

Calibração de Modelo Hidráulico de Rede de Distribuição de Água

Antonio Marozzi Righetto

LARHISA - Depto. Eng. Civil - Centro de Tecnologia - UFRN - Centro Universitário - Caixa Postal 1524
59072-970 Natal, RN - righetto@ct.ufrn.br

Recebido: 14/08/00 - revisão: 24/01/01 - aceito: 10/05/01

RESUMO

Os modelos operacionais de rede urbana de distribuição de água são importantes para otimizar a operação do sistema tanto no aspecto de minimização de gastos com energia elétrica quanto de maximização de oferta de água com pressão adequada.

No entanto, verifica-se a quase inexistência da prática de modelagem matemática dos sistemas de distribuição de água, de um lado pela falta de treinamento adequado dos técnicos de operação; de outro, pela dificuldade em se obter um modelo devidamente calibrado que consiga reproduzir as condições hidráulicas de um determinado sistema de distribuição de água.

A dificuldade em se calibrar um modelo hidráulico de rede está nas incertezas envolvidas quanto às informações das demandas ou vazões de consumo atribuídas aos vários nós da rede de distribuição e também, aos valores de rugosidade e dos próprios diâmetros efetivos das tubulações que compõem os diversos trechos da rede.

Com o objetivo de propor uma técnica numérica para a calibração de um modelo operacional de rede de distribuição de água, é apresentado um modelo hidráulico acoplado a um modelo de otimização denominado modelo de calibração, que ajusta os valores das vazões nodais de demanda, os diâmetros e os coeficientes de rugosidade das tubulações de forma a minimizar as diferenças entre valores de pressão e vazão observados com os simulados pelo modelo de calibração.

Testes realizados com uma rede exemplo demonstraram o excelente desempenho do modelo de calibração aqui proposto para determinar os parâmetros da rede sujeitos a incertezas.

Palavras-chave: rede; hidráulica; modelo.

INTRODUÇÃO

Os sistemas complexos de distribuição de água das cidades de médio e grande porte cada vez mais precisam de um controle operacional rigoroso a fim de minimizar os gastos com energia elétrica e manutenção como, também, de maximizar a eficiência do sistema, tanto no aspecto de rentabilidade financeira quanto na satisfação de atendimento dos usuários.

Com as modernas tecnologias disponíveis e bastante acessíveis, duas ações importantes e imprescindíveis se viabilizam: o monitoramento do sistema através da automação de medições em tempo real de pressões, vazões e níveis d'água em diversos locais da rede de distribuição de água e a implementação de modelagem matemática com simuladores numéricos que possibilitem a obtenção do funcionamento hidráulico e a desejada otimização operacional do sistema.

Uma das dificuldades encontradas na implementação de um modelo hidráulico operacional está na calibração do modelo, ou seja, na reprodução de valores hidráulicos simulados compatíveis com valores ou situações observadas. De fato, essa dificuldade pode desestimular o uso de simuladores numéricos, e conseqüentemente inviabilizar a introdução de técnicas operacionais eficientes com vistas à otimização do sistema.

A dificuldade em se calibrar um modelo hidráulico de rede está nas incertezas envolvidas quanto às informações das demandas ou vazões de consumo atribuídas aos vários nós da rede de distribuição e também, aos valores de rugosidade e dos próprios diâmetros efetivos das tubulações que compõem os diversos trechos da rede. Esses valores, apesar de serem considerados como dados do modelo hidráulico, na realidade, são variáveis aleatórias na modelagem do sistema, com valores médios razoavelmente bem estimados. Em geral, os

desvios em relação às médias são significativos e alteram totalmente o funcionamento hidráulico da rede.

Vários esquemas numéricos para a calibração de modelos de rede hidráulica podem ser encontrados na literatura, como os de Ormsbee e Wood (1986), Ormsbee (1989), Lansey (1991), Reddy et al. (1995). Sem exceção, utilizam formulações diferenciais que resultam em sistemas de equações lineares e/ou não lineares. Reddy et al. (1996) por exemplo, apresentaram a calibração de um modelo hidráulico de uma rede como um problema de otimização, em que se utiliza como função objetivo o somatório dos termos ponderados das diferenças quadráticas dos valores observados e simulados das variáveis consideradas. Utilizaram a técnica de minimização de Gauss-Newton, em que são calculados iterativamente os gradientes das variáveis de decisão, os jacobianos, matrizes e matrizes inversas e, finalmente, um sistema de equações lineares.

De uma maneira geral, os algoritmos utilizados no processo computacional de calibração do modelo são relativamente complexos, com formulações de difícil assimilação aos profissionais da área de abastecimento de água.

Um enfoque diferente foi proposto por Bush e Uber (1998) que apresentaram metodologias para a calibração de redes de distribuição de água baseadas não somente na minimização das diferenças entre valores observados e simulados mas, também, na escolha dos pontos de medições, levando-se em consideração a sensibilidade dos parâmetros do modelo. No entanto, os algoritmos são também complexos, envolvendo diferenciações e operações com matrizes.

Com relação aos levantamentos em campo, Walsky (1983, 1985), recomenda que as pressões observadas devam ser feitas nos pontos de alta demanda, de preferência nos nós periféricos da rede e distantes dos pontos de alimentação.

O uso de traçadores é também de grande valia para a obtenção de estimativas de velocidades em trechos de tubulações, as quais seriam incorporadas no processo de calibração do modelo (Kennedy et al., 1991).

Este trabalho apresenta uma metodologia relativamente simples para a calibração de um modelo de simulação operacional de rede de distribuição de água. Consiste no acoplamento do modelo hidráulico com um algoritmo de otimização, resultando num modelo que possibilita determinar au-

tomaticamente, através de um processo de busca, os valores de demanda, de rugosidade e de diâmetros que minimizam o somatório das diferenças entre as pressões nodais observadas e as simuladas, dentro de um quadro de múltiplos cenários considerados no processo de otimização.

O modelo hidráulico baseia-se na linearização da equação de perda de carga, construção do equacionamento global do sistema a partir de uma equação matricial que exprime a relação entre vazão de trecho e cargas nos nós adjacentes, expressa para cada elemento ou trecho da rede.

O modelo de otimização segue o processo de busca dos algoritmos genéticos, em que se considera, a cada geração populacional, um número fixo de cenários relativos aos valores das variáveis de decisão e, através de uma sucessão de gerações populacionais formadas por seleção, cruzamento e mutação entre indivíduos da geração anterior, vão sendo aprimoradas as performances dos cenários ou os indivíduos das gerações seguintes.

A seguir, são apresentados em detalhes, o modelo hidráulico e o algoritmo de otimização utilizados neste trabalho. As conclusões relativas à adequação do modelo são obtidas através de um exemplo simples de aplicação do modelo proposto.

