

## Implementação de Um Modelo para Simular a Eutrofização do Reservatório do Passaúna - Curitiba – PR

Nadiane Smaha e Maurício Felga Gobbi

Laboratório de Estudos em Monitoramento e Modelagem Ambiental – UFPR  
Caixa Postal 19100 - Curitiba PR - CEP 91531-990 – Brasil

Recebido: 25/03/03 – revisão: 27/05/03 – aceito: 16/07/03

---

### RESUMO

*Neste artigo é apresentado um estudo de modelagem da evolução da concentração de clorofila (eutrofização) em um reservatório sujeito a cargas de esgoto/nutrientes. É apresentada a descrição do local que motiva o estudo: o reservatório do Passaúna, localizado na região metropolitana de Curitiba, no Paraná. É apresentada então a fundamentação teórica da formulação em cada um de seus aspectos e de cada etapa adotada para o processo de eutrofização, incluindo um modelo matemático contemplando seis variáveis consideradas fundamentais no processo. O modelo, na forma de um sistema de equações diferenciais parciais, é discretizado utilizando-se o método das diferenças finitas e implementado em um programa de computador. O modelo é então aplicado para o caso do reservatório do Passaúna, para o qual existe um conjunto de dados relevantes a serem utilizados pelo modelo. Uma série de possíveis cenários de modelagem é apresentada para este reservatório.*

**Palavras-chave:** Eutrofização, modelagem matemática, qualidade da água, nutrientes, reservatórios.

---

### INTRODUÇÃO

A crescente preocupação com os assuntos ambientais tem alavancado o surgimento de inúmeras pesquisas direcionadas ao desenvolvimento auto-sustentável. Problemas recentes de eutrofização nos reservatórios que abastecem Curitiba e sua Região Metropolitana têm direcionado estudos ambientais para a solução e/ou minimização dos efeitos causados por estes desequilíbrios do ecossistema. Este trabalho foi desenvolvido com o objetivo de apresentar e implementar um modelo matemático, embasado em formulações conhecidas, capaz de simular o efeito do crescimento de algas devido à superfertilização de lagos, conhecido por eutrofização. Como aplicação deste modelo, foi realizado um estudo no Reservatório do Passaúna com o objetivo de avaliar a situação atual deste reservatório e criar possíveis cenários que possam identificar problemas potenciais. A opção de não se usar modelos disponíveis foi feita pois os autores consideram que a maioria destes modelos são obscuros quanto à apresentação dos detalhes exatos de suas formulações e limitações, e por possuírem complexidade e sofisticadas muitas vezes injustificáveis diante das precariedades dos dados, das calibrações, e das próprias simplificações existentes em partes da formulação, além de não oferecerem a maleabilidade muitas vezes conveniente para aplicação em casos particulares. Tudo isso sem falar que muitos desses modelos têm alto custo. O

modelo aqui apresentado foi inteiramente programado em linguagem Matlab em apenas algumas horas de trabalho.

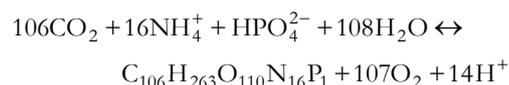
O excessivo crescimento de plantas (eutrofização) ocorrido em rios, lagos, estuários e represas é decorrente da super-fertilização, e pode levar a sérios problemas de qualidade d'água. Esse fenômeno pode ocorrer naturalmente em escalas de meses a até milhares de anos, mas pode ser rapidamente acelerado pelo excesso de nutrientes lançados nos cursos d'água decorrentes das atividades humanas como lançamento de esgotos, atividades agrícolas, mudança no uso do solo, criação de reservatórios, entre outros. Geralmente, a eutrofização pode acarretar sérios problemas para um curso de água, podendo-se citar: (i) a grande quantidade de plantas suspensas diminui a transparência da água e algumas espécies geram espumas, dando um aspecto ruim à água. Além do aspecto visual, as plantas podem entupir filtros nas estações de tratamento de água; (ii) o crescimento de plantas e a respiração alteram todo o sistema químico d'água. Os níveis de oxigênio e dióxido de carbono são diretamente afetados pela atividade das plantas. O oxigênio por sua vez, tem implicações na sobrevivência de outros organismos, como os peixes. O dióxido de carbono tem impacto direto no pH; (iii) a eutrofização pode alterar todo o ecossistema aquático. Algumas espécies de algas provocam sabor e odor nas águas. As algas conhecidas por cianobactérias são tóxicas para o consumo humano.

O problema da eutrofização está diretamente relacionado com os nutrientes inorgânicos, os quais servem de matéria prima para a biomassa. Entre os principais macro-nutrientes necessários para o desenvolvimento celular estão o carbono, o nitrogênio e o fósforo.

O carbono desempenha três importantes funções na análise de qualidade d'água: nutriente, biomassa e poluente. Assim como o fósforo e o nitrogênio, o carbono serve como nutriente para o crescimento de plantas, apesar de não se apresentar como o nutriente limitante para o desenvolvimento das plantas e por isso não precisar ser modelado. Pelo fato do carbono constituir muitos componentes de compostos orgânicos, ele é utilizado para quantificar a biomassa. Finalmente, a decomposição do carbono orgânico pode ter grandes efeitos sobre a concentração de oxigênio e muitas toxinas preferencialmente são associadas à matéria orgânica.

Em conjunto com os nutrientes, a outra chave no processo de eutrofização é o ciclo de alimentação. A produção (conversão de nutrientes inorgânicos em matéria orgânica) e a decomposição (processo reverso) representam este ciclo.

Assim, a composição da matéria orgânica desidratada pode ser idealizada pela seguinte representação detalhada do processo de fotossíntese/respiração (Stumm e Morgan, 1981):



Esta fórmula pode ser utilizada para determinar a razão de massa de carbono entre o nitrogênio e o fósforo:

$$\begin{array}{l} \text{C} : \text{N} : \text{P} \\ 106 \times 12 : 16 \times 14 : 1 \times 31 \\ 1272 : 224 : 31 \\ 40\% : 7,2\% : 1\% \end{array}$$

Assim, um grama de matéria orgânica seca contém aproximadamente 10 mg de fósforo, 72 mg de nitrogênio e 400 mg de carbono.

Para o processo de eutrofização, faz-se necessário identificar o nutriente que está controlando o crescimento das plantas. A análise deste nutriente limitante é geralmente feita para o nitrogênio e para o fósforo.

