Q| = 0 \quad (6)$$

$$c^2 \frac{\partial Q}{\partial x} + gA \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \quad (7)$$

onde o parâmetro R é definido por $R=f/(2DA)$.

Para a solução desse sistema optou-se em empregar o método das características (MOC) e o das diferenças finitas (DF) adotando-se a mesma metodologia e notação do livro texto da bibliografia específica de M. H. Chaudhry (1987), na qual o par de valores $\{Q_p, H_p\}$ de um ponto genérico P no instante $t+\Delta t$, são calculados a partir dos valores dos pontos vizinhos A e B do instante anterior t , pela intersecção entre as retas direta e inversa, equações (8) e (9) respectivamente:

$$Q_p = C_p - C_A H_p \quad (8)$$

$$Q_p = C_n - C_A H_p \quad (9)$$

e uma vez que:

$$C_A = \frac{gA}{c} \quad (10)$$

$$C_p = Q_A + C_A H_A - R\Delta t Q_A |Q_A| \quad (11)$$

$$C_n = Q_B - C_A H_B - R\Delta t Q_B |Q_B| \quad (12)$$

obtm-se que:

$$Q_p = 0,5 \frac{(C_p + C_n)}{C_A} \quad (13)$$

e

$$H_p = 0,5 \frac{(C_p - C_n)}{C_A} \quad (14)$$

Empregaram-se também as condições de contorno do reservatório de alimentação, válvulas, registros de ma-

nobra e da própria redução brusca que une as canalizações 1 e 2, porém sem negligenciar os termos cinéticos.

A condição de contorno de jusante e a rotina de cálculo utilizada merece ser destacada, pois está diretamente ligada ao avanço efetivo da frente.

De fato, a linha (1) da figura 2 mostra, no instante t , os n pontos interiores de uma coluna de água em movimento e o ponto externo F , não pertencente ao reticulado principal, que caracteriza a posição da frente água-ar.

Em todos eles são conhecidos os valores do par $\{Q, H\}$. Em seguida, através da interpolação linear entre os pontos n e $n-1$, calculou-se o par $\{Q_{Aux}, H_{Aux}\}$ de um ponto auxiliar Aux , situado a uma distância s à direita do ponto $n-1$, posicionado na forma indicada na linha (2).

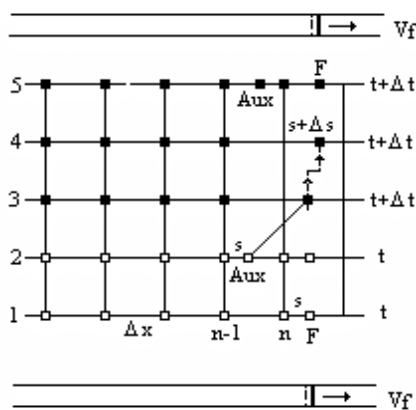


Figura 2 - A determinação da frente no método das características

Obteve-se então:

$$Q_{Aux} = Q_{n-1} + \frac{Q_n - Q_{n-1}}{\Delta x} s \quad (15)$$

$$H_{Aux} = H_{n-1} + \frac{H_n - H_{n-1}}{\Delta x} s \quad (16)$$

e o valor correspondente de C_{pAux} da reta direta

$$C_{pAux} = Q_{Aux} + C_A H_{Aux} - R \Delta t Q_{Aux} |Q_{Aux}| \quad (17)$$

As retas diretas (8) e as inversas (9) foram então utilizadas para determinar todos os valores de Q e H nos $n-1$ pontos do reticulado no instante $t+\Delta t$ (rotina convencional), excetuando-se o ponto F , que foi calculado pela reta direta que passa pelo ponto auxiliar Aux e que, por sua vez, permite determinar a velocidade da frente no ponto F (pontos escuros da linha 2, figura 2)

$$V_F = \frac{C_{pAux}}{A} \quad (18)$$

uma vez que $H_F = 0$.

O ponto F foi então deslocado para sua nova posição $s+\Delta s$ no instante $t+\Delta t$ (linha 4, figura 2) onde

$$\Delta s = \frac{(V_F(t) + V_F(t + \Delta t))}{2} \Delta t \quad (19)$$

ou

$$\Delta s = 0,5 \left(V_F(t) + \frac{C_{pAux}}{A} \right) \Delta t \quad (20)$$

Finalmente, por interpolação, determinaram-se os novos valores de $\{Q_n, H_n\}$ e de $\{Q_{Aux}, H_{Aux}\}$ no instante $t+\Delta t$ e o processo é repetido na linha 5.