O MODELO HIDRÁULICO

O modelo hidráulico baseia-se no método dos nós e na técnica dos elementos finitos (Collins e Johnson, 1975; Righetto, 1977): cada trecho da rede é considerado como um elemento; cada elemento interage diretamente com os nós de suas extremidades; a composição ou soma dos efeitos diretos de todos os trechos da rede sobre um determinado nó resulta na equação da continuidade deste nó.

Nessa abordagem, cada trecho exerce influência direta sobre os dois nós de suas extremidades, expressa pela equação de perda de carga linearizada desse trecho. A Figura 1 ilustra um trecho j com os nós de extremidade, j_1 e j_2 .

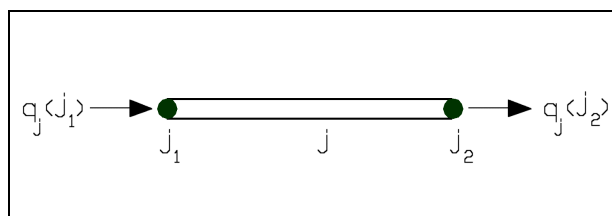


Figura 1. Caracterização de um elemento da rede.

A equação de perda de carga aplicada a um trecho de tubulação ou elemento é expressa por:

$$H(j_1) - H(j_2) = \left[f \frac{L}{D} \frac{|V|}{2g} V \right]_j \quad (1)$$

sendo $H(j_1)$ e $H(j_2)$ as cargas hidráulicas nos nós j_1 e j_2 , respectivamente; D é o diâmetro e L o comprimento do trecho j ; V a velocidade da água no trecho j ; f é o coeficiente de rugosidade e função da rugosidade relativa (ε/D) e do número de Reynolds ($Rey = V.D/\nu$) do escoamento nesse trecho de tubulação, sendo ε e ν , respectivamente, a rugosidade da parede interna da tubulação e a viscosidade cinemática da água. O coeficiente f é determinado diretamente através da equação explícita de Swamee & Jain:

$$f = \frac{0,25}{\left[\log \left(\frac{\varepsilon}{3,7D} + \frac{5,74}{Rey^{0,9}} \right) \right]^2} \quad (2)$$

Para um trecho j , a equação de perda de carga é, então, apresentada na forma seguinte:

$$H(j_1) - H(j_2) = \left[\frac{2}{\pi \cdot g} \frac{L}{D^3} f |V| V \right]_j \cdot q_j \quad (3)$$

sendo q_j a vazão no trecho j , com a convenção de que esta vazão é positiva se o transporte de água é de j_1 para j_2 e negativa quando o sentido é de j_2 para j_1 .

Considerando, agora, os nós da rede, a influência hidráulica do trecho j nos nós j_1 e j_2 é facilmente quantificada através da equação de perda de carga. Para isso, são definidas as vazões de entrada ou saída de água do trecho j nos nós j_1 e j_2 , respectivamente, por $q_j(j_1)$ e $q_j(j_2)$ com a convenção de que, se a vazão for de entrada, então ela será positiva e, se de saída, negativa, ou seja, $q_j(j_1) = -q_j(j_2)$. Assim, quantifica-se a influência hidráulica do trecho j sobre os nós de extremidade j_1 e j_2 através da equação:

$$H(j_1) - H(j_2) = \left[\frac{2}{\pi \cdot g} \frac{L}{D^3} f |V| V \right]_j \cdot q_j \quad (4)$$

ou:

$$q_j(j_1) = a_j \cdot H(j_1) - a_j \cdot H(j_2) \quad (5)$$

$$q_j(j_2) = -a_j \cdot H(j_1) + a_j \cdot H(j_2) \quad (6)$$

sendo o coeficiente a_j definido por:

$$a_j = \left[\frac{\pi \cdot g}{2} \frac{D^3}{L} \frac{1}{f |V|} \right]_j \quad (7)$$

As Equações (5) e (6) podem ser expressas numa forma compacta e conveniente, utilizando-se a notação matricial, isto é:

$$\begin{Bmatrix} q_j(j_1) \\ q_j(j_2) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_j & -a_j \\ -a_j & a_j \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} H(j_1) \\ H(j_2) \end{Bmatrix} \quad (8)$$

Tomando-se um nó genérico i , se pela configuração da rede, por exemplo o da Figura 2, três trechos i_1 , i_2 e i_3 estão conectados diretamente a esse nó; neste caso, a equação hidráulica do nó é obtida pela composição das equações de influência de cada um desses trechos, ou seja:

$$q_{i_1}(i) + q_{i_2}(i) + q_{i_3}(i) = \pm a_{i_1} \cdot [H(j_1) - H(j_2)]_{i_1} \pm a_{i_2} \cdot [H(j_1) - H(j_2)]_{i_2} \pm a_{i_3} \cdot [H(j_1) - H(j_2)]_{i_3} \quad (9)$$

O primeiro membro da Equação (9) nada mais é do que a vazão de alimentação ou de retirada de água da rede no nó i . Mais especificamente, tomando-se as interligações apresentadas na Figura 2, tem-se:

$$Q_i = -a_{i_1} \cdot (H_{j_{11}} - H_i) - a_{i_2} \cdot (H_{j_{12}} - H_i) + a_{i_3} \cdot (H_i - H_{j_{23}}) \quad (10)$$

ou, na forma matricial:

$$Q_i = \begin{bmatrix} -a_{i_1} & -a_{i_2} & (a_{i_1} + a_{i_2} + a_{i_3}) & -a_{i_3} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} H_{j_{11}} \\ H_{j_{12}} \\ H_i \\ H_{j_{23}} \end{Bmatrix} \quad (11)$$

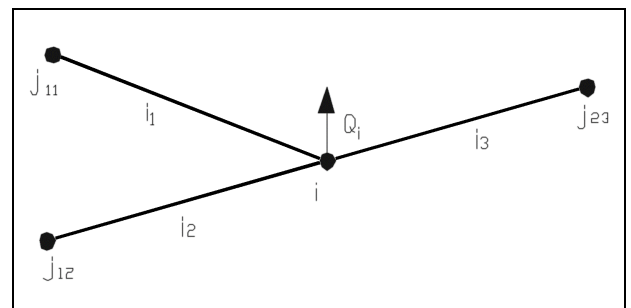


Figura 2. Exemplo de interligação entre nós e trechos.

Em seguida, o sistema de equações lineares correspondentes a todos os nós da rede é obtido facilmente através de procedimento similar ao utilizado para a obtenção da Equação (11).