Geralmente o fitoplâncton é mensurado através da clorofila a. O modelo aqui apresentado não faz qualquer consideração com respeito à distribuição de clorofila entre diferentes espécies de fitoplâncton. Sendo assim a concen-

tração de clorofila a deve ser vista como um indicativo de presença das algas (cianobactérias).

## O RESERVATÓRIO DO PASSAÚNA

A represa do Passaúna localiza-se numa APA (Área de Proteção Ambiental) que possui área aproximada de 16.000 ha e é parte integrante do Plano de Recursos Hídricos da Bacia Hidrográfica do Alto Iguaçu e do Sistema Integrado de Proteção dos Mananciais da RMC (Lei Estadual nº 12.248/98). Esta unidade de conservação tem como meta a proteção e conservação da qualidade ambiental e dos sistemas naturais ali existentes, em especial a qualidade e quantidade de água para fins de abastecimento público.

Situada entre os paralelos 25° 15' e 25° 35' Sul e os meridianos 49° 25' e 48° 20' Oeste de Greenwich, a APA do Passaúna abrange parte dos municípios de Almirante Tamandaré, Curitiba, Campo Magro, Campo Largo e Araucária, porção oeste da Região Metropolitana, áreas marcadas, predominantemente, por relevo fortemente ondulado, principalmente na sua região norte.

A APA do Passaúna abriga dois significativos mananciais para abastecimento público de água: o manancial subterrâneo do Carste e o manancial superficial do Rio Passaúna. Ambos são objeto de profunda preocupação e devem ser protegidos e conservados, tendo em vista a necessidade de garantir a quantidade e qualidade dessas águas.

A Figura 1 mostra uma aerofotografia do reservatório do Passaúna a ser estudado neste artigo. As siglas AI seguidas de 2 algarismos indicam estações de coleta de qualidade d'água. As estações AI28, AI29 e AI30 localizam-se a montante do mostrado na figura e não aparecem na mesma. Note que o reservatório é bastante longo e estreito. Alguns dados relevantes do reservatório são: nível d'água máximo 890,05 m; área = 10,5 km<sup>2</sup>; cota mínima de operação 897,50 m; cota do terreno no local da barragem 875,00 m; o volume d'água total para a cota 887,20 m é 59 x 10<sup>6</sup> m<sup>3</sup>. O tempo de residência do reservatório é de até aproximadamente um ano.

A partir de cartas topográficas feitas anteriormente à construção da barragem, pôde-se obter uma série de dados geométricos do reservatório. Além desses dados geométricos, foram obtidos vários dados hidráulicos/hidrológicos. Para simplificar a inclusão de advecção na modelagem da evolução dos nutrientes e algas, foram utilizadas nas simulações vazões de longo prazo em seções transversais ao longo do eixo do leito original do reservatório interpoladas a partir de estimativas feitas por CEHPAR (1990). Estas vazões estão na Figura 2 (os asteriscos são as estimativas e a linha cheia é a função interpoladora). Os 7 pontos de estimativa de vazão são correspondentes a tribu-

tários onde se encontram as estações AI30, AI31, AI32, AI33, AI34, AI35, AI36. Quando necessário, o aumento de carga de nutrientes (devido a, por exemplo, um evento severo de precipitação) será feito aumentando-se a concentração das contribuições e mantidas as vazões médias dos tributários, já que um aumento de vazão momentâneo pouco afeta a velocidade do escoamento no reservatório. Outra simplificação é devido ao fato do reservatório do Passaúna ser relativamente raso, bastante estreito e bastante longo (ver figura 1). Por causa desta geometria, decidiu-se que um modelo unidimensional na direção longitudinal (que chamamos de  $x$ ) seria suficiente para captar o comportamento hidráulico/dispersivo de forma razoavelmente realista. Neste caso, é preciso verificarmos se o reservatório possui estratificação desprezível. Como a vazão deste reservatório é bastante baixa com relação ao seu volume, o processo de mistura vertical se dá primordialmente devido à ação do vento. A profundidade  $D$  até a qual há mistura vertical devido à ação do vento pode ser estimada por Ford e Johnson (1986):

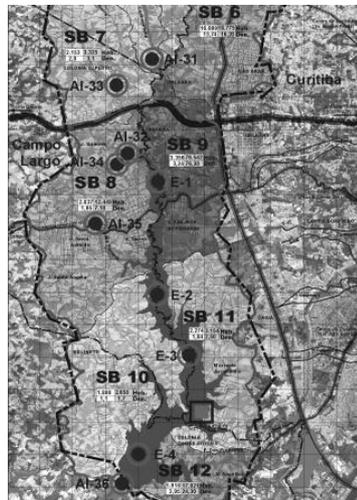


Figura 1 - Reservatório do Passaúna. Aerofotografia.

$$D = \frac{\rho C_p u_*^3}{k \alpha g G} \quad (1)$$

onde  $u_*$  é a velocidade de atrito (aproximadamente  $1,2 \times 10^{-3} U_{\text{vento}}$ ),  $k$  é a constante de Von Karman (aproximadamente 0,4),  $\alpha$  é o coeficiente de expansão da água ( $1,8 \times 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ),  $g$  é a aceleração gravitacional,  $\rho$  é a massa específica da água (aproximadamente  $1000 \text{ kgm}^{-3}$ ),  $C_p$  é o calor específico da água ( $4186 \text{ Jkg}^{-1}\text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ),  $G$  é o fluxo de energia por unidade de área para dentro do lago. De forma conservadora, utilizando um valor de  $G$  de  $100 \text{ Wm}^{-2}$  (verão) e um valor de velocidade do vento igual à metade do máximo diário de Curitiba  $5 \text{ ms}^{-1}$  (para efeito do poder de mistura de um lago o uso do vento máximo é justificável - foi tomada a maior média horária no dia e feita a média histó-

rica do mês de janeiro), temos que  $D = 12 \text{ m}$ , que é um valor maior que a profundidade média do lago. Conclui-se que o lago do Passaúna possui pouca estratificação vertical de temperatura no verão e pode ser tratado de forma aproximada como completamente misturado nessa direção. Assim o reservatório foi modelado como um corpo d'água unidimensional (direção  $x$ ) ao longo do leito. O comprimento do reservatório é de aproximadamente 12 km. Para fins de coleta de informações geométricas a partir de cartas topográficas, o reservatório foi dividido em 16 seções transversais onde foi estimada a área e a profundidade média das 16 seções. As características em pontos intermediários foram então interpoladas por um polinômio de grau 10. As vazões médias em cada seção foram obtidas pela interpolação do incremento das vazões médias estimadas por CEHPAR (1990). A figura 2 mostra as características físicas médias do reservatório como função da distância axial  $x$ . O ponto  $x=0$  fica a 12 km da barragem ao longo do leito original, (entrada do reservatório). Note que as velocidades médias na seção do reservatório são extremamente baixas, o que indica que os processos de advecção são dominados pelos outros processos na dinâmica da qualidade da água dentro do reservatório.