É usual iniciar-se a rotina computacional tomando-se $t=0$, $s=0$ e $n=n_0$ e nessa condição os pontos Aux e F coincidirão respectivamente com os pontos $n-1$ e n .

Quando a distância s se torna maior do que o intervalo Δx , um novo ponto é incorporado ao reticulado, e dessa forma o número de pontos interiores é alterado passando de n para $n+1$ e a distância de s reduzida para $(s-\Delta x)$.

O par $\{Q, H\}$ do ponto incorporado também é calculado por interpolação e assim a ordem n do reticulado aumenta ou diminui à medida que a frente se propaga para a direita ou para a esquerda do observador.

Essa mesma metodologia foi utilizada no algoritmo do método das diferenças finitas.

Os modelos computacionais e os resultados experimentais.

Os testes foram realizados com duas luvas convencionais de PVC, a primeira de 44,5/35,0 (fraca) e a segunda de 44,5/27,0 (forte) que correspondem, respectivamente, aos parâmetros $m_{23}=1,61$ e $m_{23}=2,71$.

A coordenada s da frente foi determinada em cada instante pela integral

$$s(t) = \int_0^t \frac{Q(t)}{A} dt$$

ao longo das canalizações e comparada com os 6 pontos $\{s_i, t_i\}$ obtidos de forma direta pelos eletrodos detectores de água.

Os 6 pontos experimentais se ajustaram perfeitamente à curva $s(t)$, uma indicação segura do bom desempenho da instrumentação de medida. Constatou-se também serem mínimos os desvios entre $s(t)$ e as curvas teóricas correspondentes, quer as calculadas com teoria da coluna rígida

(Euler), quer as calculadas com a teoria da coluna elástica (métodos das DF ou MOC).

De maior interesse foram as amplitudes das perturbações sofridas pela curva $H_P(t)$ (figura 4) e o confronto dos dados experimentais com os de origem numérica.

As curvas experimentais de V_{F2} , V_{F3} e H_P , também foram adimensionalizadas utilizando-se os valores experimentais de V_s e H_{Ps} medidos no regime permanente.

$$V_s=5,7\text{m/s} \quad H_{Ps}=4,79\text{m}_{\text{H}_2\text{O}} \quad (\text{redução fraca})$$

$$V_s=5,95\text{m/s} \quad H_{Ps}=6,42\text{m}_{\text{H}_2\text{O}} \quad (\text{redução forte})$$

Deve-se ressaltar que a velocidade de chegada da frente à redução foi a mesma em todos os ensaios (5,73 m/s) pois a única alteração efetuada no banco foi a troca da canalização de saída.

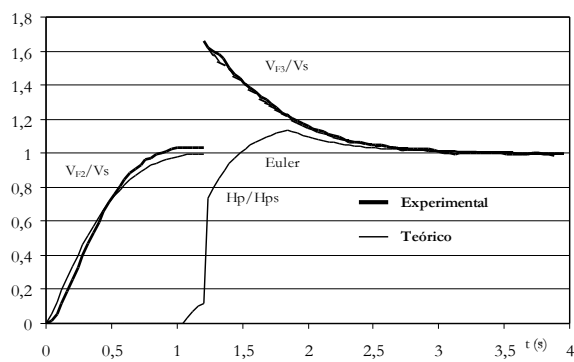


Figura 3 - As curvas $V_{F2}/V_s(t)$, $V_{F3}/V_s(t)$ e $H_P/H_{Ps}(t)$ (redução fraca)

A figura 3 apresenta as curvas teóricas (Euler) V_{F2}/V_s e V_{F3}/V_s da frente nas canalizações 1 e 2 do modelo superpostas aos valores experimentais correspondentes.

Nota-se que os desvios de V_{F2}/V_s e V_{F3}/V_s são muito pequenos, mesmo se a superposição fosse feita com as curvas do modelo elástico, pois estas praticamente se confundem com as calculadas com modelo rígido.

Observa-se que a velocidade V_{F2} é crescente e atinge, no instante $t=1,23\text{s}$ o valor $V=5,73\text{ m/s}$ para então, na entrada da canalização 3, sofrer uma descontinuidade acentuada mudando bruscamente o seu valor (quase em degrau) para $V_{F2}=9,22\text{ m/s}$ o que resulta em $V_{F3}/V_s=1,62$.

