

## Modelo de Previsão de Vazão Baseado no Hidrograma Unitário

Ana Maria Barbosa

Leorondstrasse 64/4, D-80636 - München, Alemanha

[georg.rauter@gefasoft.de](mailto:georg.rauter@gefasoft.de)

Heinz Dieter Fill

Departamento de Hidráulica e Saneamento, Universidade Federal do Paraná, Jardim das Américas  
81531-990 Curitiba, PR - [fill@cce.ufpr.br](mailto:fill@cce.ufpr.br)

Recebido: 16/11/00 - revisão: 25/01/01 - aceito: 23/07/01

---

### RESUMO

O objetivo deste trabalho é a definição de um modelo de previsão de vazões utilizando o hidrograma unitário para a estação de Porto Amazonas, situada na bacia do Rio Iguaçu, que possui uma área de drenagem de 3660 km<sup>2</sup>. O modelo proposto é baseado na função de transferência - o hidrograma unitário - transformando chuva efetiva em vazão superficial. A precipitação efetiva é calculada pelo coeficiente de escoamento, considerado constante para todos os eventos. Usando o hidrograma de escoamento direto e as descargas totais observadas, a previsão do escoamento de base é atualizada para cada intervalo de tempo. As previsões das descargas foram feitas para 24 e 48 horas e os resultados obtidos foram confrontados com as vazões observadas.

**Palavras-chave:** hidrograma unitário; previsão de vazões.

---

### INTRODUÇÃO

É inegável a importância da previsão de vazões na operação contínua de sistemas de recursos hídricos destinados ao controle de cheias, seja no desenvolvimento e projeto de obras hidráulicas (canais, diques, reservatórios) como no planejamento e implantação de medidas não-estruturais (sistema de aviso, seguro enchente, relocação, etc.). As previsões de vazão de curto prazo são usadas com frequência na operação de sistemas de recursos hídricos destinados a múltiplos usos, como por exemplo: controle de cheias, geração de energia elétrica, navegação, etc. A previsão de cheias para sistemas de alerta e de ações da Defesa Civil são por demais óbvias para serem detalhadas.

Os modelos conceituais, que consideram no seu desenvolvimento, embora simplificados, os fenômenos físicos envolvidos, trazem um forte apelo para que os seus resultados sejam melhores que os modelos empíricos, apesar de que na prática isso nem sempre se observa. Um dos modelos conceituais mais simples para representar cheias em pequenas e médias bacias é o chamado hidrograma unitário, proposto inicialmente por Sherman (1932). Exemplos de aplicação de hidrograma unitário para previsão de vazões são apresentados por Chander et al. (1984), Groves (1977), Versiani (1983) e Barbosa (2000).

Um modelo de previsão baseado no hidrograma unitário pode ser dividido em várias etapas, onde se relacionam os problemas e dificuldades na obtenção dos parâmetros envolvidos. Essas etapas são:

- determinação das ordenadas do hidrograma unitário;
- estimativa da chuva efetiva;
- determinação dos escoamentos superficial e subterrâneo;
- previsão de vazões.

Para a determinação do hidrograma unitário foi, no presente trabalho, utilizado o método da inversão matricial equivalente ao método dos mínimos quadrados.

Para calcular as precipitações efetivas foram testados três modelos do SCS (Soil Conservation Service), modelo das curvas de infiltração e o modelo do coeficiente de escoamento. A atualização das previsões é feita pela correção do escoamento de base ou subterrâneo.

## METODOLOGIA

### Modelo para o escoamento direto ou superficial

O escoamento superficial é o fluxo sobre a superfície de terra e por seus múltiplos canais. Identificado o hidrograma unitário ( $U_p$ ) e as precipitações efetivas, o deflúvio decorrente do escoamento direto ou superficial, na seção de interesse, é calculado pela seguinte relação:

$$Q_{s_n} = \sum_{m=1}^{n \leq M} P_m U_{n-m+1} \quad (1)$$

onde  $P_m$  = Precipitação efetiva no intervalo  $(m-1)\Delta t$  a  $m\Delta t$ ;  $U_p$  = ordenadas do hidrograma unitário para o tempo  $p\Delta t$ .  $Q_{s_n}$  = escoamento direto ou superficial no tempo  $n\Delta t$ .

A separação do escoamento superficial que corresponde à precipitação efetiva pode ser realizada por métodos gráficos (Pinto, 1959; Chow et al., 1988). O método mais simples é identificar dois pontos A e C, correspondentes ao início e ao final do escoamento superficial, e ligá-los com uma reta. O ponto A é facilmente determinado no início do ramo de ascensão do hidrograma. O ponto C pode ser determinado por inspeção visual que é um dos procedimentos mais simples e se baseia na plotagem das vazões numa escala mono-log. Como a recessão do escoamento subterrâneo tende a seguir uma equação exponencial, numa plotagem mono-logarítmica a mesma tende para uma reta. Assim, o ponto C é identificado quando a recessão do hidrograma se torna uma reta no papel mono-log.

### Estimativa do hidrograma unitário

Para obtenção do hidrograma unitário de eventos complexos, um dos métodos que se pode utilizar é o de Inversão Matricial, metodologia apresentada por TVA (1961), citado por Tucci (1993) e Chow et al. (1988).