Por exemplo, para a rede simples ilustrada na Figura 3, constituída de 7 trechos e 6 nós, cuja topologia é apresentada na Tabela 3, o seguinte sistema de equações pode ser facilmente verificado com o procedimento anteriormente apresentado:

$$\begin{bmatrix} a_1+a_3 & -a_1 & 0 & -a_3 & 0 & 0 \\ -a_1 & a_1+a_2+a_4 & -a_2 & 0 & -a_4 & 0 \\ 0 & -a_2 & a_2+a_5 & 0 & 0 & -a_5 \\ -a_3 & 0 & 0 & a_3+a_6 & -a_6 & 0 \\ 0 & -a_4 & 0 & -a_6 & a_4+a_6+a_7 & -a_7 \\ 0 & 0 & -a_5 & 0 & -a_7 & a_5+a_7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ H_4 \\ H_5 \\ H_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \\ Q_6 \end{bmatrix} \quad (12)$$

O sistema de equações que relaciona cargas hidráulicas, vazões nodais e características hidráulicas dos trechos de tubulações (Equação 12), é válido para o caso geral e, uma vez que não está condicionado a qualquer condição de contorno relativa à carga total, é também um sistema aberto, ou seja, possui um grau de liberdade, o que equivale a dizer que uma das equações é redundante, possibilitando a obtenção de um número infinito de superfícies de cargas totais que satisfazem as condições hidráulicas e de demanda do sistema. No entanto, se for fixado o valor da carga hidráulica em um nó da rede, em geral, a de um nó de alimentação de água à rede, elimina-se uma equação do sistema, que passa a ter uma única solução, isto é, fixado os parâmetros hidráulicos das tubulações e as demandas nodais, existirá apenas um vetor solução, correspondente aos valores nodais das cargas hidráulicas nodais.

Para a rede da Figura 3, se a carga hidráulica do nó 6 for fixada, H_6 deixa de ser uma incógnita do problema, e o sistema de equações passa a ter cinco equações e expresso por:

$$\begin{bmatrix} a_1+a_3 & -a_1 & 0 & -a_3 & 0 \\ -a_1 & a_1+a_2+a_4 & -a_2 & 0 & -a_4 \\ 0 & -a_2 & a_2+a_5 & 0 & 0 \\ -a_3 & 0 & 0 & a_3+a_6 & -a_6 \\ 0 & -a_4 & 0 & -a_6 & a_4+a_6+a_7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ H_4 \\ H_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3+a_5H_6 \\ Q_4 \\ Q_5+a_7H_6 \end{bmatrix} \quad (13)$$

Conhecida a configuração da rede, as conexões de trechos e nós e conhecidos os valores de D , L e ε de todos os trechos, Q e z de todos os nós e a carga H em um dos nós de alimentação, os valores das cargas H de todos os nós e as vazões de adução

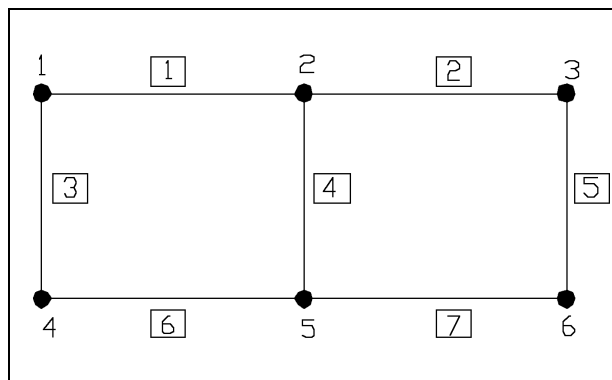


Figura 3. Rede exemplo simples.

Tabela 1. Topologia da rede simples ilustrada na Figura 3.

Trecho j	Nó j ₁	Nó j ₂
1	1	2
2	2	3
3	1	4
4	2	5
5	3	6
6	4	5
7	5	6

q de todos os trechos através do modelo hidráulico são determinadas através dos seguintes procedimentos:

- atribuir um valor inicial para a velocidade da água V em todos os trechos da rede;
- calcular Re_y e, em seguida, o valor de f para cada trecho da rede;
- calcular os valores de a_j associados aos trechos da rede através da Equação (7);
- construir o sistema de equações lineares da rede, como mostrado nos exemplos que resultaram nas Equações Matriciais (12) e (13);
- calcular os valores de H associando-os a uma iteração i ; em seguida, os valores de q ;
- calcular os novos valores de V , associados aos trechos da rede e à iteração i ;
- realizar nova iteração, calculando-se os novos valores de f , a , H e q ;
- repetir as iterações até obter convergência dos valores de H .

INCERTEZAS DE Q_i , ε_j , D_j

O presente estudo considera as demandas nodais, as rugosidade e os diâmetros das tubulações como variáveis sujeitas a incertezas quanto aos valores atribuídos para a simulação numérica. Admite-se que essas variáveis sejam variáveis aleatórias, com distribuição uniforme entre valores mínimos e máximos pré-fixados.

Em geral, a vazão total de alimentação é conhecida. Por isso, torna-se conveniente adimensionalizar a demanda, a fim de facilitar a correção das vazões nodais geradas, de modo que a soma das vazões nodais seja igual a demanda total da rede de distribuição. Assim, define-se o parâmetro adimensional:

$$\alpha_i = \frac{Q_i}{Q_{\text{total}}} \quad (14)$$

sendo que $\alpha_{\min,i} \leq \alpha_i \leq \alpha_{\max,i}$, com os limites definidos pelas relações:

$$\alpha_{\min,i} = (1 - \beta_1) \cdot \bar{\alpha}_i \quad (15)$$

$$\alpha_{\max,i} = (1 + \beta_1) \cdot \bar{\alpha}_i \quad (16)$$

sendo β_1 uma constante. A geração de valores nodais de α é realizada utilizando a seguinte expressão:

$$\alpha_i = \alpha_{\min,i} + p_i \cdot (\alpha_{\max,i} - \alpha_{\min,i}) \quad (17)$$

sendo p_i o valor de probabilidade atribuído ao valor gerado da demanda do nó i , igual a um número aleatório pertencente a uma distribuição uniforme $U(0,1)$, ou seja, $p_i = u \in U(0,1)$.