Nota-se o aumento gradativo da pressão H_P , quase linear, a partir de $t=1,05\text{s}$, instante no qual a frente atinge o ponto P. A seguir a pressão também sofre o aumento brusco pronunciado, causado pela redução de diâmetro, e se mantém crescente até que a frente atinge a seção de saída quando apresenta uma outra descontinuidade, tornando-se decrescente.

A figura 4 apresenta as duas curvas teóricas H_P/H_{Ps} superpostas, obtidas respectivamente com o MOC e DF, entre os instantes $t=1\text{ s}$ e $t=2\text{ s}$. Ambas convergem para as condições permanentes onde $V_{F3}/V_s \cong H_P/H_{Ps} \cong 1$ que ocorrem em tempos superiores a 4 s.

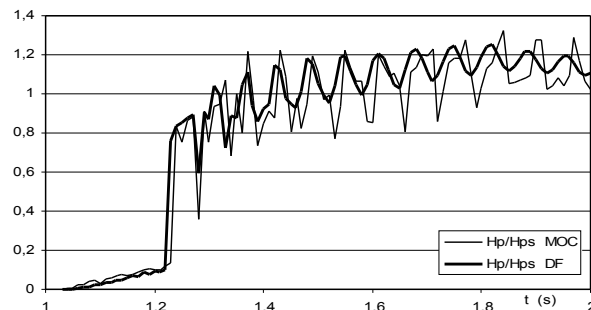


Figura 4 - As curvas H_P/H_{Ps} em função do tempo calculadas com o MOC e com DF, (redução fraca)

Os valores numéricos de todas as grandezas físicas foram mantidos nos dois modelos elásticos, inclusive o espaçamento $\Delta x=0,1\text{m}$ nas canalizações 1, 2 e 3, ou seja, a coluna móvel em ambos foi iniciada em $t=0$ com 100 pontos interiores, chegou aos 150 pontos no final do duto 2 ($t=1,23\text{s}$) e aos 200 pontos na saída da canalização 3 ($t=1,853\text{s}$).

No método das diferenças finitas optou-se por utilizar o dobro do incremento de tempo $\Delta t=\Delta x/c$ usado no MOC satisfazendo assim as condições de Courant-Friedrich-Lewy.

As amplitudes das perturbações calculadas com o MOC são significativamente maiores que as do DF pois estas sofreram uma forte atenuação, mesmo sem o uso da viscosidade artificial ou de qualquer outro filtro numérico.

Na figura 5 estão indicadas as diferenças $\Delta_{DF}\%$ e $\Delta_{MOC}\%$ que ocorreram entre as curvas H_P/H_{Ps} obtidas com as teorias elástica e rígida, definidas respectivamente por:

$$\Delta_{DF}\% = \frac{H_{P_{DF}} - H_{P_{Euler}}}{H_{P_{Euler}}} \text{ e}$$

$$\Delta_{MOC}\% = \frac{H_{P_{MOC}} - H_{P_{Euler}}}{H_{P_{Euler}}}$$

que se mantiveram abaixo de $\pm 25\%$. Os desvios maiores ocorreram apenas antes do instante da chegada da frente ($t=1,23\text{s}$) quando os valores da pressão H_P ainda são muito baixos.

O confronto entre a teoria e a prática pode ser bem observado nas figuras 6 e 7. Vê-se que tanto o método das características como o método das diferenças finitas se

adaptam bem aos resultados experimentais, com ligeira vantagem para o MOC que mostrou ser melhor para reproduzir os valores das sub-pressões.

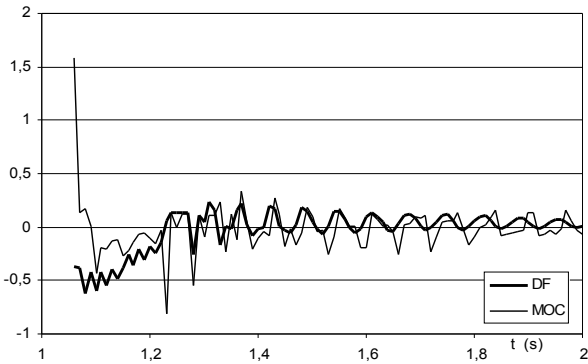


Figura 5 - As curvas $\Delta_{DF}\%$ e $\Delta_{MOC}\%$ em função do tempo

O mesmo comportamento se repetiu nos ensaios realizados com a redução forte (figuras 8 e 9) onde as amplitudes foram bem maiores como também o foi a pressão calculada pela equação de Euler.