Sejam os registros de precipitação efetiva com intervalo de tempo  $\Delta t$ ,  $P_1, P_2, \dots, P_m$ . As vazões resultantes desses registros de precipitação para o mesmo intervalo de tempo são  $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$ . O número de ordenadas do hidrograma unitário é  $k = n - m + 1$ , ou seja  $U_1, U_2, \dots, U_k$ . As operações dessas variáveis são:

$$Q_n = \sum_{m=1}^{n \leq M} P_m U_{n-m+1}$$

ou em notação matricial:

$$\begin{aligned} Q_1 &= P_1 U_1 \\ Q_2 &= P_2 U_1 + P_1 U_2 \\ Q_3 &= P_3 U_1 + P_2 U_2 + P_1 U_3 \end{aligned}$$

$$P \cdot u = q \quad (2)$$

onde:

$$P = \begin{vmatrix} P_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ P_2 & P_1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_m & P_{m-1} & \dots & P_1 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & P_m \end{vmatrix}; u = \begin{vmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \dots \\ \dots \\ U_k \end{vmatrix}; q = \begin{vmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \dots \\ \dots \\ Q_{n-1} \end{vmatrix}$$

Multiplicando ambos os lados da Equação (2) pela matriz transposta da matriz precipitação  $P^T$  resulta:

$$P^T \cdot P \cdot u = P^T \cdot q$$

fazendo:

$$X = P^T \cdot P$$

resulta:

$$X \cdot u = P^T \cdot q$$

e:

$$u = X^{-1} \cdot P^T \cdot q \quad (3)$$

Selecionados alguns eventos e determinado o hidrograma unitário dos diferentes eventos, é necessário sintetizar um hidrograma unitário único para a bacia, já que certamente cada evento apresentará um hidrograma unitário diferente em magnitude e distribuição temporal. Para sintetizar um único hidrograma unitário para a bacia pode-se posicionar os hidrogramas unitários com base na origem, obtendo a média das ordenadas para cada intervalo de tempo ou posicionar os hidrogramas unitários com base nos picos, obtendo a média das ordenadas para cada intervalo de tempo. Neste trabalho utilizou-se o primeiro destes processos.

### Modelos analisados para a precipitação efetiva

#### 1. Modelo SCS:

Pela metodologia do SCS (Conservation Service) a equação para a precipitação efetiva é dada por (Chow et al., 1988):

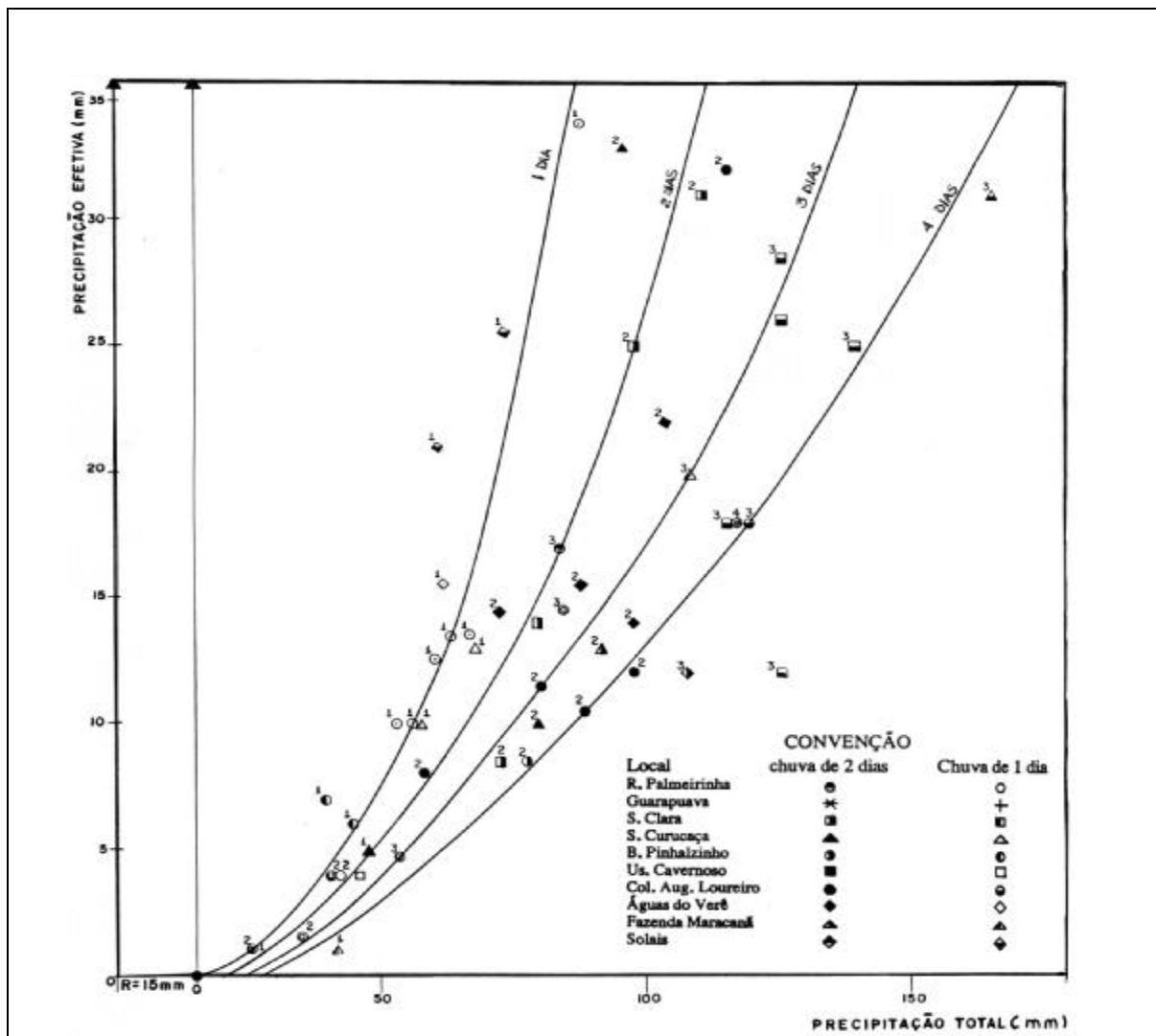


Figura 1. Curvas de infiltração.

$$P_e = \frac{(P - I_a)^2}{P - I_a + S} \quad (4)$$

onde  $P$  é a precipitação total;  $P_e$  a precipitação efetiva;  $S$  a retenção potencial máxima; e  $I_a$  as abstrações (perdas) iniciais.