A correção dos valores de α_i , $i = 1, 2, \dots, n_{\text{no}} - 1$ é realizada, tomando-se a soma S dos valores gerados, isto é:

$$S = \sum_{i=1}^{n_{\text{no}}-1} \alpha_i \quad (18)$$

Como essa soma deve ser obrigatoriamente igual a 1, calcula-se o erro Δ , isto é:

$$\Delta = 1 - S \quad (19)$$

de forma que, ao valor de cada parâmetro α_i é adicionado um incremento de correção δ , ou seja:

$$\delta_i = \Delta \frac{\alpha_i}{S} \quad (20)$$

Dessa maneira, os valores corrigidos de α_i , denominados $\alpha_{\text{corr},i}$, são obtidos pela expressão:

$$\alpha_{\text{corr},i} = \alpha_i + \delta_i = \frac{\alpha_i}{S} = \frac{\alpha_i}{\sum_{k=1}^{n_{\text{no}}-1} \alpha_k} \quad (21)$$

O parâmetro de rugosidade ε de cada trecho de tubulação é, também, tomado como uma variável aleatória, com distribuição uniforme, cujos valores são gerados através de simulação Monte Carlo, isto é, define-se, $\varepsilon_{\min,j} \leq \varepsilon_j \leq \varepsilon_{\max,j}$, sendo que:

$$\varepsilon_{\min,j} = (1 - \beta_2) \cdot \bar{\varepsilon}_j \quad (22)$$

$$\varepsilon_{\max,j} = (1 + \beta_2) \cdot \bar{\varepsilon}_j \quad (23)$$

e β_2 uma constante. Os valores de rugosidade das tubulações de todos os trechos j da rede são gerados através da seguinte relação:

$$\varepsilon_j = \varepsilon_{\min,j} + p_j \cdot (\varepsilon_{\max,j} - \varepsilon_{\min,j}) \quad (24)$$

com $p_j = u \in U(0,1)$.

Admite-se que os valores dos diâmetros de algumas tubulações da rede podem estar sujeitos a incertezas, com possibilidade de existência de bloqueios de escoamentos provocados por fechamentos permanentes e involuntários de válvulas.

Através de um parâmetro indicador, o modelo reconhece os trechos com valores sujeitos a incertezas. Para esses trechos, os valores dos diâmetros podem variar em torno dos valores médios e , também, com possibilidade de estar obstruído ou bloqueado.

A geração dos valores dos diâmetros segue o mesmo procedimento apresentado anteriormente, ou seja, para cada trecho, gera-se um número aleatório $u \in U(0,1)$, adotando-se a probabilidade $p_j = u$. Fixando-se as probabilidades acumuladas Pr_1 , Pr_2 , Pr_3 associadas a três possíveis valores para o diâmetro e de obstrução da tubulação, empregam-se as seguintes relações para a obtenção do valor do diâmetro da tubulação a ser adotado num determinado cenário: se $p_j < Pr_1$, então $D_j = 10$ mm (equivalente à obstrução da tubulação, com valor adotado diferente de zero para garantir estabilidade numé-

rica); se $Pr_1 < p_j < Pr_2$ então $D_j = \bar{D}_j - \Delta D$; se $Pr_2 < p_j < Pr_3$ então $D_j = \bar{D}_j$; se $p_j > Pr_3$ então $D_j = \bar{D}_j + \Delta D$, sendo \bar{D}_j o valor esperado do diâmetro da tubulação do trecho j e ΔD o incremento ou variação possível do diâmetro em torno do valor médio esperado.

O ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO

O problema da calibração de rede consiste em se determinar o conjunto de valores das demandas nodais e dos coeficientes de rugosidade das tubulações que minimizam a função objetivo F definida pela soma dos desvios quadrados das cargas nodais e vazões em trechos simuladas e observadas. Admitindo que se conheçam os valores das cargas hidráulicas em m_{obs} nós da rede, isto é, distinguindo tais nós com enumeração própria, isto é, $i^* = 1, 2, \dots, m_{obs}$, busca-se os conjuntos de valores de demanda e de rugosidade, $[Q_1^*, Q_2^*, \dots, Q_{n_{no}-1}^*]$, $[\varepsilon_1^*, \varepsilon_2^*, \dots, \varepsilon_{n_{tr}}^*]$ e $[D_{j1}, D_{j2}, \dots, D_{jm}]$ tais que resultem em valores de H_{i^*} que minimizem o valor da função objetivo, ou seja:

$$\min [F = \sum_{i^*=1}^{m_{obs}} (H_{obs,i^*} - H_{i^*})^2] \quad (25)$$

Caso se inclua na função objetivo observações de vazão em trechos da tubulação, convém adimensionalizar as duas variáveis, utilizando-se de valores de referência da carga de pressão, h_{ref} , e de vazão, q_{ref} . Neste caso, a função objetivo passa a ser expressa por:

$$F = \sum_{i=1}^{m_{obs,no}} [(h_{obs,i} - h_i)/h_{ref}]^2 + \sum_{j=1}^{m_{obs,tr}} [(q_{obs,j} - q_j)/q_{ref}]^2 + \sum_{ji=1}^{m_{obs,tr}} [(\text{sin}(\ln(q_{obs,j})) - \text{sin}(\ln(q_j)))/2]^2 \quad (26)$$

em que $m_{obs,no}$ e $m_{obs,tr}$ são, respectivamente, o número de nós e o número de trechos observados; $q_{obs,j}$ e q_j as vazões observadas e simuladas no trecho j , respectivamente; $\text{sin}(\ln(q_{obs,j}))$ e $\text{sin}(\ln(q_j))$ os sentidos dos escoamentos observados e simulados (± 1).

A técnica empregada para a obtenção da solução ótima foi a de um processo de busca baseado em algoritmo genético. Gera-se uma população

inicial de soluções factíveis (denominadas indivíduos da população), seleciona-se as melhores soluções e cria-se sucessivamente novas populações através de cruzamento entre indivíduos selecionados até se alcançar uma situação ou geração populacional em que a melhor solução encontrada fica inalterada caso seja continuado o processo de busca.

O procedimento de otimização, baseado em algoritmo genético, consiste na aplicação dos seguintes passos: seleção de indivíduos, cruzamento entre pares de indivíduos e eventual mutação de alguns elementos que compõem os indivíduos de uma geração populacional. Com esse procedimento, busca-se melhorar progressivamente as performances dos indivíduos a cada nova geração populacional. O processo é iniciado com a escolha de uma população inicial de indivíduos, composta dos vetores de demandas, de rugosidade e de diâmetros, denotada por:

$$[P]^{(0)} = \{[Q]^{(0)}, [E]^{(0)}, [D]^{(0)}\} \quad (27)$$

sendo:

$$[Q]^{(0)} = [Q_1^{(0)}, Q_2^{(0)}, \dots, Q_{n_{no}-1}^{(0)}]^T \quad (28)$$

$$[E]^{(0)} = [\varepsilon_1^{(0)}, \varepsilon_2^{(0)}, \dots, \varepsilon_{n_{tr}}^{(0)}]^T \quad (29)$$

$$[D]^{(0)} = [D_{j1}^{(0)}, D_{j2}^{(0)}, \dots, D_{jm}^{(0)}]^T \quad (30)$$

Com os dados correspondentes a cada indivíduo i da população inicial é realizado o cálculo da rede e determinado o valor de F_i . Em seguida, dos m_{ind} que compõem a população inicial, é selecionado um número m_s de indivíduos, tomando-se como critério o *rank* relativo aos valores de F_i , ou seja, toma-se os m_s indivíduos que resultaram nos menores valores de F_i .