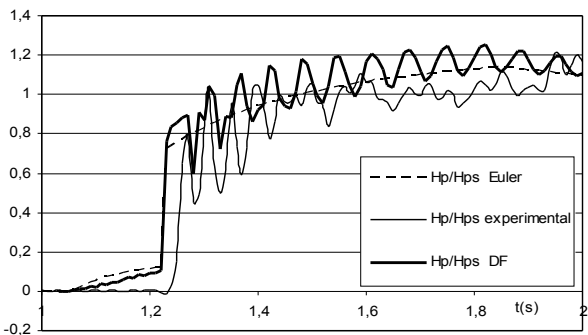


Figura 6 - As curvas H_P/H_{Ps} em função do tempo (redução fraca)

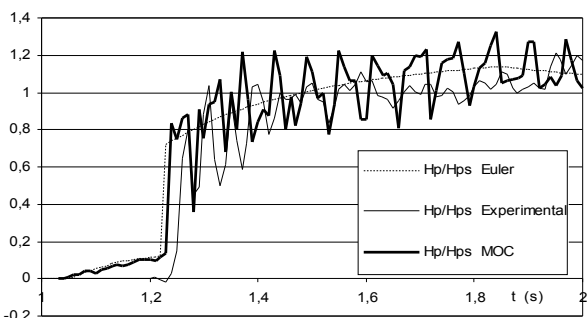


Figura 7 - As curvas H_P/H_{Ps} em função do tempo (redução fraca)

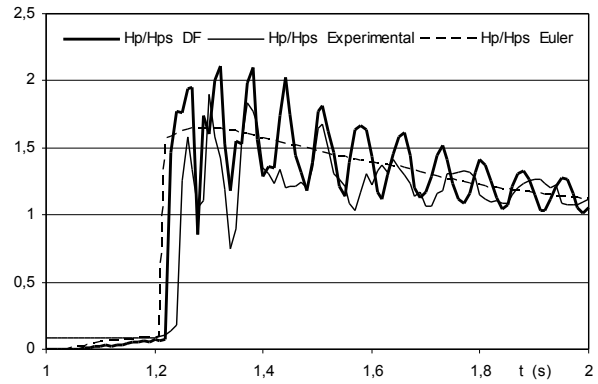


Figura 8 - As curvas H_P/H_{Ps} em função do tempo (DF) (redução forte)

A pressão máxima adimensional $H_P/H_{Ps} = 1,9$ ($12,19 \text{ m}_{H_2O}$) foi alcançada no instante $t=1,3$, portanto 60% acima da pressão estática do reservatório de alimentação ($7,4 \text{ m}$).

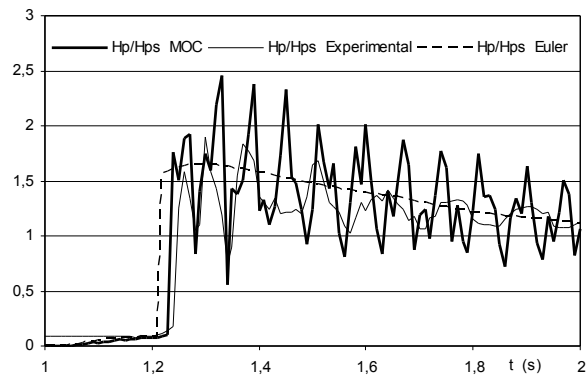


Figura 9 - As curvas H_P/H_{Ps} em função do tempo (MOC) (redução forte)

Finalmente, a análise da figura 10 mostra que no modelo experimental, tanto com a redução forte como com a redução fraca, os picos de pressão não ultrapassariam a curva teórica da coluna rígida (Euler) se essa fosse corrigida em toda a sua extensão em 25% a maior, um valor bem abaixo dos coeficientes de segurança usualmente adotados.

Por outro lado, nota-se ainda que as duas primeiras perturbações correspondentes, ainda não afetadas de forma significativa pelo escoamento na canalização de saída, ocorreram em instantes muito próximos e dessa forma foram tomadas como referências para se realizar uma estimativa grosseira da celeridade c ($550 - 600 \text{ m/s}$), cuja precisão infelizmente foi sacrificada pelas pequenas dimensões do modelo e pela limitação do intervalo de tempo utilizado para a coleta de dados ($0,01 \text{ s}$).