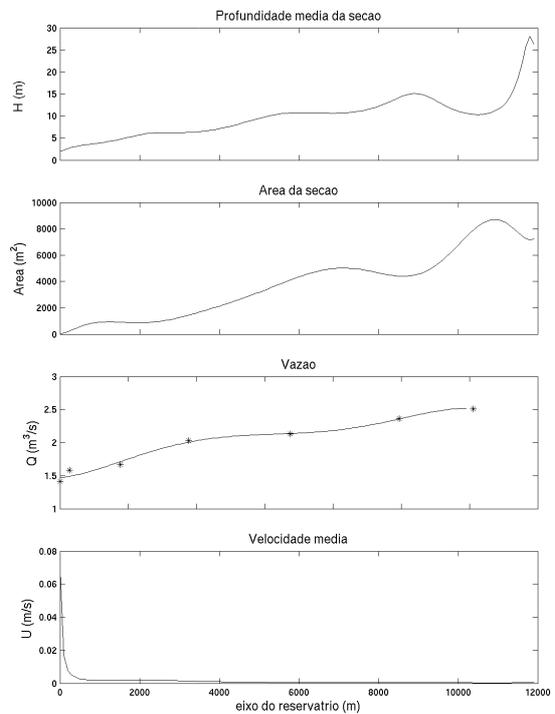


Figura 2 - Características hidráulicas ao longo do eixo do reservatório: profundidade média, área da seção, vazão estimada (\*) e interpolada (-), e velocidade média do escoamento.

## MODELAGEM DA EUTROFIZAÇÃO

O modelo proposto resolve a variação temporal das concentrações de seis constituintes, a saber (o símbolo usado está mostrado): clorofila "a" (algas)  $a$ ; demanda bioquímica de oxigênio (DBO)  $L$ ; oxigênio dissolvido (OD)  $o$ ; nitrogênio na forma de nitrato  $n$ ; nitrogênio na forma de amônia  $n_a$ ; fósforo  $p$ . As equações resultantes para tal modelo são similares às equações de modelos de qualidade d'água em rios, ou seja, equações de advecção-difusão em uma dimensão espacial, com termos adicionais que levam em conta as fontes de esgotos/nutrientes e os termos de decaimentos, decantação/sedimentação, reações bioquímicas, reaeração, etc. A equação de evolução para qualquer das variáveis acima (variável  $c$  no geral) é:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial(AUc)}{\partial x} - \frac{1}{A} \frac{\partial(AE\partial c/\partial x)}{\partial x} = f(c_j; x, t) \quad (2)$$

onde  $c$  é a concentração modelada (em unidades de massa de soluto por volume de água),  $c_j$  são concentrações das variáveis eventualmente presentes em reações,  $A$  é a área da seção transversal,  $U$  é a velocidade média na seção transversal,  $E$  é o coeficiente de dispersão turbulenta longitudinal,  $f$  é o somatório dos termos de fonte, sumidouro, reações bio-químicas, decaimentos, etc. A Equação (2) é tão somente a representação da lei de conservação da massa do componente cuja concentração na água é dada por  $c$ . O primeiro termo é a taxa de variação local de  $c$ , o segundo é a advecção de  $c$ , e o terceiro é a dispersão tubulenta de  $c$ . Para maiores detalhes da Equação (2), o leitor pode procurar uma referência básica de modelagem de qualidade da água, por exemplo Brawn e Barnwell Jr (1985).

As interações físico-bio-químicas entre as várias componentes presentes no modelo e suas taxas de decaimento/produção são contabilizadas pelo termo  $f$  na Equação (2). Estes efeitos são discutidos nas próximas seções para cada componente modelado. O lado esquerdo da equação diferencial parcial (2) pode ser representado por um operador  $L\{\bullet\}$  operando em  $c$ , de forma que a equação para a variável  $c$  pode ser escrita como  $L\{c\}=f$ .

### Cargas pontuais e difusas

Neste modelo irá se considerar que onde há um tributário direto no reservatório, este ponto pode servir como fonte de qualquer uma das variáveis modeladas que pode variar no tempo. Tipicamente a presença do fitoplâncton em rios (água corrente) é relativamente pequena e sua presença como carga nos tributários será desprezada neste trabalho. Assim, para OD, DBO, amônia, nitrato, e fósforo, uma carga pontual localizada em  $x=x_i$  contribuirá para  $f$  com o o fluxo:

$$\text{fluxo} = \frac{q_c}{A} \delta(x - x_i) \quad (3)$$

onde  $q_c$  é a carga da variável  $c$  em unidade  $M/T$  (no SI,  $kg/s$ ),  $A$  é a área da seção transversal do reservatório no ponto  $x_i$  e  $\delta$  é uma distribuição centralizada em  $x_i$ , com integral em  $x$  igual a 1 e unidade  $1/L$ . Se usarmos a função delta de Dirac, a carga fica totalmente concentrada no ponto  $x_i$ , ao passo que uma função gaussiana distribui a carga em torno de  $x_i$ , de certa forma criando uma carga mais difusa. A Equação (3) pode também ser escrita em termos de uma vazão volumétrica de água  $Q_i$  do rio tributário e da concentração  $c_i$  da variável em questão neste rio. A equação fica:

$$\text{fluxo} = \frac{c_i Q_i}{A} \delta(x - x_i) \quad (4)$$

Cargas distribuídas (difusas) podem ser representadas por:

$$\text{fluxo} = q_d/A \quad (5)$$

onde  $q_d$  é a carga por unidade de comprimento do reservatório em unidades  $M/(LT)$ . Note que  $q_d$ , assim como  $A$ , são funções de  $x$ .