Para a obtenção da próxima geração populacional, pode-se restringir a participação dos indivíduos no processo de cruzamento, de um número m_e de indivíduos, aqueles com os maiores valores de F_i .

Finalmente, geram-se $(m_{ind} - m_s)$ novos indivíduos através do cruzamento entre pares de indivíduos, dentre os que não foram eliminados. Finalmente, é realizada mutação aleatória de alguns elementos que compõem cada elemento a fim de evitar que o processo de busca possa eventualmente convergir rapidamente para um ótimo local.

A seleção dos pares de indivíduos para a geração, por cruzamento, de novos indivíduos é feita aleatoriamente, considerando que a probabilidade de seleção de um indivíduo particular, $p(i_{ind})$ é expressa por (Simpson et al., 1994):

$$p(i_{ind}) = \frac{\zeta(i_{ind})}{\sum_{i=1}^{m_{op}} \zeta(i)} \quad (31)$$

em que ζ é o *fitness* de um indivíduo da população, ordenado pelo seu *rank* e definido pela relação (Halhal et al., 1997):

$$\zeta(i_{ind}) = \frac{1}{\text{rank}(i_{ind})} \quad (32)$$

sendo $\text{rank}(i_{ind}) = i_{ind}$ e $i_{ind} = 1, 2, \dots, (m_{ind} - m_e)$ representa os indivíduos ordenados em relação aos valores correspondentes de F , isto é, $F_1 < F_2 < \dots < F_{i_{ind}} < \dots < F_{(m_{ind}-m_e)}$.

Dois números aleatórios de uma distribuição uniforme $U(0,1)$ são gerados para selecionar um par de indivíduos cujo cruzamento resultará em dois novos indivíduos da próxima geração populacional. E um terceiro número aleatório u é gerado da distribuição $U(0,1)$ para especificar o ponto de corte da sequência de elementos de cada um dos dois indivíduos selecionados para a geração de outros dois novos indivíduos (Goldberg, 1989).

O ponto de divisão da sequência, o elemento denotado por i_d^* é definido por $i_d^* = \text{int}(u \cdot m_{el})$, sendo m_{el} o número de elementos que compõem um indivíduo. Assim, se dois indivíduos forem expressos por:

$$I_1 = (l_{11}, l_{12}, \dots, l_{1,i_d^*}, l_{1,i_d^*+1}, \dots, l_{1,m_{el}}) \quad (33)$$

$$I_2 = (l_{21}, l_{22}, \dots, l_{2,i_d^*}, l_{2,i_d^*+1}, \dots, l_{2,m_{el}}) \quad (34)$$

então, os dois novos indivíduos gerados por esse cruzamento serão especificados por:

$$I'_1 = (l_{11}, l_{12}, \dots, l_{1,i_d^*}, l_{2,i_d^*+1}, \dots, l_{2,m_{el}}) \quad (35)$$

$$I'_2 = (l_{21}, l_{22}, \dots, l_{2,i_d^*}, l_{1,i_d^*+1}, \dots, l_{1,m_{el}}) \quad (36)$$

Na formação de um novo indivíduo, alguns elementos podem sofrer mutação, isto é, o valor de

um elemento pode ser modificado aleatoriamente. Eventuais mutações são recomendadas a fim de manter a diversidade da população e proteger o processo de busca contra a convergência prematura para algum ótimo local (Ritzel et al., 1994; Halhal et al., 1997). Quando se tem um número relativamente pequeno de indivíduos e grande número de elementos, a mutação oferece condições favoráveis para encontrar a solução desejada, mesmo quando a população inicial é composta por indivíduos tais que alguns elementos da solução desejada não estão presentes em nenhum desses indivíduos. Cada elemento pode sofrer mutação independentemente dos demais. No entanto, para evitar que o processo de busca se degenere em um processo puramente aleatório, o valor da probabilidade de ocorrência de mutação em qualquer um dos elementos que compõem um indivíduo é fixada em valor baixo, entre 0,01 e 0,10.

EXEMPLO SIMPLES

Uma rede simples foi utilizada para testar e ilustrar a aplicação do método proposto. A rede de distribuição exemplo é constituída de 17 nós e 25 trechos, sendo alimentada por um único reservatório, com nível d'água constante, localizado no nó 17. As Tabelas 2 e 3 apresentam, respectivamente, os dados referentes aos nós e trechos da rede.

A Tabela 4 fornece os valores considerados reais de demanda, de rugosidade e dos diâmetros das tubulações da rede e a Tabela 5, os valores observados de pressão para efeito de calibração do modelo hidráulico. Nessa Tabela 5, são apresentados três conjuntos de valores considerados como observados, obtidos através da simulação da rede com os dados reais apresentados na Tabela 4.

Tabela 2. Elevações dos nós e demandas médias.

i	z_i (m)	\bar{Q}_i (m ³ s)	i	z_i (m)	\bar{Q}_i (m ³ s)
01	50,00	-0,020	10	60,00	-0,010
02	51,00	-0,030	11	70,00	-0,030
03	52,00	-0,040	12	68,00	-0,060
04	51,00	-0,030	13	75,00	-0,040
05	55,00	-0,050	14	72,00	-0,030
06	53,00	-0,040	15	70,00	-0,020
07	60,00	-0,020	16	85,00	-0,030
08	55,00	-0,020	17	90,00	0,500
09	62,00	-0,030			

Tabela 3. Conexões entre trechos e nós; comprimento, rugosidade e diâmetro das tubulações dos trechos.

j	j ₁	j ₂	L _j (m)	ε_j (mm)	D _j (mm)
01	01	02	2000	0,0005	0,200
02	02	03	2000	0,0005	0,200
03	03	04	2000	0,0005	0,200
04	01	05	2000	0,0005	0,250
05	02	06	2000	0,0005	0,250
06	03	07	2000	0,0005	0,300
07	04	08	2000	0,0005	0,250
08	05	06	2000	0,0005	0,200
09	06	07	2000	0,0005	0,300
10	07	08	2000	0,0005	0,250 *
11	05	09	2000	0,0005	0,250
12	06	10	2000	0,0005	0,400
13	07	11	2000	0,0005	0,400 *
14	08	12	2000	0,0005	0,250
15	09	10	2000	0,0005	0,250
16	10	11	2000	0,0005	0,400
17	11	12	2000	0,0005	0,300
18	09	13	2000	0,0005	0,300 *
19	10	14	2000	0,0005	0,400
20	11	15	2000	0,0005	0,400
21	12	16	2000	0,0005	0,250
22	13	14	2000	0,0005	0,250 *
23	14	15	2000	0,0005	0,400
24	15	16	2000	0,0005	0,600
25	16	17	2000	0,0005	0,600

* o valor do diâmetro pode sofrer variação de ± 50 mm ou estar obstruído.

