DIÂMETRO MAIS ECONÔMICO DE UMA CANALIZAÇÃO DE RECALQUE

C. L. Prevedello
Departamento de Solos e Engenharia Agrícola da UFPR
Caixa Postal 2956 - CEP 80035-050 Curitiba, PR
clpreve@agrarias.ufpr.br

RESUMO

É apresentado um método numérico para estimativa do diâmetro mais econômico de uma canalização de recalque. O método leva em conta os custos da canalização (incluindo a instalação) e da energia de bombeamento, além dos fatores mais importantes que influenciam no escoamento de líquidos em condutos forçados, como a natureza do líquido, natureza da material empregado na canalização, e regime de escoamento. O método baseia-se no postulado de que o diâmetro mais econômico da canalização é aquele que anula a função derivada que estabelece os gastos anuais do recalque e torna positiva a derivada segunda dessa função.

INTRODUÇÃO

Quando uma canalização de recalque necessita ser pré-dimensionada, é comum a utilização da fórmula de Bresse ou Forchheimer, ambas obtidas a partir da imposição de um custo mínimo ao conjunto da instalação (custo do bombeamento e da canalização). Essas fórmulas, por outro lado, não ficam isentas de discussão quando se observa que elas não levam em conta a natureza do material empregado na condução e nem o regime de escoamento, além de serem limitadas para outros líquidos que não seja a água.

O objetivo deste trabalho é propor um método para estimar o diâmetro mais econômico de uma canalização de recalque, sem deixar de levar em conta a natureza do líquido, do material empregado, e o regime de escoamento que se estabelece na condução.

CONSIDERAÇÕES TEÓRICAS

Na carga financeira anual de uma instalação de recalque, além dos custos de implantação, depreciação dos materiais e equipamentos, obras civis e do conjunto motor-bomba, há que se considerar o custo da canalização (incluindo a instalação) e o custo da energia de bombeamento. Neste trabalho, somente os dois últimos custos serão levados em conta, ou seja:

$$\text{Gasto}\cdot\text{anual} = p\cdot 100\cdot D^{\alpha}\cdot L\cdot r + n\cdot s\cdot P\cdot 365 \qquad (1)$$

onde: p = custo da canalização instalada, por cm de diâmetro e m de comprimento ($R\$.cm^{-1}.m^{-1}$); D = diâmetro da canalização (m); α = expoente que expressa a não linearidade entre o custo da canalização instalada e o diâmetro; L = comprimento da canalização (m); r = taxa de amortização da canalização; P = potência do conjunto motor-bomba (W); n = número de horas de funcionamento diário do conjunto motor-bomba ($h.d^{-1}$); s = custo do kWh ($R\$.kWh^{-1}$); e 365 = número de dias do ano.

Por outro lado, a potência P(kW) que um conjunto motor-bomba deve desenvolver para impulsionar a vazão $Q(m^3.s^{-1})$ de um líquido de peso específico $\gamma(kg.m^{-3})$ a uma altura manométrica H(m) é (Quintela, 1981):

$$P(kW) = \frac{0{,}00981\cdot\gamma\cdot Q\cdot H}{\eta\cdot} \qquad (2)$$

onde η = rendimento do conjunto motor-bomba.

Se a altura manométrica (H) for referida unicamente em termos da perda de carga principal na canalização (hf), então o gasto anual necessário para pagar o bombeamento, devido a essa perda principal e o custo da canalização, é:

$$\text{Gasto}\cdot\text{anual} = p_1\cdot 100\cdot D^{\alpha}\cdot L\cdot r_1 + n\cdot s\cdot 365\cdot\frac{0{,}00981\cdot\gamma\cdot Q\cdot hf}{\eta} \qquad (3)$$

Mas a perda de carga (hf) em condutos forçados, em condições isotérmicas, pode ser estimada, segundo Quintela (1981), por:

$$hf = f\frac{L\cdot V^2}{D\cdot 2g} \qquad (4)$$

onde: V = velocidade do líquido ($m.s^{-1}$); f = fator de atrito (adimensional); e g = aceleração da gravidade ($m.s^{-2}$).