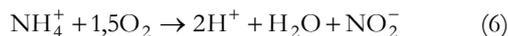
### O balanço OD-DBO

O consumo de oxigênio pela DBO presente no reservatório pode ser implementado por um termo de reação de primeira ordem nas equações para OD e DBO. Assim, para a equação da concentração  $L$  de DBO, temos a contribuição negativa  $-k_d L$  no lado direito da equação para DBO. Um termo idêntico aparece no lado direito da equação do OD, já que o processo de decomposição envolve um consumo de oxigênio proporcional. O valor do coeficiente de degradação  $k_d$  utilizado neste trabalho foi de  $0,3 \text{ dia}^{-1}$  (Chappra, 1997). A taxa de sedimentação de matéria orgânica é proporcional à concentração e à velocidade de sedimentação e inversamente proporcional à profundidade na seção, o termo fica  $-(v_s/H)L$  (neste trabalho usou-se o valor típico de  $v_s=0,2 \text{ m/dia}$ ). A equação do oxigênio dissolvido possui ainda um termo positivo devido à reaeração  $+k_a(o_s-o)$ , onde  $(o_s-o)$  é déficit de oxigênio em relação à concentração de saturação  $o_s$  e  $k_a$  é um coeficiente de reaeração dependente de características hidrodinâmicas e pode ser modelado como Broecker et al. (1978):  $k_a=0,864U_{10}^{-1}$ , onde  $U_{10}$  é a velocidade do vento a 10 metros de altura, e  $H$  é a profundidade local. Há ainda um termo de consumo de oxigênio devido ao processo de nitrificação e uma fonte de oxigênio devido à respiração

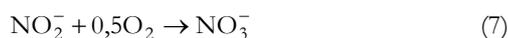
das algas no processo de eutrofização. Estes termos serão discutidos oportunamente.

### Nitrificação

O processo de nitrificação pode ser representado por uma série de reações (Gaudy e Gaudy, 1980). As bactérias *Nitrosomonas* convertem amônia ( $\text{NH}_4^+$ ) em nitrito:



As bactérias *Nitrobacter* convertem nitrito em nitrato:



A quantidade de oxigênio consumida nestas duas etapas é dada por:

$$\begin{aligned} r_{\text{oam}} &= \frac{1,5(32)}{14} = 3,43 \text{gO.gN}^{-1} \quad \text{e} \\ r_{\text{oi}} &= \frac{0,5(32)}{14} = 1,14 \text{gO.gN}^{-1} \end{aligned} \quad (8)$$

onde  $r_{\text{oam}}$  e  $r_{\text{oi}}$  representam a quantidade de oxigênio consumida devido ao processo de nitrificação da amônia e nitrito, respectivamente. O consumo total de oxigênio no processo de nitrificação –  $r_{\text{on}}$  – é dado por:

$$r_{\text{on}} = r_{\text{oam}} + r_{\text{oi}} = 4,57 \text{gO.gN}^{-1} \quad (9)$$

O termo de consumo de oxigênio na equação para o OD (variável  $o$ ) devido ao processo de nitrificação é  $-r_{\text{on}}k_n n_a$ , onde  $n_a$  é a concentração de amônia. O decaimento na equação da amônia por sua vez é dado por  $-k_n n_a$ , enquanto que o aumento de nitrato ( $n_i$ ) se dá à taxa recíproca  $+k_n n_a$ .

### Crescimento de fitoplâncton

A equação para a concentração  $a$  de clorofila das algas recebe um termo proporcional à própria concentração e à diferença entre um coeficiente de crescimento  $k_g$  e um coeficiente de perdas por respiração e excreção  $k_{ra}$ . Neste trabalho usou-se o valor típico de  $k_{ra}$  de  $0,1 \text{d}^{-1}$ , de acordo com Chappra (1997). O termo na equação fica:  $+(k_g - k_{ra})a$ . Termos análogos aparecem com o sinal trocado nas equações para os nutrientes necessários para o crescimento das algas. Na equação para a concentração  $n_a$  de amônia o termo aparece multiplicado pela razão  $a_{na}$  entre a massa de amônia necessária e a de clorofila obtida; no caso da concentração  $p$  de fósforo, pela razão  $a_{pa}$  entre massa de fósforo e clorofila; e no caso da concentração  $o$  do oxigênio dissolvido, pela razão  $r_{oa}$  entre massa de OD e clorofila. A taxa de sedimentação das algas pode ser modelada por um termo proporcional à concentração de algas e à velocidade de decantação e inversamente proporcional à

profundidade na seção, o termo fica  $-(v_a/H)a$  (neste trabalho usou-se o valor típico de  $v_a=0,2 \text{m/dia}$ ).

Os fatores que contribuem para o crescimento dos fitoplânctons são: temperatura, nutrientes e luz. Cada um destes fatores será analisado separadamente e seus efeitos modelados matematicamente. **Temperatura.** Uma grande variedade de formulações tem sido desenvolvida para representar os efeitos da temperatura no crescimento de plantas. A forma mais utilizada é a do *theta* (Chapra, 1997), dada por:

$$k_{g,T} = k_{g,20} \theta^{T-20} \quad (10)$$

onde:  $k_{g,T}$  = taxa de crescimento devido à temperatura ( $\text{d}^{-1}$ );  $k_{g,20}$  = taxa de crescimento a  $20^\circ\text{C}$  (tipicamente  $2 \text{d}^{-1}$ );  $T$  = temperatura ( $^\circ\text{C}$ ). Eppley (1972) propôs o valor de  $\theta = 1,066$  baseado em um grande número de estudos envolvendo várias espécies de fitoplânctons. **Nutrientes.** A equação geralmente utilizada para se determinar a limitação de um nutriente é a de *Michaelis-Menten* dada por:

$$\phi_N = \frac{N}{k_{sN} + N} \quad (11)$$

onde:  $N$  é a concentração do nutriente limitante;  $k_{sN}$  é a constante de meia saturação. Geralmente o fósforo e o nitrogênio são os nutrientes limitantes; as equações para estes nutrientes são:

$$\phi_p = \frac{p}{k_{sp} + p} \quad \text{e} \quad \phi_n = \frac{n}{k_{sn} + n} \quad (12)$$

onde  $p$  e  $n$  são as concentrações de fósforo e nitrogênio, respectivamente. As constantes de meia saturação variam de  $0,001$  a  $0,05 \text{mgP.l}^{-1}$  para o fósforo, e de  $0,01$  a  $0,3 \text{mgN.l}^{-1}$  para o nitrogênio. Neste trabalho utilizou-se valores típicos de  $0,1 \text{mg/l}$  para  $k_{sn}$  e  $0,01 \text{mg/l}$  para  $k_{sp}$ . **Luz.** A determinação dos efeitos da luz no crescimento de fitoplâncton é muito complicada pois diversos fatores precisam ser integrados para se obter o efeito total. Estes fatores são: variação da incidência de luz durante o dia, a atenuação da luz com a profundidade e a dependência da taxa de crescimento com a luz. Steele (1965) propôs a seguinte equação para modelar a inibição do crescimento de acordo com a incidência de luz:

$$F(I) = \frac{I}{I_s} e^{-\frac{I}{I_s} + 1} \quad (13)$$

onde:  $I$  = intensidade da luz ( $\text{ly.d}^{-1}$ );  $I_s$  = intensidade ótima de luz ( $100$  a  $400 \text{ly.d}^{-1}$  – usou-se  $300 \text{ly.d}^{-1}$  neste trabalho); A média de luz diária ( $I_a$ ) pode ser computada como:

$$I_a = I_m \left( \frac{2}{\pi} \right) \quad (14)$$

onde  $I_m$  é máxima intensidade de luz. O valor de  $I_a$  é tipicamente em torno de 500 ly.d<sup>-1</sup> (valor usado neste trabalho) A variação espacial de luz através da coluna de água pode ser modelada pela *Lei de Beer-Lambert*:

$$I(z) = I_0 e^{-k_e z} \quad (15)$$

onde:  $I_0$  = radiação solar na superfície;  $k_e$  = coeficiente de extinção. O coeficiente de extinção é quantificado por Ripley (1956):

$$k_e = k'_e + 0,0088a + 0,054a^{2/3} \quad (16)$$

onde:  $k'_e$  = coeficiente de extinção da luz devido a fatores diferentes aos fitoplânctons;  $a$  = concentração de algas (mg Chla.m<sup>-3</sup>). O coeficiente  $k'_e$  pode ser medido diretamente ou calculado via Di Toro (1978):

$$k'_e = k_{ew} + 0,052N + 0,174D \quad (17)$$

onde:  $k_{ew}$  = coeficiente de extinção da luz devido a partículas livres na água e à cor (m<sup>-1</sup>);  $N$  = sólidos suspensos não voláteis (mg.L<sup>-1</sup>);  $D$  = detritos (mg.L<sup>-1</sup>). Neste trabalho foi usado um valor típico para  $k'_e$  em reservatórios de 0,3 m<sup>-1</sup>. Substituindo a equação 15 na equação 13 e tomando a média na profundidade e no tempo, obteremos como resultado o valor médio de  $F(I)$ :

$$\phi_L = \frac{2,718f_p}{k_e H} (e^{-\alpha_1} - e^{-\alpha_0}) \quad (18)$$

onde:  $f_p$  = fotoperíodo (neste trabalho usou-se 0,5), e

$$\alpha_1 = \frac{I_a}{I_s} e^{-k_e H_2} \quad e \quad \alpha_0 = \frac{I_a}{I_s} e^{-k_e H_1} \quad (19)$$

O modelo completo para a taxa de crescimento de fitoplâncton pode ser agora descrito como:

$$k_g = k_{g,20} \cdot 1,066^{T-20} \left[ \frac{2,718 \cdot f_p}{k_e \cdot H} (e^{-\alpha_1} \cdot e^{-\alpha_0}) \right] \times \min \left( \frac{n}{k_{sn} + n}, \frac{p}{k_{sp} + p} \right) \quad (20)$$

A inclusão dos termos de crescimento de fitoplâncton, que está diretamente relacionado ao problema da eutrofização é feita a seguir, onde o modelo completo é apresentado. O sistema de equações diferenciais parciais a ser resolvido é:

$$\frac{\partial a}{\partial t} + \frac{1}{A} g \frac{\partial(AUa)}{\partial x} - \frac{1}{A} \frac{\partial(AE \partial a / \partial x)}{\partial x} = (k_g - k_{ra})a - \frac{v_a}{H} a \quad (21)$$

$$\frac{\partial L}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial(AUL)}{\partial x} - \frac{1}{A} \frac{\partial(AE \partial L / \partial x)}{\partial x} = k_d L - \frac{v_s}{H} L + \frac{q_L}{A} \delta(x - x_i) \quad (22)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial(AUp)}{\partial x} - \frac{1}{A} \frac{\partial(AE \partial p / \partial x)}{\partial x} = a_{pa} (k_g - k_{ra})a + \frac{q_p}{A} \delta(x - x_i) \quad (23)$$

$$\frac{\partial n_a}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial(AUn_a)}{\partial x} - \frac{1}{A} \frac{\partial(AE \partial n_a / \partial x)}{\partial x} = a_{na} (k_g - k_{ra})a - k_n n_a + \frac{q_{na}}{A} \delta(x - x_i) \quad (24)$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial(AUn_i)}{\partial x} - \frac{1}{A} \frac{\partial(AE \partial n_i / \partial x)}{\partial x} = +k_n n_a \quad (25)$$

$$\frac{\partial o}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial(AUo)}{\partial x} - \frac{1}{A} \frac{\partial(AE \partial o / \partial x)}{\partial x} = -k_d L - r_{on} k_n n_a - (r_{oa} k_g - r_{oa2} k_{ra})a + k_a (o_s - o) + \frac{q_o}{A} \delta(x - x_i) \quad (26)$$

Infelizmente há uma grande carência de dados medidos para a calibração deste tipo de modelo. Os valores de todos os parâmetros utilizados estão listados na Tabela 1 e foram todos obtidos através de consultas a valores médios usados na literatura (ver seções precedentes). Utilizou-se um valor de coeficiente de dispersão longitudinal arbitrário  $E$  igual a 0,5 m<sup>2</sup>s<sup>-1</sup>. Valores entre 0,05 e 5 m<sup>2</sup>s<sup>-1</sup> foram testados mas as diferenças encontradas foram apenas no detalhe da distribuição espacial das concentrações. Os valores de temperatura da água e vento a 10 m utilizados foram baseados em valores típicos médios anuais para a região do Passaúna. Foram feitos testes de sensibilidade com relação à maioria dos parâmetros para faixas encontradas na literatura. O resultado, entretanto, variou pouco, exceto para alguns

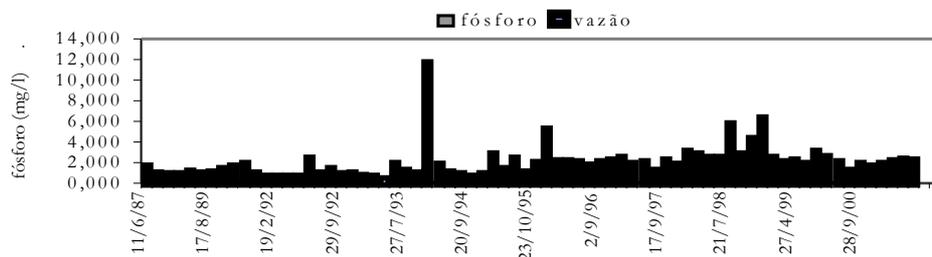


Figura 3 - Medições de concentração de fósforo e vazão. Estação AI32 (Rio Passaúna).