O problema consiste em se obter os valores de demanda, de rugosidade e de diâmetros das tubulações que minimizam as diferenças dos valores de pressão simulados e observados em determinados nós da rede, ou seja, a partir das informações apresentadas nas Tabelas 2 e 3, obter valores para as variáveis de decisão de forma a minimizar os valores de pressão simulados com os valores observados apresentados na Tabela 5.

As Figuras 4 a 8 apresentam os resultados obtidos com o modelo de calibração.

Na Figura 4, são apresentadas as vazões nodais reais ou verdadeiras e as vazões nodais obtidas com o modelo de calibração, utilizando-se de três conjuntos de cargas de pressão observadas, conforme especificados na Tabela 5. De uma maneira geral, consegue-se obter uma distribuição razoável da demanda mesmo com poucos dados observados de pressão, como é o caso da sim1 em

Tabela 4. Valores reais de demanda nos nós, de rugosidade e dos diâmetros das tubulações da rede.

i	Q (m ³ /s)	j	ε_j (mm)	D _j (mm)
01	-0,027	01	0,0005	0,200
02	-0,018	02	0,0005	0,200
03	-0,048	03	0,0006	0,200
04	-0,035	04	0,0003	0,250
05	-0,050	05	0,0005	0,250
06	-0,035	06	0,0007	0,300
07	-0,033	07	0,0005	0,250
08	-0,025	08	0,0005	0,200
09	-0,042	09	0,0007	0,300
10	-0,015	10	0,0006	0,200
11	-0,018	11	0,0008	0,250
12	-0,048	12	0,0005	0,400
13	-0,030	13	0,0009	0,010
14	-0,027	14	0,0008	0,250
15	-0,018	15	0,0005	0,250
16	-0,030	16	0,0004	0,400
17	-0,500	17	0,0006	0,300
		18	0,0006	0,250
		19	0,0009	0,400
		20	0,0005	0,400
		21	0,0009	0,250
		22	0,0005	0,300
		23	0,0007	0,400
		24	0,0005	0,600
		25	0,0004	0,600

que foram utilizados seis pontos de observação. A melhoria de avaliação da distribuição da demanda não é tão significativa quando se aumenta o número de nós com medições de pressão.

A Figura 5 ilustra o ajuste dos valores obtidos com o modelo de calibração em relação aos valores reais das pressões nodais. Evidentemente, na simulação sim3 tem-se ajuste perfeito entre os valores de pressão simulados e observados porque nesta simulação foram utilizados como dados as pressões de todos os nós da rede.

A Figura 6 revela o bom ajuste entre as vazões reais nos trechos e as obtidas com o modelo de simulação. Os resultados com poucos dados observados de pressão são equivalentes aos obtidos com um número grande de observações, como é o caso da simulação sim3.

A Figura 7 mostra os valores reais e simulados dos diâmetros das tubulações da rede. Com a simulação sim3, os diâmetros foram perfeitamente ajustados com exceção da tubulação do trecho 21, e

Tabela 5. Cargas de pressão observadas.

Nó i	Cargas de pressão observadas h (m.c.a.)		
	Sim1	Sim2	Sim3
01	20,4	20,4	20,4
02			21,1
03	18,0	18,0	18,0
04			18,8
05		16,4	16,4
06			26,3
07	12,6	12,6	12,6
08			18,9
09		17,3	17,3
10			28,5
11			25,5
12			25,9
13	10,0	10,0	10,0
14	19,4	19,4	19,9
15			34,6
16			25,3

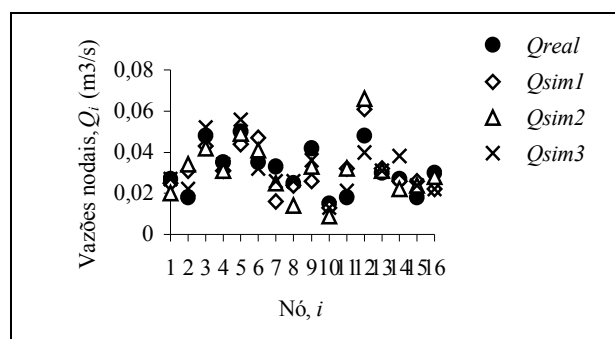


Figura 4. Vazões nodais reais e simuladas.

nas simulações sim1 e sim2 apenas os trechos 10 e 21 foram ajustados com valores diferentes dos valores reais, demonstrando a eficiência do modelo em determinar os diâmetros reais das tubulações da rede. Note que o trecho 13, com a tubulação obstruída, foi devidamente identificado nas três simulações realizadas.

A Figura 8 fornece os valores verdadeiros dos coeficientes de atrito das tubulações e os obtidos com o modelo de calibração. Observa-se grande sensibilidade desse parâmetro uma vez que não há melhoria global de avaliação dos valores do coeficiente de atrito quando se aumenta o número de nós de observação. Todavia, não se observam em qualquer trecho diferenças de valores dos coeficientes de atrito maiores do que 0,005. Essa faixa pode ser considerada muito boa em se tratando de sistemas de distribuição sujeitos a tantas incertezas.

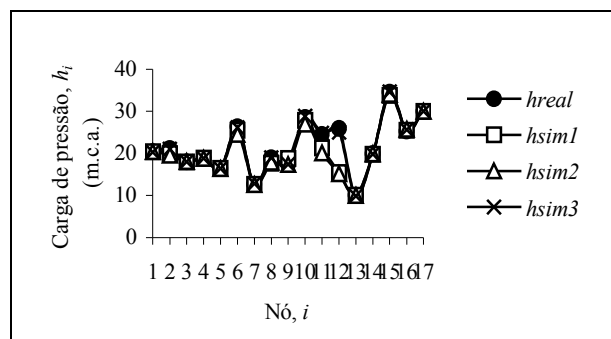


Figura 5. Cargas de pressão reais e simuladas em função do número de nós observados.

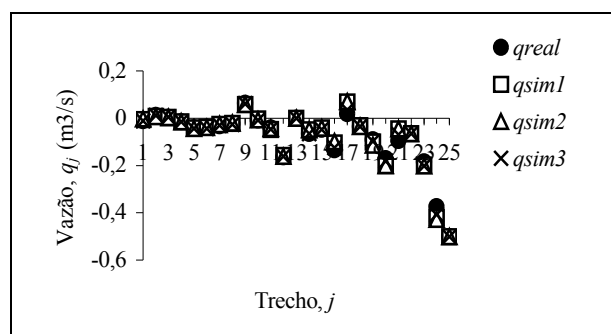


Figura 6. Vazões reais e vazões simuladas nos trechos da rede.