Lembrando agora que Q = AV (equação da continuidade), então, para condutos cilíndricos, podemos escrever:

$$V^2 = \frac{Q^2 \cdot 16}{\pi^2 \cdot D^4} \qquad (5)$$

Assim, a substituição da (5) na (4), e o resultado na (3), fica:

$$\text{Gasto} \cdot \text{anual} =$$

$$p \cdot 100 \cdot D^{\alpha} \cdot L \cdot r + n \cdot s \cdot 365 \cdot \frac{0{,}00981 \cdot \gamma \cdot Q^3 \cdot f \cdot L \cdot 16 \cdot}{\eta \cdot \pi^2 \cdot D^5 \cdot 2g} \qquad (6)$$

Para garantir a condição de mínimo, isto é, que o gasto seja mínimo, a Equação (6) deve ser derivada duas vezes, sendo que a segunda derivada deve resultar maior do que zero. Isso foi feito e constatou-se que essa condição fica assegurada se $\alpha > 0$. O valor de α, na prática, sempre resulta positivo porque o custo da canalização é sempre crescente com o diâmetro da canalização. Assim, derivando a Equação (6) com relação a D e igualando o resultado a zero, resulta para f:

$$f = \frac{\eta \cdot \pi^2 \cdot g \cdot p \cdot 100 \cdot r \cdot \alpha \cdot D^{6+(\alpha-1)}}{Q^3 \cdot \gamma \cdot 40 \cdot n \cdot s \cdot 365 \cdot 0{,}00981} \quad (\alpha > 0) \qquad (7)$$

ou (adotando g = 9,81 m/s²):

$$f = \frac{67{,}6 \cdot \eta \cdot p \cdot r \cdot \alpha \cdot D^{6+(\alpha-1)}}{Q^3 \cdot \gamma \cdot n \cdot s} \quad (\alpha > 0) \qquad (7a)$$

ou:

$$f = f_a \cdot D^{6+(\alpha-1)} \cdot \quad (\alpha > 0) \qquad (8)$$

onde:

$$f_a = \frac{67{,}6 \cdot \alpha \cdot \eta \cdot p \cdot r}{Q^3 \cdot \gamma \cdot n \cdot s} \quad (\alpha > 0) \qquad (9)$$

O fator f, dado pela (7a), pode ser considerado como o fator de atrito econômico que, evidentemente, para o diâmetro da canalização econômica, deverá ser igual ao fator f conhecido pela equação de Colebrook-White, ou seja:

$$\frac{1}{(f)^{1/2}} = -2\log\left(\frac{k}{3{,}7D} + \frac{2{,}51}{Re(f)^{1/2}}\right) \qquad (10)$$

onde: k = rugosidade absoluta da canalização (m); e Re = número de Reynolds (adimensional).

Segundo Assy (1977), a Equação (4), com o fator de atrito expresso pela equação de Colebrook (Equação 10), parece ser a mais recomendável para redes de distribuição e linhas de adução, pois ela é corretamente válida em todas as regiões do escoamento, incluindo a região de transição. Além disso, lembra Assy (1977), a Equação (10) conduz à equação dos condutos hidraulicamente lisos, para os quais (k/D) = 0, e conduz à equação dos condutos hidraulicamente rugosos, quando $Re \to \infty$.

O número de Reynolds é dado por (Quintela, 1981):

$$Re = \frac{V \cdot D}{\upsilon} \qquad (11)$$

onde υ = viscosidade cinemática do fluido ($m^2.s^{-1}$).

Percebe-se, assim, que as Equações (8) e (10) podem fornecer o diâmetro mais econômico de uma impulsão, de acordo com a teoria que rege o escoamento dos líquidos em condutos forçados, respeitando-se os fatores que influenciam no escoamento, como: viscosidade (natureza do fluido), rugosidade absoluta (natureza do material), regime de escoamento, etc. Para tanto, as seguintes transformações são convenientes: introduzindo a Equação (11) na (10) e elevando ambos os membros a -2 resulta:

$$f = \frac{0{,}25}{\left(\log\left(\frac{k}{3{,}7D} + \frac{2{,}51\upsilon}{VD(f)^{1/2}}\right)\right)^2} \qquad (12)$$

Finalmente, introduzindo a Equação (8) na (12) obtém-se:

$$D = \frac{0{,}25^{\frac{1}{6+(\alpha-1)}}}{\left(f_a\left(\log\left(\frac{k}{3{,}7D} + \frac{2{,}51\upsilon}{VD(f_a D^{6+(\alpha-1)})^{\frac{1}{2}}}\right)\right)^2\right)^{\frac{1}{6+(\alpha-1)}}} \qquad (13)$$

Note-se que a variável incógnita (D) figura nos dois membros da (13). Isso exige a adoção de um processo de tentativas para encontrar o seu valor. Para tanto, chamando de D_n os valores de D do segundo membro da (13) e de D_{n+1} o valor de D do primeiro membro, então, a partir de um valor arbitrado de D_n, fazendo n = 0, obtém-se D_1. Se D_0 diferir de D_1, assume-se esse valor no segundo membro para se obter D_2, e assim sucessivamente. Esse procedimento é repetido até que os sucessivos valores de D_n e D_{n+1} sejam tão próximos quanto se deseje.