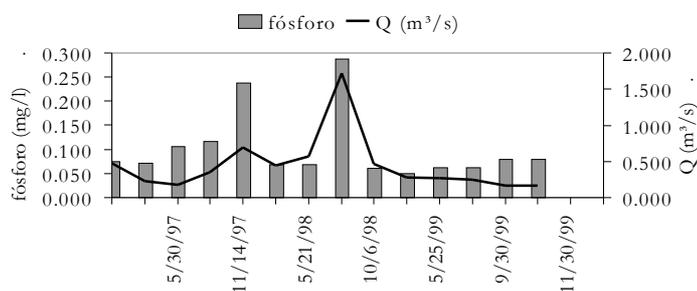


Figura 4 - Medições de concentração de fósforo e vazão. Estação AI33 (Rio Cachoeira).

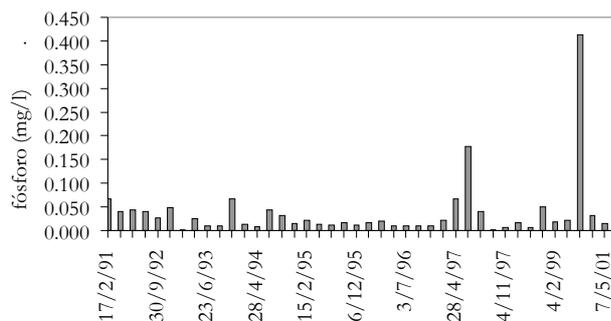


Figura 5 - Medições de concentração de fósforo. Estação AI36 (Rio Passaúna - jusante da barragem).

Tabela 1 - Parâmetros e constantes adotados na modelagem.

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
Temperatura da água – T	20°C	Decomposição de DBO - $k_d$	0,3 1/d
Coefficiente de Dispersão – E	0,5 m <sup>2</sup> /s	Sedimentação de DBO - $v_s$	0,2 m/d
Fotoperíodo - f	0,5	razão P:Chla – $a_{pa}$	1,5
Luz Média Diária – $I_a$	500 ly	razão N:Chla – $a_{na}$	8
Nível Ótimo de Luz – $I_s$	300 ly	Decomposição de DBO - $k_n$	0,3 1/d
Crescimento a 20°C – $k_{g20}$	2 (1/d)	razão O:N – $r_{on}$	3,5
Meia Saturação de N - $k_{sn}$	0,1 mg/l	razão O:Chla – crescimento – $r_{oa}$	160
Meia Saturação de P - $k_{sp}$	0,01 mg/l	razão O:Chla – respiração – $r_{oa2}$	200
Respiração e Excreção - $k_{ra}$	0,1 1/d	Saturação de Oxigênio - $o_s$	8,660 mg/l
Sedimentação de Fitoplâncton – $v_a$	0,2 m/d	Velocidade do Vento (10m) – $U_w$	2,0 m/s

**Tabela 2 - Dados de qualidade da água (média histórica) do rio Passaúna e de rios que alimentam o reservatório do Passaúna.**

	OD (mg/l)	DBO (mg/l)	Nitrog. (mg/l)	Fósf. (mg/l)
AI28 (Rio Passaúna)	8,4	1,8	0,51	0,040
AI29 (Rio Passaúna)	7,6	2,5	2,23	0,059
AI30 (Rio Passaúna)	7,4	3,2	2,7	0,090
AI31 (Rio Cachoeirinha)	8,3	1,8	0,91	0,085
AI32 (Passaúna - reservatório)	7,2	2,5	1,60	0,11
AI33 (Rio Cachoeira)	7,7	3,4	1,22	0,15
AI34 (Rio sem nome)	5,6	2,3	0,88	0,11
AI35 (Rio Ferraria)	7,9	2,7	0,96	0,13
AI36 (Passaúna - jus. barragem)	8,4	2,0	0,76	0,03

**Tabela 3- Dados do IAP de concentração de clorofila *a* (mg/m<sup>3</sup>) medidos no Reservatório do Passaúna.**

	Abr/96	Jan/97	Jul/97	Jan/98	Jul/98	Jan/00	Set/00
Estação Barragem	6,29	1,48	10,65	7,96	15,86	7,77	35,37
Estação Olaria	17,27	1,48	5,26	21,46	22,41	9,99	39,96

valores extremos de alguns parâmetros. A implantação numérica do modelo foi feita utilizando-se diferenças finitas explícita no tempo e centrada no espaço. As condições de contorno utilizadas a montante foram concentrações dos vários constituintes no rio Passaúna (estação AI30), enquanto que a jusante optou-se por usar uma condição de contorno do tipo radiativa (método das características).

## APLICAÇÃO DO MODELO

Nesta seção apresenta-se resultados do modelo proposto. O modelo foi aplicado utilizando-se, na medida do possível, dados medidos na região do reservatório como forçantes e condições iniciais. A seguir apresenta-se um resumo das informações de qualidade da água do reservatório do Passaúna obtidas através de medições relevantes efetuadas na região de interesse.

### Dados de qualidade da água

Para se utilizar o modelo proposto, é preciso que as condições iniciais e as fontes de nutrientes reflitam o que ocorre no reservatório de forma minimamente realista. O fósforo é o nutriente limitante para o crescimento de algas na região e portanto é importante a sua relação com eventos de vazões altas na bacia do Passaúna.

As Figuras 3 e 4 mostram gráficos de vazão e concentração de fósforo medidas nas estações AI32 (Rio Passaúna) e AI33 (Rio Cachoeira - afluente do Passaúna), e a Figura 5 mostra as medições de concentração de fósforo para a estação à jusante da barragem AI36, onde a vazão é controlada e não está mostrada. Note que, embora a qualidade dos dados de vazão na estação AI32 seja ruim (a

partir de 1995 a vazão média aumenta muito), provavelmente devido a problemas com a curva-chave, é possível perceber uma correlação boa entre a vazão e a concentração de fósforo medida, notadamente em 21/09/1993, quando o registro de concentração de fósforo é o maior do histórico. A mesma correlação pode ser observada na estação AI33. Claramente há um forte carreamento de fósforo para a calha do rio após eventos fortes de precipitação/vazão. As concentrações de fósforo medidas na estação AI36 (Figura 5) mostram concentrações bem abaixo das concentrações a montante da barragem. A explicação para este fato é a de que o fósforo no reservatório é consumido no processo de eutrofização. Estas concentrações de fósforo serão usadas como base para as cargas de fósforo utilizadas no modelo.