O Soil Conservation Service recomenda utilizar para as abstrações iniciais as seguintes relações empíricas:

$$I_a = 0,2S \quad (5)$$

O parâmetro  $S$  está relacionado com as condições de umidade, o tipo de solo e a cobertura

vegetal da bacia através do parâmetro CN (Number Curve) tabelado pelo SCS através da fórmula:

$$S = \frac{25400}{CN} - 254 \quad (6)$$

Para eventos pluviais variáveis no tempo a Equação (4) pode ser usada para as precipitações acumuladas parciais.

## 2. Modelo das curvas de infiltração:

Mine e Fill (1987) traçaram curvas de infiltração e retenção em função da precipitação total para chuvas com durações variadas em várias bacias hidrográficas do médio e baixo rio Iguaçu.

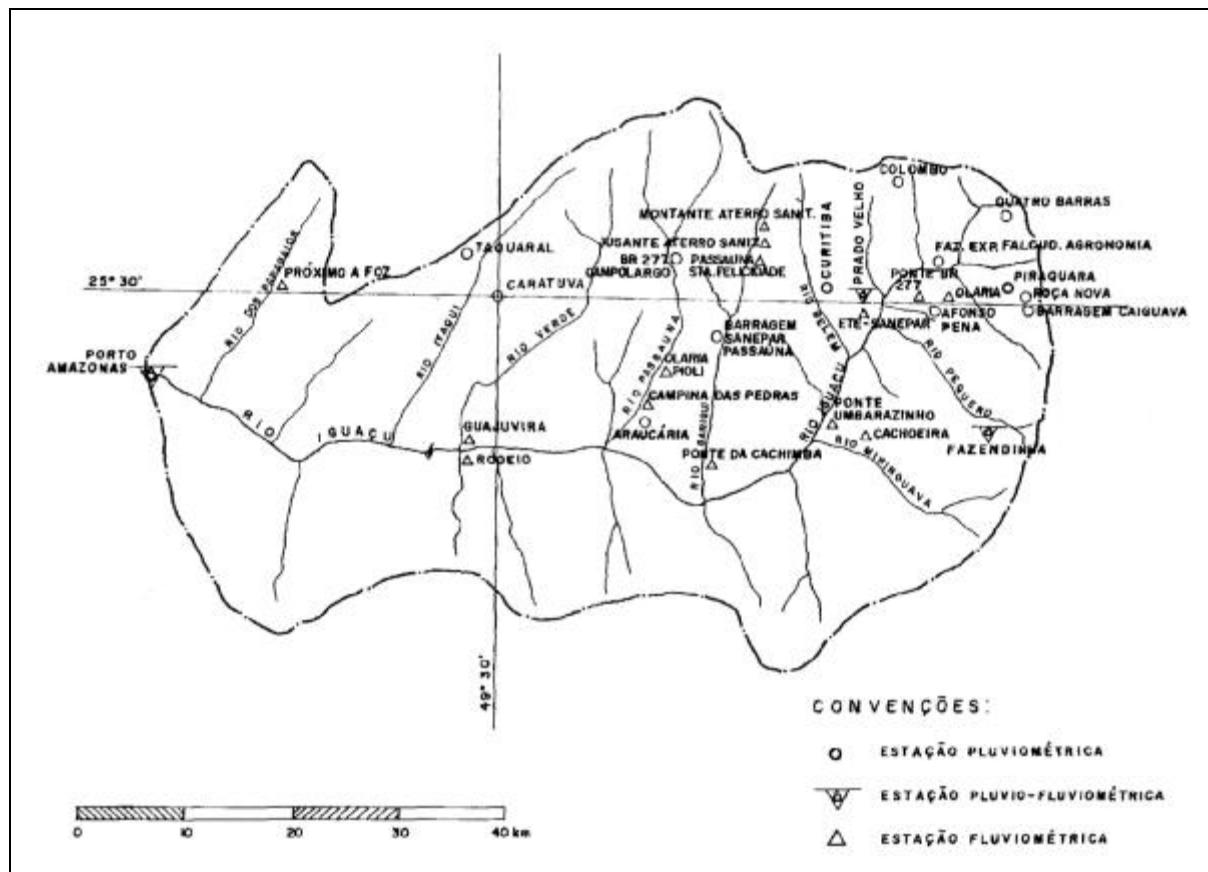


Figura 2. Localização das estações na bacia.

Foram usados 10 locais nos rios Palmital, Jangada, Areia, Iratim, Jordão, Cavernoso e Chopim com áreas de drenagem variando de 350 km<sup>2</sup> a 6720 km<sup>2</sup> e utilizando-se eventos pluviais de 1 a 4 dias de duração. A partir das curvas de infiltração e retenção de Mine e Fill (1987) foram obtidas as curvas do gráfico da Figura 1 que relaciona a precipitação efetiva e a precipitação total para chuvas de 1 a 4 dias de duração.

### 3. Modelo do coeficiente de escoamento:

Denomina-se coeficiente de escoamento a relação entre o volume de escoamento superficial e o volume total precipitado, e pode, por razões diversas, variar sensivelmente de um episódio pluvial para outro e mesmo ao longo de um mesmo episódio pluvial. Vários fatores influenciam o valor do coeficiente de escoamento entre características da bacia hidrográfica (relevo, vegetação, geologia, tipo e uso do solo, etc.), características das chuvas (duração, intensidade, distribuição espacial) e condições iniciais de umidade.

A precipitação efetiva ( $P_e$ ) no instante  $t$  é determinada pela seguinte relação:

$$P_e = C P \quad (7)$$

onde  $C$  = coeficiente de escoamento superficial;  $P$  = precipitação total.