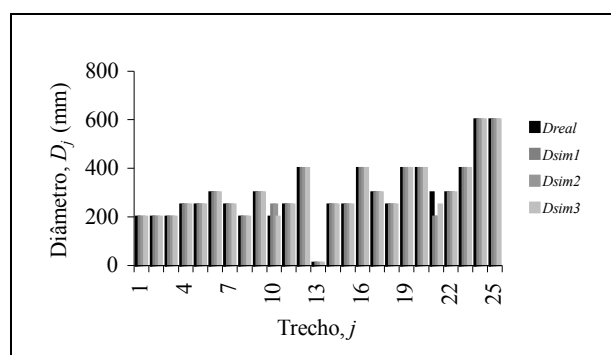


Figura 7. Valores efetivos dos diâmetros e valores simulados.

Uma segunda série de simulações foi realizada com a suposição da existência de observações de pressão em alguns nós e vazões em alguns trechos. Com a introdução de observações de vazões, a qualidade dos resultados de calibração do modelo é muito melhorada como pode ser constatado nos resultados apresentados nas Figuras 9 a 12.

Essas figuras fornecem os valores dos parâmetros de calibração de uma simulação, denominada sim4, em que se considerou oito pontos nodais com observações da pressão e oito trechos de tubulação com observações de vazão. A Tabela 6

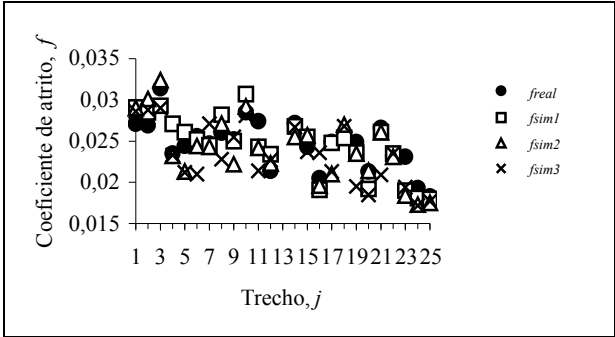


Figura 8. Coeficientes de atrito reais e simulados.

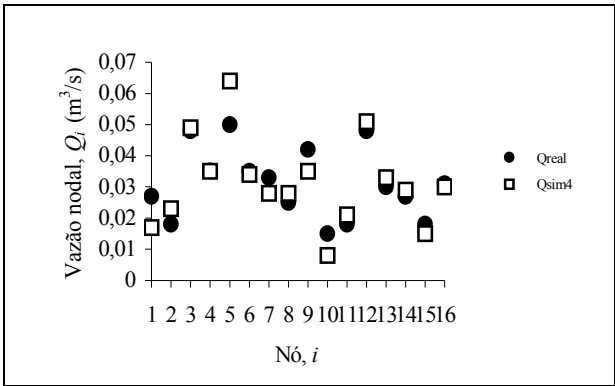


Figura 9. Vazões nodais reais e simuladas.

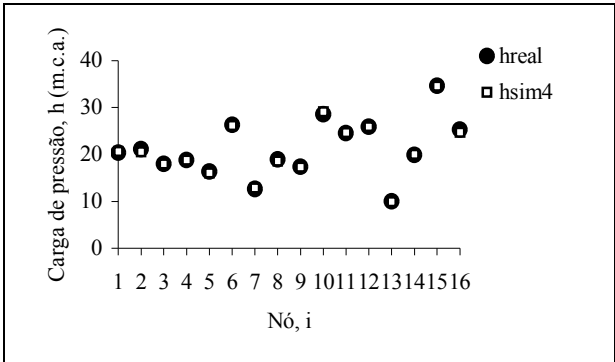


Figura 10. Cargas de pressão nodais reais e simuladas.

apresenta os nós e trechos com os respectivos valores observados das cargas de pressão e das vazões.

Com os resultados apresentados na Figura 9, verifica-se a capacidade do modelo de calibração em avaliar a distribuição das vazões nodais de demanda. Na Figura 10, tem-se ajuste quase perfeito das cargas de pressão reais e simuladas. A mesma perfeição de ajuste se verifica para as vazões reais e simuladas na Figura 11.

A Figura 12 apresenta os valores dos coeficientes de atrito reais e os encontrados com o modelo calibração. Apesar das diferenças entre os

Tabela 6. Cargas de pressão e vazões observadas utilizadas em sim4.

Nó i	Carga de pressão h (m.c.a.)	Trecho j	Vazão q(m³/s)
01	20,4	03	0,003
03	18,0	06	-0,041
05	16,4	09	0,062
07	12,6	12	-0,164
09	17,3	15	-0,047
11	24,5	18	-0,036
13	10,0	21	-0,096
15	34,6	24	-0,374

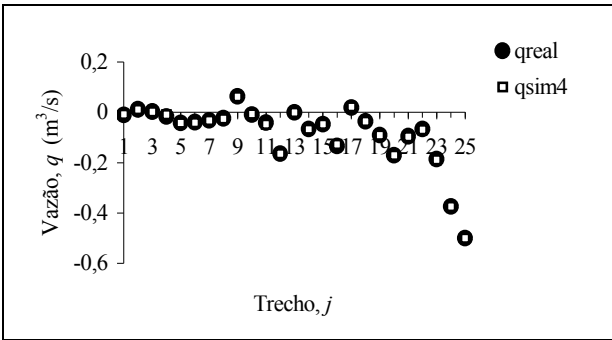


Figura 11. Vazões reais e simuladas nos trechos, sim4.

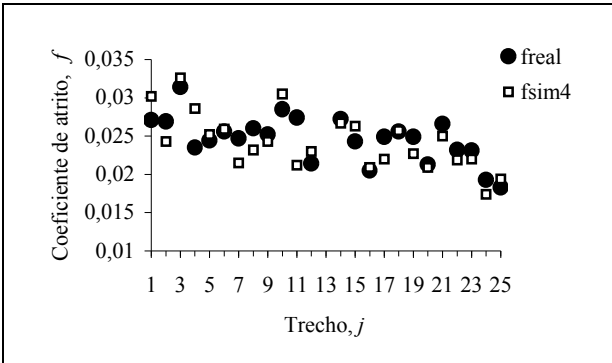


Figura 12. Coeficientes de atrito reais e simulados, sim4.

valores reais e os obtidos com o modelo, praticamente tais diferenças são insignificantes quando se considera a complexidade e incertezas hidráulicas dos escoamentos na rede de distribuição de água.

Em todas as simulações realizadas foi fixado o número total de 500 gerações no processo de busca do algoritmo genético. Cada geração era composta de 30 cenários, sendo estes compostos pelos valores das vazões de demanda, coeficientes de atrito e diâmetros dos trechos da rede sujeitos a incertezas. Em média, o tempo de processamento

em microcomputador tipo PC-Pentium-200 Mhz foi de aproximadamente 15 min.