A Tabela 2 mostra os valores médios (históricos) das concentrações de OD, DBO, nitrogênio, e fósforo, medidas nas estações AI30, AI31, AI32, AI33, AI34, AI35, e AI36, localizadas em tributários ou no próprio reservatório.

Há pouca informação sobre concentrações de algas na região do reservatório do Passaúna. A Tabela 3 contém concentrações de clorofila *a* medidas em dois pontos do reservatório do Passaúna, e disponibilizadas pelo Instituto Ambiental do Paraná (IAP, 2001).

### Simulações

Foram feitas simulações considerando 4 cenários que apresentamos a seguir (por falta de informação, para todos os casos, a concentração de nitrato inicial foi tomada como zero, havendo apenas nitrogênio na forma de amônia):

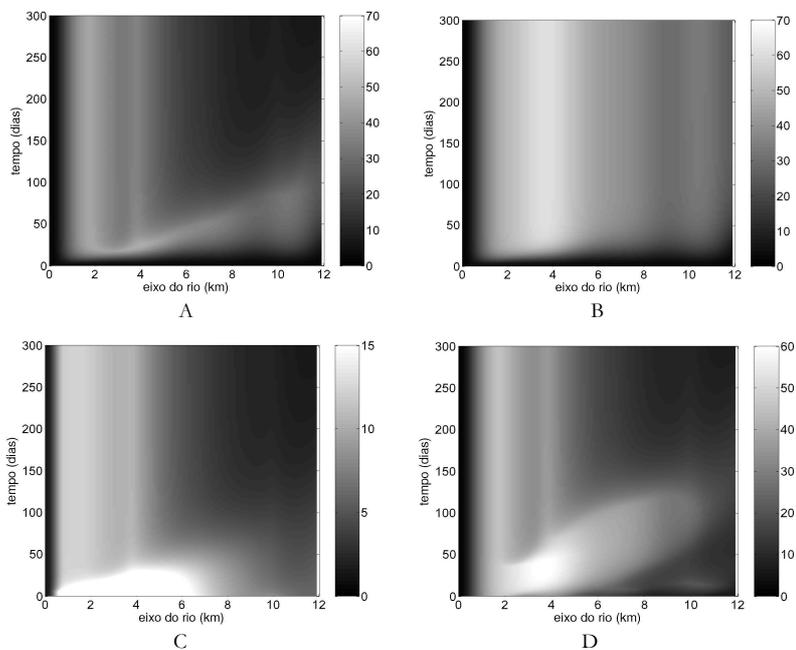


Figura 6 - Concentração de clorofila a (mg/m³). Simulações A, B, C, D.

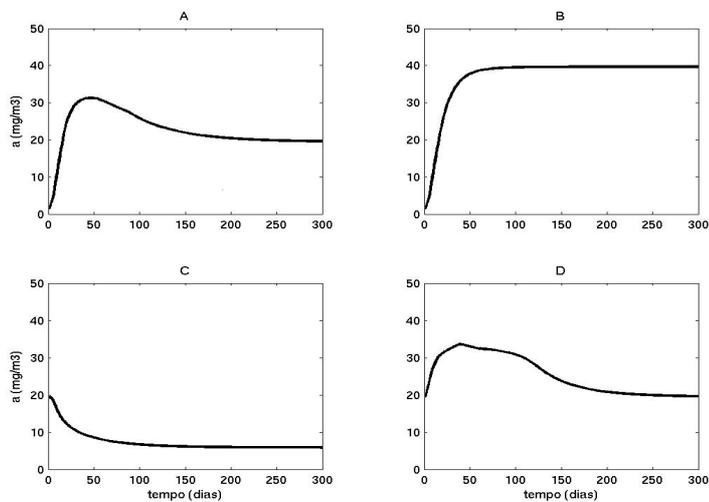


Figura 7 - Concentração de clorofila a média no reservatório ao longo do tempo para as simulações A, B, C, e D.

Tabela 4 - Classificação de reservatórios quanto à concentração de clorofila a (IAP).

Classificação	1	2	3	4	5	6	7
Clorofila a (mg/m <sup>3</sup> )	17,27	<1,5	1,5-3,0	3,1-5,0	5,1-10,0	11,0-32,0	>32

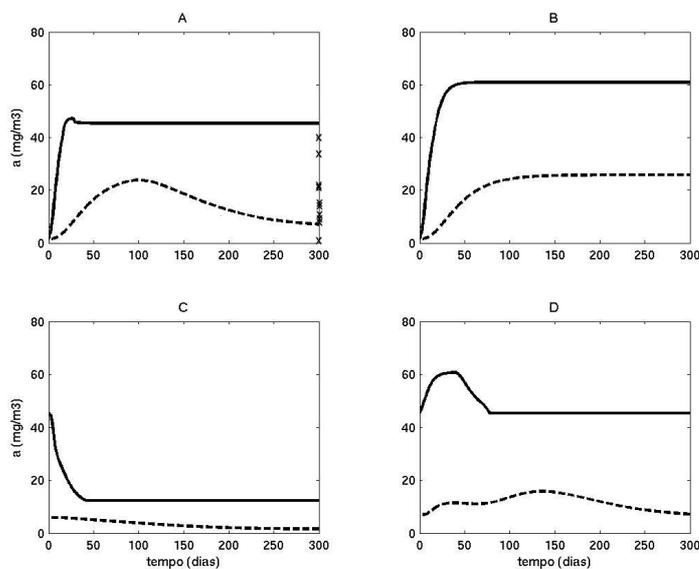


Figura 8 - Concentração de clorofila a na barragem (tracejado) e máxima no reservatório (linha cheia) ao longo do tempo.

simulação A: condição inicial de concentração de clorofila dada pelo menor valor do histórico; condições iniciais das outras variáveis dadas pelos valores na estação AI30 a montante do reservatório, cargas de nutrientes dadas pela média histórica nos respectivos tributários; simulação B: idêntica à simulação A, porém com cargas de fósforo, nitrogênio, e DBO quatro vezes maior, simulando um aumento permanente de lançamento de detritos; simulação C: condições iniciais de todas as variáveis dadas pela situação de equilíbrio (regime permanente) da simulação A, condições de contorno e cargas de detritos nitrogênio, fósforo e DBO reduzidas a 20% da média histórica (simulação A), para simular uma redução de despejo devido a ações de proteção ambiental como tratamento de esgotos, racionalização da ocupação, etc; simulação D: condições iniciais de todas as variáveis dadas pela situação de equilíbrio (regime permanente) da simulação A; condições de contorno e cargas de nitrogênio, fósforo e DBO iguais a 50 vezes os valores da média histórica (simulação A) durante 72 horas, para simular o efeito de um carreamento de detritos para o reservatório devido a um evento de chuva severo, após o qual as cargas voltam aos níveis da simulação A.