Comparando-se as previsões obtidas para cada um dos modelos de precipitação efetiva acabou-se por optar pelo coeficiente de escoamento, que, embora simples, conduziu às previsões mais coerentes para cheias de pequena magnitude, como pode ser visto na Figura 5.

### Modelo para o escoamento de base ou subterrâneo

Define-se a curva de recessão para escoamento de base de um rio como sendo a vazão expressa em função do tempo, durante um período sem precipitações significativas, em que o rio é

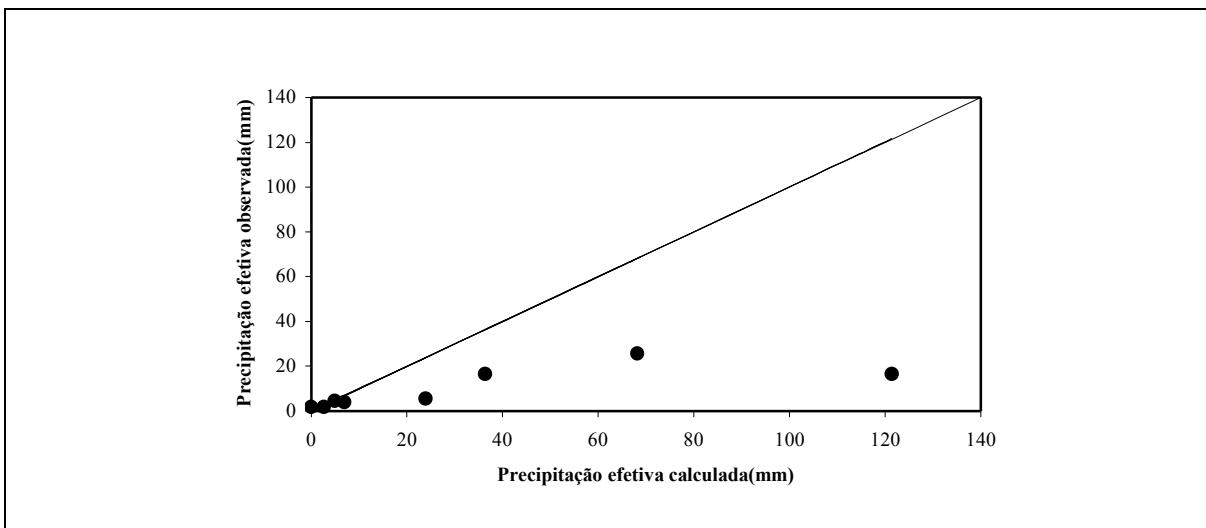


Figura 3. Relação entre a precipitação efetiva calculada e observada (método SCS).

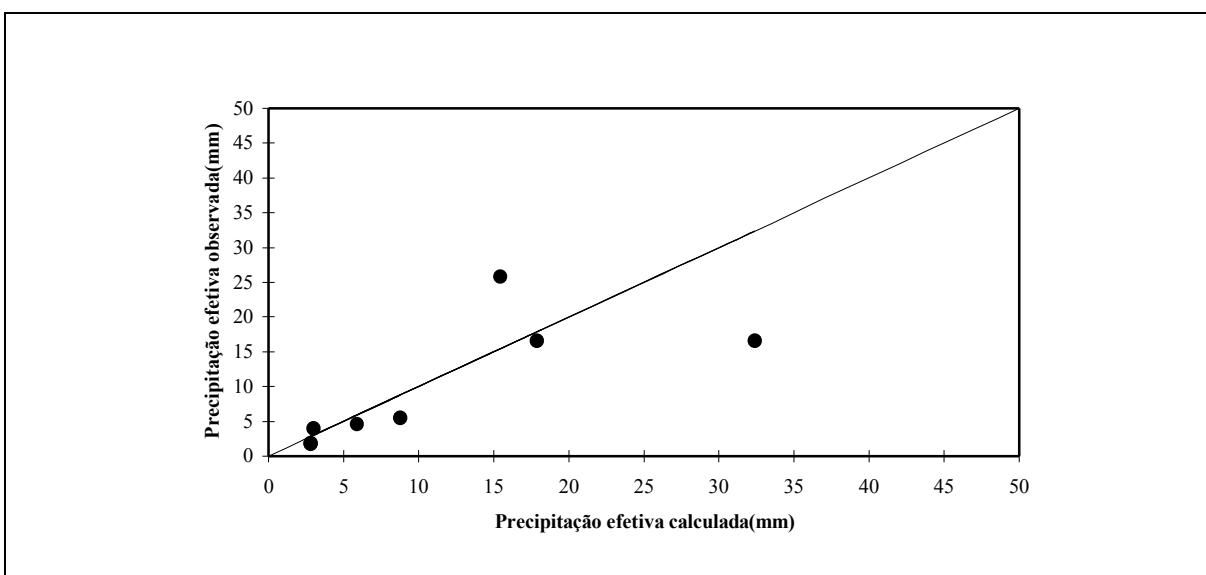


Figura 4. Relação entre a precipitação efetiva calculada e observada (método das curvas de infiltração).

alimentado exclusivamente pelas contribuições do aquífero subterrâneo.

Boussinesq (Kruger, 1990) apresentou a seguinte equação que modela, com boa aproximação, o escoamento do rio no período de recessão:

$$Q_t = Q_0 e^{-\alpha \Delta t} \quad (8)$$

onde  $Q_0$  = vazão no início da recessão;  $Q_t$  = vazão após um período de tempo  $\Delta t$ ;  $\alpha$  = constante de depleção;  $e$  = base dos logaritmos naturais ( $e = 2,7182818\dots$ ).

A constante  $\alpha$  pode ser determinada graficamente através da inclinação dos trechos de recessão, quando plotados em papel monológarítmico ou através do ajuste da Equação (8) pelo método dos mínimos quadrados, considerando-se períodos sem chuvas.