O modelo foi testado para uma condição permanente de distribuição de demanda. No entanto, pode ser facilmente adaptado para ser utilizado em condições operacionais, com variações horárias de demandas e operacionais nas estações elevatórias e reservatórios.

CONCLUSÕES

Os testes realizados com uma rede exemplo demonstraram o excelente desempenho do modelo de calibração aqui proposto para determinar os parâmetros sujeitos a incertezas da rede de distribuição de água, tais como as demandas nodais, os coeficientes de atrito das tubulações e mesmo os diâmetros efetivos das tubulações, no sentido de reproduzir valores observados de pressões nodais e de vazões em trechos da rede de distribuição.

O modelo de calibração, composto de um algoritmo para o cálculo hidráulico da rede e um algoritmo de otimização baseado em processo de busca é muito fácil de ser implementado em computadores pessoais tipo PC, desde que a dimensão da rede seja relativamente pequena. Para redes maiores, há a necessidade de se utilizar computadores com maior capacidade de memória, em vista do grande número de variáveis e valores envolvidos. No entanto, o procedimento de cálculo é geral e de fácil compreensão.

A obtenção dos parâmetros da rede depende dos valores de pressão observados e, se possível, de vazões observadas em trechos da rede. O ajuste dos parâmetros, considerando apenas observações de pressões, é menos eficiente do que o obtido quando se consideram tanto dados de pressão quanto de vazão. No entanto, mesmo com apenas alguns dados de pressão, consegue-se através do modelo de calibração obter valores para os parâmetros da rede bastante razoáveis e que podem ser utilizados na modelagem e operação de sistemas de distribuição de água.

A escolha dos pontos nodais e trechos da rede para as observações de pressões e vazões é uma questão chave para a obtenção de bons resultados com o modelo de calibração. Para redes de distribuição de água com centenas de nós e trechos, é preciso selecionar os nós e trechos mais importantes da rede, priorizando os nós de periferia e distantes dos pontos de alimentação e os trechos mais

importantes, considerando o grau de dependência das demandas nodais em relação a cada trecho da rede. Ou seja, torna-se necessário um planejamento experimental a fim de se obter as melhores informações de funcionamento da rede e assim conseguir a eficiência desejada com o modelo de calibração. Melhor ainda, seria associar o modelo operacional com um sistema de monitoramento da rede, com informações em tempo real de valores de pressões, vazões, níveis d'água de reservatórios, alturas manométricas, vazões de bombeamento, etc.

AGRADECIMENTO

O autor agradece o apoio do CNPq pela concessão de bolsa de Desenvolvimento Regional junto à UFRN, Proc. 301763/85-2.

REFERÊNCIAS

- BUSCH, C. A. e UBER, J. G. (1998). Sampling Design Methods for Water Distribution Model Calibration, *Journal of Water Resources Planning and Management*, vol. 124, nº6, p. 334-344.
- COLLINS, A. G. e JOHNSON, R. L. (1975). Finite Element Method for Water Distribution Networks, *Journal AWWA*, July.
- GOLDBERG, D. E. (1989). Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning. *Addison-Wesley, Reading, Mass*, p. 412.
- HALHAL, D.; WALTERS, G. A.; OUAZAR, D. e SAVIC, D. A. (1997). Water Network Rehabilitation with Structured Messy Genetic Algorithm, *Journal of Water Resources Planning and Management*, 123 (3), p. 137-145.
- KENNEDY, M. S.; SARIKELLE, S. e SURAVALLOP, K. (1991). Calibrating Hydraulic Analyses of Distribution Systems Using Fluoride Tracer Studies, *Journal of AWWA*, vol. 82, nº7, p. 67-75.
- LANSEY, K. E. (1991). Parameter Estimation for Water Distribution Networks, *Journal of Water Resources Planning and Management*, vol. 117, nº1, p. 126-144.
- ORMSBEE, L. E. (1989). Implicit Network Calibration, *Journal of Water Resources Planning and Management*, vol. 115, nº2, p. 243-257.
- ORMSBEE, L. E. e WOOD, D. J. (1986). Explicit Pipe network calibration, *Journal of Water Resources Planning and Management*, vol. 112, nº2, p. 166-182.
- REDDY, P. V. N.; SRIDHARAN, K. e RAO, P. V. (1996). WLS Method for Parameter Estimation in Water Distribution Networks, *Journal of Water Resources Planning and Management*, vol. 122, nº3, p. 157-164.

- RIGHETTO, A. M. (1977). *Desenvolvimento de Modelos de Simulação para o Dimensionamento de Redes de Distribuição de Água*. São Carlos, SP, p. 167. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- RITZEL, B. J.; EHEART, J. W. e RANJITHAN, S. (1994). Using Genetic Algorithms to Solve a Multiple-Objective Groundwater Pollution Containment Problem, *Water Resources Research*, 30 (5), p. 589-1603.
- SIMPSON, A. R.; DANDY, G. C. e MURPHY, L. J. (1994). Genetic Algorithms Compared to Other Techniques for Pipe Optimization, *Journal of Water Resources Planning and Management*, ASCE, 120 (4), p. 423-443.
- WALSKY, T. M. (1983). Technique for Calibrating Network Models, *Journal of Water Resources Planning and Management*, vol. 109, n°4, p. 360-372.
- WALSKI, T. M. (1985). Assuring Accurate Model Calibration, *J. AWWA*, vol. 77, n°12, p. 38-41.

Hydraulic Model Calibration for an Urban Water Distribution System

ABSTRACT

Operational models are very important to optimize urban water distribution systems in terms of minimizing electrical energy expenditures as well as to maximize required water supply satisfaction with adequate pressure level at all points of the city.

However, in most Brazilian cities, water distribution systems are operated without using mathematical models; in part due to lack of knowledge and operator training practices, but mainly because there are difficulties in obtaining a calibrated mathematical model which captures the most important aspects of the hydraulic dynamics of the system.

The calibration of a hydraulic model is usually a very difficult task because nodal discharge demands and hydraulic pipeline parameters values are very difficult to estimate properly.

In this paper a numerical technique is presented based on the construction of a calibration model, which allows the automatic determination of the best values for the nodal discharge demands and pipeline parameters. The proposed model consists of a hydraulic network calculation algorithm and an optimization technique based on a search process to obtain the best values for the decision variables that minimize an objective function. The objective function is formed by summing up the differences in values between observed and simulated nodal pressure and/or pipe discharge.

By using a relatively simple network example several numerical tests demonstrated the ability of the calibration model to determine the best values for the nodal discharge demands, friction coefficients and effective diameter of pipelines.

Key-words: distribution system; hydraulic; model.