A figura 6 mostra a evolução da concentração de clorofila a em sombreados de tons de cinza para as simulações A, B, C, e D para toda a extensão do reservatório e 300 dias de simulação. Note que em todos os casos há uma tendência ao regime permanente que pode ocorrer em momentos diferentes. Na simulação A a concentração média do reservatório se estabiliza em aproximadamente

20 mg/m<sup>3</sup> após passar por um pico acima de 30 mg/m<sup>3</sup> 40 dias após o início da simulação (Figura 7A). Na simulação B o aumento na concentração de cargas em 4 vezes aumenta a concentração média de clorofila em 2 vezes, além disso, não ocorre o máximo na concentração que ocorre na simulação A (Figura 7B). A simulação C mostra que a diminuição das cargas para 20% dos valores da média histórica reduz a concentração média para aproximadamente 7 mg/m<sup>3</sup>, ou seja, há uma redução para 35% do valor anterior (Figura 7C). A simulação D de um aumento brusco de carga (50 vezes maior que a média histórica) durante 3 dias está mostrada na Figura 7D. Note que a concentração média de clorofila chega a aproximadamente 35 mg/m<sup>3</sup> após 40 dias de simulação, mas decai para o valor de equilíbrio da simulação A após aproximadamente 200 dias do início da simulação. A Figura 8 mostra gráficos semelhantes ao da figura 7, porém com concentrações no último ponto do domínio (barragem) e no ponto onde a concentração era máxima naquele momento. Note que os máximos são bem maiores que os valores médios da Figura 8, e que as concentrações na barragem são, por sua vez, menores que as médias. Note que os valores encontrados nestas simulações estão compatíveis com valores medidos (Tabela 3), valores estes marcados no eixo vertical direito da Figura 8A.

Baseado em limites de índice de qualidade da água, o Instituto Ambiental do Paraná (IAP) desenvolveu uma matriz classificando os reservatórios em classes de 1 a 6 em ordem crescente de comprometimento de qualidade. Cada classe tem associada limites para parâmetros de qua-

lidade da água. A Tabela 4 mostra esta matriz. Note que, baseado apenas no índice de clorofila, o reservatório do Passaúna é comprometido.

## CONCLUSÕES

Neste trabalho foi desenvolvido um modelo bastante simples de eutrofização. Este modelo foi capaz de mostrar que o reservatório do Passaúna de fato se encontra com grau relativamente alto de comprometimento com relação ao crescimento de algas, dados os níveis atuais de lançamento de carga em seus tributários. As simulações mostraram que as concentrações de clorofila podem ser reduzidas a valores mais aceitáveis reduzindo-se as cargas de nutrientes para o reservatório. Outro resultado importante é a consideração da inércia das concentrações de clorofila quando o lago é bombardeado por altas cargas de nutrientes provenientes de eventos severos, podendo o lago levar até meses para voltar ao seu estado de equilíbrio. Este resultado mostra a importância de se fazer campanhas de medições mais longas e de se fazer campanhas de medições que procurem correlacionar melhor as cargas de nutrientes com eventos extremos de chuva/vazão.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à SUDERHSA (Superintendência de Desenvolvimento de Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental) e ao IAP (Instituto Ambiental do Paraná) pelo fornecimento de dados hidrológicos e de qualidade de água do Reservatório do Passaúna.

## REFERÊNCIAS

- BRAWN, L. C., BARNWELL JR, T. O., (1985) Computer Program Documentation for the enhanced Stream Water Quality Model QUAL2E. US – EPA – Env. Res. Lab., Athens, Relatório GA.EPA/600-3-85/065.
- BROECKER, H. C., PETERMANN, J., e SIEMS, W. (1978) The Influence of Wind on CO<sub>2</sub> Exchange in a Wind-Wave Tunnel. *J. Marine Res.* 36(4) 511-577.
- CEHPAR, (1990). Projeto HG-64. Avaliação do Potencial Hídrico da Região Metropolitana de Curitiba. Relatório Final. Janeiro/90.
- CHAPRA, S. C. (1997) Surface Water-Quality Modeling. McGraw-Hill.
- DI TORO, D. M. (1978). Optics of Turbid Estuarine Waters: Approximations and Applications. *Water Res.* 12 1059-1068.
- EPPLEY, R. W. (1972). Temperature and Phytoplankton Growth in the Sea. *Fishery Bulletin* 70(4):1063-1085, 1972.
- FORD, D. E. e L. S. JOHNSON, L. S. (1986). An Assessment of Reservoir Mixing Processes. U. S. Army Corps of Engineers, Waterways Experiment Station, Tech. Report, EL-86-7.
- GAUDY, A. F., GAUDY, E. T. (1980) *Microbiology for Environmental Scientists and Engineers*. McGraw-Hill.
- IAP (2001). Resultado do Sistema de Avaliação, Classificação e Monitoramento da Qualidade das Águas dos Reservatórios do Estado do Paraná. Instituto Ambiental do Paraná - Secretaria do meio Ambiente e Recursos Hídricos.
- RILEY, G. A. (1956). Oceanography of Long Island Sound 1952-1954. II. *Physical Oceanography, Bull. Bingham. Oceanog. Collection* 15, 15-16.
- STEELE, J. H. (1965). *Notes on Some Theoretical Problems in Production Ecology*. University of California Press. Berkeley, CA.
- STUMM, W. e MORGAN, J. J. (1981). *Aquatic Chemistry*. Wiley-Interscience.

### **Implementation of a Model to Simulate Eutrophication In Passaúna Reservoir- Curitiba- PR- Brazil**

#### **ABSTRACT**

*This article presents a study modeling the evolution of chlorophyll concentration (eutrophication) in a reservoir that receives sewage/nutrient loads. The site is described: Passaúna reservoir, located in the Metropolitan area of Curitiba, in the state of Paraná, Brazil. Then the theoretical basis of the problem formulation is presented in each of its aspects and each stage adopted for the eutrophication process, including a mathematical model with six variables considered essential for the process. The model, in the form of a system of partial differential equations, is discretized using the method of finite differences and implemented in a computer program. The model is then applied to the case of Passaúna Reservoir, for which there is a set of relevant data to be used by the model. A number of possible modeling scenarios are presented for this reservoir.*

*Key words: Eutrophication, mathematical modeling, water quality, nutrients, reservoirs*