#### Modelo de atualização

No modelo proposto, o coeficiente de escoamento é considerado constante e são atualizadas, a cada passo, as vazões de base. Tem-se a seguinte

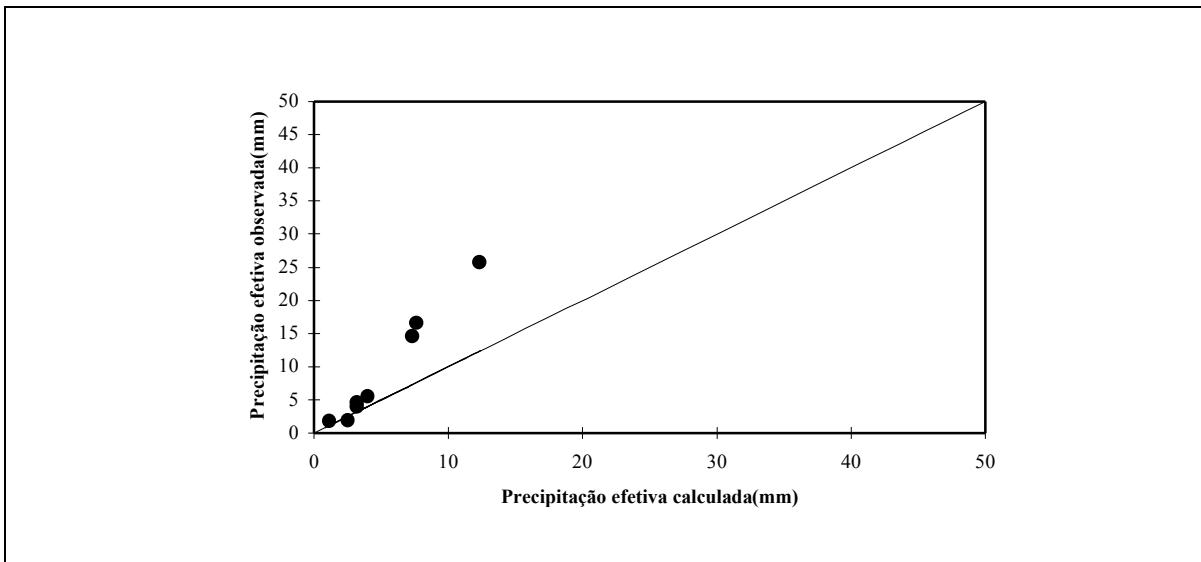


Figura 5. Relação entre a precipitação efetiva calculada e observada (modelo do coeficiente de escoamento).

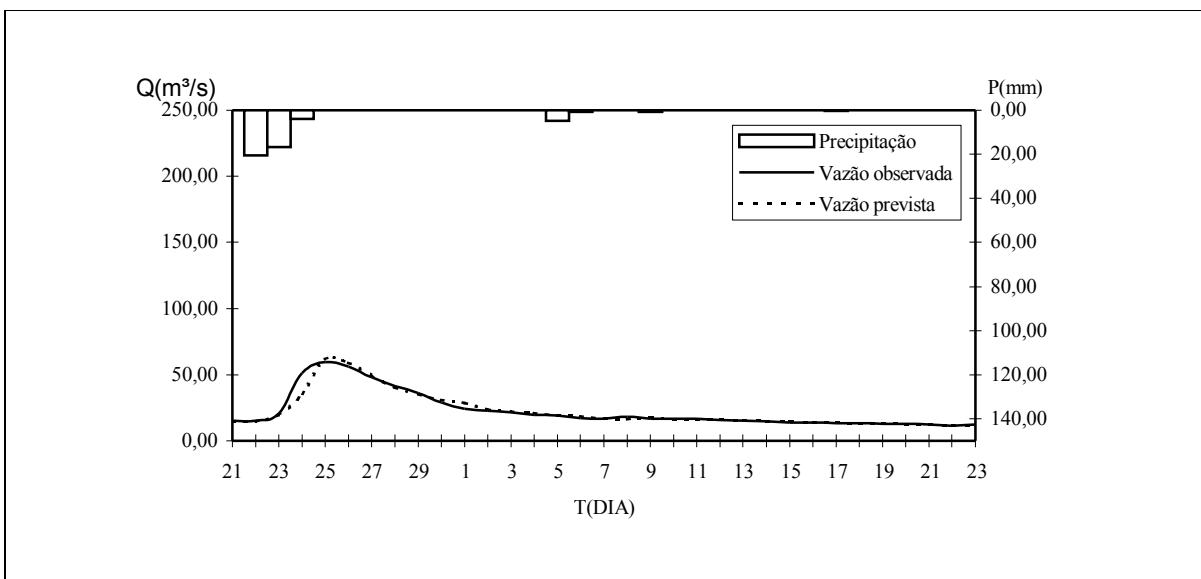


Figura 6. Junho/1959 – hidrograma resultante da aplicação do modelo para previsão de 24 h ( $c = 0,12$ ).

situação: sabe-se a precipitação média diária e a vazão total observada no instante  $n$  e se quer prever a vazão total no instante  $n+1$ .

1º passo: se a precipitação média diária for maior que 10,0 mm é considerado o início de um evento de cheia e o hidrograma unitário é aplicado. Se a precipitação média diária for menor que 10,0 mm admite-se que não há escoamento superficial e as previsões das vazões são feitas somente pelo modelo do escoamento de base ( $Q_{n+1} = Q_n \cdot e^{-\alpha}$ ).

2º passo: no caso de se iniciar um evento de cheia toma-se  $n = 0$  e a precipitação efetiva  $P_0$  no primeiro intervalo é calculada pela seguinte relação:

$$P_{e0} = \begin{cases} C (P_0 - R) \text{ se } P_0 > R \\ 0 \text{ caso contrário} \end{cases} \quad (9)$$

onde  $C$  é o coeficiente de escoamento constante;  $P_0$  a precipitação total registrada no instante  $t = 0$ ;  $R$  a retenção constante.