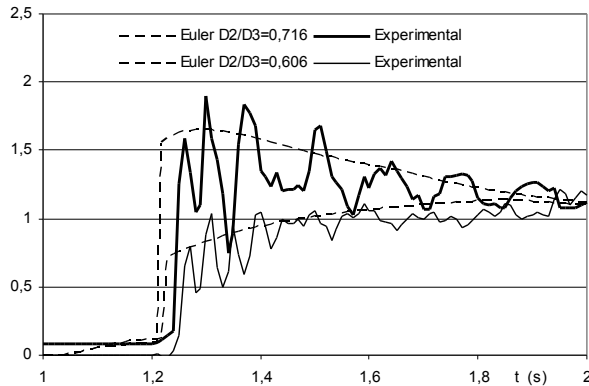


Figura 10 - As curvas H_F/H_{Ps} em função do tempo (coluna rígida), (redução forte)

CONCLUSÃO

A comparação entre os valores teóricos e experimentais feita nesse trabalho mostra, que mesmo a teoria da coluna rígida pode, em alguns casos, ser muito útil para avaliar o comportamento quantitativo da pressão em escoamentos não permanentes mais simples. A grande vantagem está na facilidade de programação e no processamento computacional do sistema de equações, quer em redes ramificadas, quer em redes malhadas, principalmente quando se trata de escoamentos de coluna móvel.

É claro que o uso da teoria da coluna elástica conduz a resultados ainda melhores, mas às custas de um trabalho muito maior na elaboração dos algoritmos para o processamento de dados.

No caso de uma coluna móvel passando por uma redução de diâmetro moderada, os 3 métodos (Euler, MOC e DF) praticamente mostraram ser equivalentes e que a condição de contorno utilizada na aplicação da metodologia, na qual o número de pontos interiores é alterado gradativamente, é correta.

Uma metodologia intermediária foi testada, e se baseou na utilização da teoria da coluna rígida apenas até o instante de chegada da frente à redução para então, durante um curto intervalo de tempo, passar-se para a teoria da coluna elástica, usando-a para o cálculo dos transientes de maior amplitude. Os resultados foram muito bons e os transientes assim calculados também se aproximaram aos valores experimentais.

REFERÊNCIAS

Albertson M.L., Andrews J.S., (1971) *Transients caused by air release*. Proc., Control of flow in closed conduits, J.P.Tullis, Colorado State University, Fort Collins, p.315-340.

Cabrera Et Al.(1992). *Influence of liquid length variation in hydraulic transients*, *Journal of hydraulic engineering*, ASCE, v.118, n.12, p.1639-1650, dez.

Chaudhry M.H., *Applied Hydraulic Transients*, Sec. Edition, Van Nostrand Reinhold Company, 1987.

Coutinho J. L. (2002). *Estudo analítico e experimental dos fenômenos transitórios durante o enchimento de tubulações ramificadas*, Tese de doutorado, Escola de Engenharia de São Carlos, USP, c871e.

Liou C.P., W.A. Hunt, (1996). *Filling of pipelines with undulating elevation profiles*. *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, vol.122, n.10, p.534-539, out.

Tullis J.P.(1989). *Hydraulics of pipelines*. New York, John Wiley and Sons.

The Passage of a Water Front Through a Sudden Reduction in the Interconnection of Two Cylindrical Canals

Abstract

The process of filling water distribution networks may, under given conditions, lead to forming mobile fluid columns with well-defined water-air interfaces that begin moving along the canals acting as an embolus as the downstream air is expelled through the exit ducts and bleeding devices. The present study shows in a simplified form the pressure transients generated by the passage of one of these fronts through a sudden reduction in diameter. The one-dimensional model was used, adopting the theory of the rigid column and the elastic column. The theoretical curves of this phenomenon were obtained numerically, by solving the Euler equation and the system formed by the quantity of movement and continuity equations, resolved by using the method of characteristics (MOC) and of finite differences (FD). The theoretical results were compared with experimental data, and tested on a small model.

Key-Words: hydraulic transients; mobile columns in distribution networks, mobile columns in sudden reductions, MOC and FD applications in mobile columns.