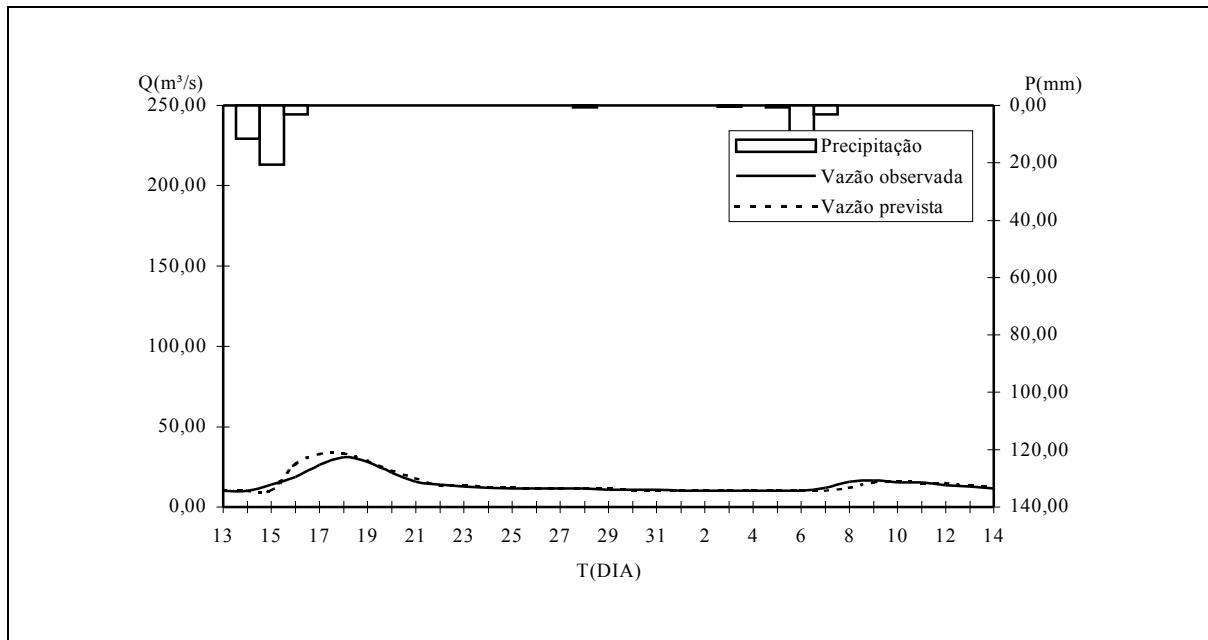


Figura 7. Maio/1968 – hidrograma resultante da aplicação do modelo para previsão de 24 h ( $c = 0,12$ ).

3º passo: a vazão de base prevista  $\hat{Q}b_1$  no final do primeiro intervalo é considerada igual à vazão observada no instante  $t = 0$  ( $Q_0$ ).

$$\hat{Q}b_1 = Q_0 \quad (10)$$

4º passo: a vazão do escoamento superficial prevista (final do primeiro intervalo) é calculada pela convolução das ordenadas do hidrograma unitário e da precipitação efetiva.

$$\hat{Q}s_1 = Pe_0 U_1 \quad (11)$$

5º passo: a vazão total prevista  $\hat{Q}_1$  no tempo  $n = 1$  é igual a soma da vazão de base prevista  $\hat{Q}b_1$  e a vazão superficial prevista  $\hat{Q}s_1$ .

$$\hat{Q}_1 = \hat{Q}s_1 + \hat{Q}b_1 \quad (12)$$

6º passo: para o intervalo seguinte, após substituir  $n$  por  $n + 1$ , a vazão de base é atualizada, subtraindo-se da vazão observada  $Q_n$  a vazão superficial calculada  $\hat{Q}s$ .

$$\hat{Q}b_{n+1} = Q_n - \hat{Q}s_n \quad (13)$$

Para evitar oscilações excessivas nas estimativas da vazão de base, um limite para variação da mesma é imposto pelo programa.

$$Qb_{n+1} \leq 3,5Qb_n \quad (14)$$

7º passo: a seguir calculam-se a precipitação efetiva  $Pe_n$ , a vazão superficial  $\hat{Q}s_{n+1}$  prevista (modelo para o escoamento superficial) e a vazão total prevista  $\hat{Q}_{n+1}$  para o novo valor de  $n$ .

$$Pe_n = CP_n \quad (15)$$

$$\hat{Q}_{n+1} = \sum_{m=0}^{n \leq M} Pe_m U_{n-m+1} \quad (16)$$

$$\hat{Q}_{n+1} = Qs_{n+1} + \hat{Q}b_{n+1} \quad (17)$$

A seguir volta-se ao início do 6º passo repetindo esta rotina até o fim do escoamento superficial, onde:

$$Qs_{M+P} = Pe_M U_P \quad (18)$$

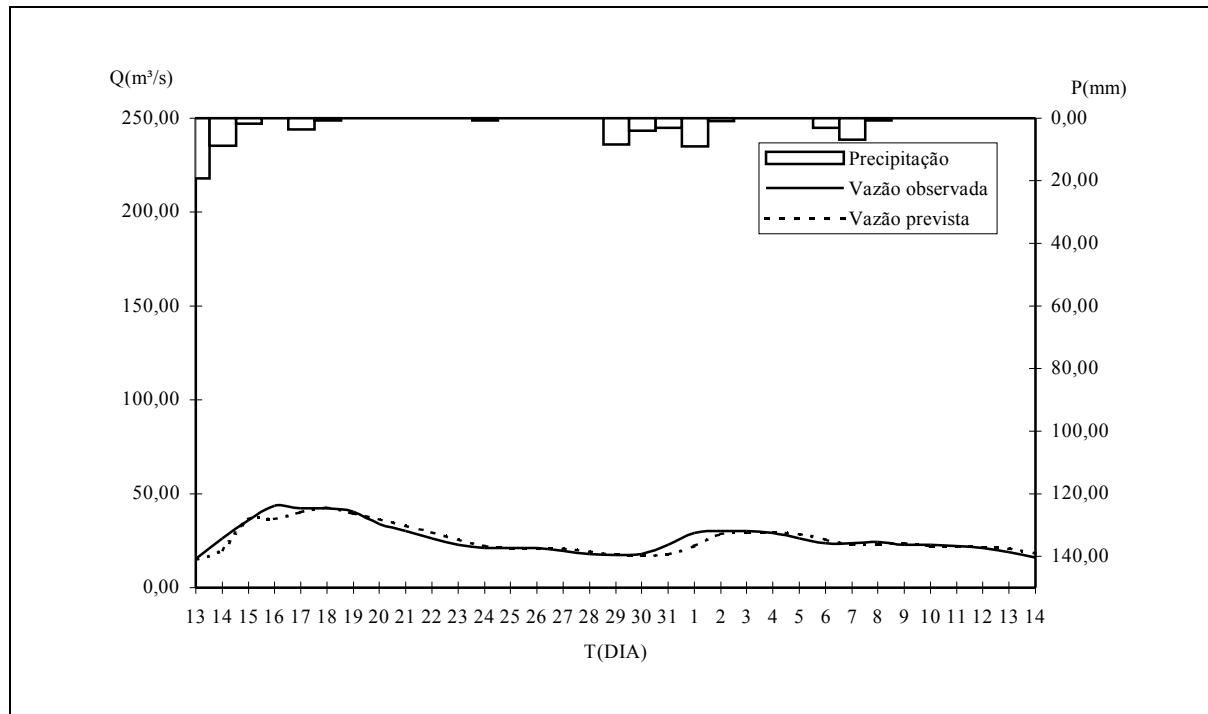


Figura 8. Agosto/1977 – hidrograma resultante da aplicação do modelo para previsão de 48 h ( $c = 0,12$ ).

sendo  $Pe_M$  a última precipitação efetiva não nula e  $U_p$  a última ordenada não nula do hidrograma unitário. Para previsão com horizonte de 48 horas o procedimento é similar.

$$Pe_m = CP_m \quad (19)$$

$$\hat{Q} s_{n+2} = \sum_{m=0}^{n \leq M} Pe_m U_{n-m+2} \quad (20)$$

$$\hat{Q} s_{n+2} = Qs_{n+2} + \hat{Q} b_{n+2} \quad (21)$$

### Aplicação do modelo

A aplicação do modelo foi feita com base nos dados de vazões médias diárias e precipitações diárias do posto pluvio-fluviométrico de Porto Amazonas e totais diárias de precipitação da estação pluviométrica de Curitiba localizados na Figura 2.

Foram escolhidos, subjetivamente, os seguintes eventos para calcular a precipitação efetiva: maio/53, maio/55, junho/59, julho/66, maio/68, agosto/77, maio/82 e maio/91. As Figuras 3 a 5 mostram a relação entre a precipitação efetiva calculada e a observada para os três modelos estudados: modelo SCS, modelo das curvas de infiltração e modelo do coeficiente de escoamento.

As Figuras 6 a 9 mostram a vazão prevista em comparação com a vazão observada para quatro das oito cheias analisadas. Para estas cheias de magnitude moderada o ajuste foi bastante satisfatório.

### Erro padrão do modelo

Foram calculados os erros padrão das previsões para avaliar objetivamente a precisão do modelo e que são mostrados na Tabela 1. O erro padrão foi calculado para cada evento como:

$$e_p = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^n (\hat{Q}_i - Q_i)^2}{n}} \quad (22)$$

onde  $\hat{Q}_i$  = vazão prevista;  $Q_i$  = vazão observada;  $n$  = número de valores.

Também calculou-se um erro padrão relativo:

$$e_{rp} = \frac{e_p}{\bar{Q}} \quad (23)$$

sendo  $\bar{Q}$  a vazão média observada ao longo do evento. Os erros padrões para os vários eventos estudados são mostrados na Tabela 1.

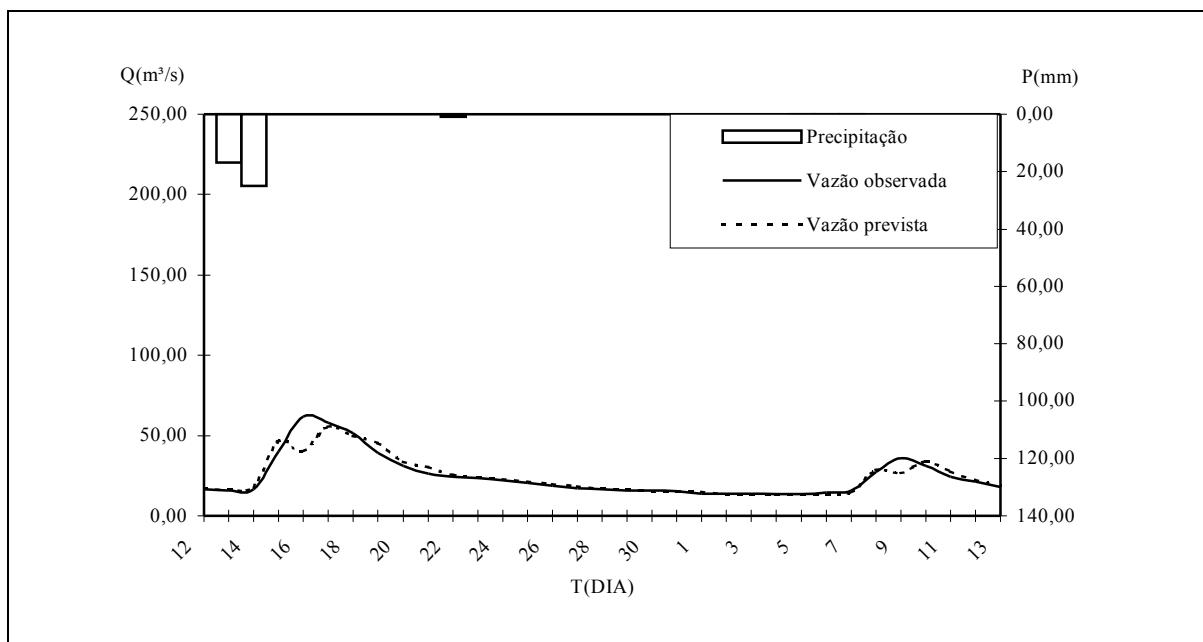


Figura 9. Maio/1991 – hidrograma resultante da aplicação do modelo para previsão de 48 h ( $c = 0,12$ ).

Tabela 1. Resumo dos resultados obtidos pelo modelo de previsão adotado.

Evento	Nº elem.	Vazão média ( $m^3/s$ )	Desvio padrão ( $m^3/s$ )	Erro padrão da estimativa ( $m^3/s$ )	
				24 horas	48 horas
Mai/40	33	49,65	39,21	20,78	16,66
Mai/53	33	53,13	26,70	13,97	13,19
Mai/55	33	87,46	59,26	33,46	32,60
Jun/59	33	22,51	13,54	3,05	2,62
Jul/66	33	20,79	6,30	4,49	4,36
Mai/68	33	14,20	5,34	2,18	3,31
Ago/77	33	26,04	7,81	2,48	2,63
Mai/82	33	34,32	31,95	18,60	13,44
Mai/91	33	24,39	12,93	2,54	4,61

## CONCLUSÃO

O presente trabalho mostrou que o hidrograma unitário, apesar das simplificações e restrições na sua utilização, forneceu bons resultados particularmente no caso de cheias de magnitude pequena e média. Um fator importante que prejudicou a qualidade da previsão para as vazões altas é a heterogeneidade da bacia em 1/3 urbana e 2/3 rural e o uso de um modelo concentrado em uma área de drenagem tão grande. Outros fatores que interferem nas previsões são erros na estimativa da precipitação média na bacia, a adoção de um único hidrograma unitário e a adoção de um coeficiente de escoamento constante para a determinação da chuva efetiva.

Recomenda-se testar a aplicabilidade do modelo para bacias menores ( $A < 1000 \text{ km}^2$ ) e mais homogêneas no uso do solo. No caso de bacias maiores, a subdivisão da bacia em sub-bacias, calculando a propagação dos hidrogramas entre sub-bacias com modelos hidrológicos (por exemplo, Muskingum) deverá melhorar o desempenho. Para a atualização do escoamento de base, talvez seja mais apropriado usar um esquema de ponderação para distribuir o erro de previsão entre estimativas do escoamento superficial e de base.

## REFERÊNCIAS

- BARBOSA, A. M. (2000). *Modelo de previsão de vazão baseado no hidrograma unitário*. Curitiba, UFPR, p. 92. Dissertação (Mestrado).
- CHANDER, S. & SHANKER, H. (1984). Unit hydrograph based forecast model. *Hydrological Sciences Journal*, vol. 29, p. 279 - 291.
- CHOW, Ven Te; MAIDMENT, D. R. & MAYS, L. W. (1988). *Applied hydrology*. New York: McGraw-Hill.
- GROVES, J. E. (1977). *Application of unit hydrograph techniques to an East Middland River for flood forecasting*. Birmingham: University of Birmingham, Dissertação (Mestrado).
- KRUGER, C. M. (1990). Projeto HG-64. *Avaliação do potencial hídrico da região metropolitana de Curitiba*: relatório final. Curitiba: CEHPAR, janeiro.
- MINE, M. R. M. e FILL, H. D. O. A. (1987). Um estudo de previsão de enchentes no Iguaçu em União da Vitória. In: Simpósio Brasileiro de Hidrologia e Recursos Hídricos, 7, Salvador. *Anais*. Salvador, ABRH, 1987, vol. 1, p. 562 - 577.
- PINTO, N. de S. (1959). *Estabelecimento do hidrograma unitário para uma bacia hidrográfica*, Curitiba: CEHPAR.
- SHERMAN, L. K. (1932). The unit hydrograph method, in Meinzer. *Hydrology*. Nova York: Dover.
- TENNESSEE VALLEY AUTHORITY (1961). *Matrix operations in hydrograph computations*. Knowville: TVA (Research Paper n°1).
- TUCCI, C. E. M. (1993). *Hidrologia: ciência e aplicação*. Porto Alegre: Ed. da Universidade: ABRH.
- VERSIANI, B. R. (1983). *Modélisation de la relation pluie - débit pour la prévision des crues*. Etude comparative de 2 méthodes globales et application au bassin du Gardon à Anduze. Grenoble: L'Université Scientifique et Médicale et L'Institut National Polytechnique de Grenoble, p. 242. Tese (Doutorado).

## Flow Forecasting Model Based on a Unit Hydrograph

### ABSTRACT

This paper aims to define a flow forecasting model using a unit hydrograph for the Porto Amazonas station, located in Iguaçu River Basin, which has a drainage area of 3660 km<sup>2</sup>. The model proposed is based on the transfer function – the unit hydrograph – transforming effective rainfall into surface flow. The effective precipitation is calculated using the runoff coefficient, considered constant for all events. Using the direct runoff hydrograph and the total discharges observed, the forecast of base runoff is updated for each time interval. The discharge forecasts were performed for 24 and 48 hours, and the results obtained were compared to the flows observed.

*Keywords: unit hydrograph; flow forecast.*