O programa a seguir considera esse processo iterativo, e os resultados da Tabela 1 atestam a rapidez da convergência da Equação (13), para qualquer que seja o valor de D_0 inicialmente arbitrado. Os resultados apresentados na Tabela 1 foram calculados para os seguintes valores hipotéticos:

$Q = 0.03\ m^3.s^{-1}$ (vazão de adução)
$\gamma = 1000\ kg.m^{-3}$ (peso específico do fluido)
$n = 6\ h.d^{-1}$ (horas de funcionamento diário)
s = R$ 0,07 (custo do kWh)
$\eta = 0,65$ (rendimento do conjunto motor-bomba)
p = R$ 0,80 (custo da instalação por cm de diâmetro e m de comprimento)
$\alpha = 1,68$ (expoente de ajuste entre custo da canalização e diâmetro)
r = 0,10 (taxa de amortização da canalização)
k = 0,010 mm (rugosidade absoluta da canalização)
$\upsilon = 0,000001\ m^2.s^{-1}$ (viscosidade cinemática da água pura a 20 °C)

CONCLUSÃO

O método numérico apresentado para estimar o diâmetro mais economico de uma canalização de recalque é simples e rápido. Além de levar em conta os custos da canalização, incluindo a instalação, e da energia do bombeamento, o método apresenta uma ampla possibilidade de aplicações de interesse prático porque pode ser aplicado para qualquer líquido, tipo de material empregado na canalização e regime de escoamento.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os parâmetros p e α podem variar com o tipo de material empregado na canalização (plástico, ferro fundido, aço, etc.), com o local da obra, isto é, se em local com problemas de fundação, sujeito a indenizações, disponibilidade de recursos, acesso, etc. Todas essas considerações deverão ser levadas em conta na obtenção desses parâmetros, antes de serem aplicados no método. Caso não sejam disponíveis ou não se deseje considerá-los, basta fazer p = 0 na entrada dos dados. Com isso, o diâmetro mais econômico será estimado unicamente com base no custo anual do bombeamento. Esses parâmetros podem ser obtidos mediante técnica de regressão não linear.

Programa em linguagem BASIC para obtenção do diâmetro mais econômico de uma impulsão, a partir da solução da Equação (13), por processo iterativo.

```
10   REM “DIAMETRO MAIS ECONOMICO”
20   PRINT “DIAMETRO MAIS ECONOMICO”
40   INPUT “PESO ESPEC. FLUIDO EM kg/m^3”;G
45   INPUT “VAZAO EM m^3/s”;Q
50   INPUT “NUMERO DE HORAS DE FUNC. POR
     DIA”;N
60   INPUT “CUSTO DO kWh”;S
70   INPUT “EFICIENCIA CONJUNTO MOTOR-
     BOMBA, FRACAO DECIMAL”;E
80   INPUT “CUSTO INSTALACAO CANAL. POR cm
     DE DIAM. E m DE COMPRIMENTO”;P
90   INPUT “TAXA DE AMORTIZACAO DA
     CANALIZACAO, FRACAO DECIMAL”;R
100  INPUT “RUGOSIDADE DA CANALIZACAO, EM
     mm”;K
110  INPUT “VISCOSIDADE CINEMATICA DO FLUIDO,
     EM m^2/s”;VISC
115  INPUT “EXPOENTE ALPHA”;A
120  PI=3.1415927#
130  FA=(67,6*A*P*R*E)/(Q^3*G*N*S)
140  D=.1
150  V=Q/(PI*D*D/4)
160  B=K/(3.7*D)
170  C=(2.51*VISC)/(D*V*(SQR(FA*(D^(6+(A-1))))))
180  EE=B+C
190  H=(((ABS(LOG(EE)))/(LOG(10)))^2)*FA
200  GG=(.25/H)^(1/(6+(A-1))
210  PRINT GG
220  IF ABS(GG-D)<=.0000001 THEN GOTO 250
230  D=GG
240  GOTO 150
250  PRINT “DIAMETRO MAIS ECONOMICO= “;GG;”m”
```

Tabela 1. Diâmetro mais econômico (em m) calculado pela Equação (13) em função do valor de D_0 inicialmente arbitrado, para um caso hipoteticamente formulado.

	D_0=.0001	D_0=.001	D_0=.01	D_0=0.1	D_0=1	D_0=10
D_1	0,2132456	0,2812126	0,4225486	0,2789437	0,2401971	0,2176630
D_2	0,2631353	0,2582891	0,2518276	0,2584254	0,2610004	0,2627618
D_3	0,2594163	0,2597356	0,2601738	0,2597265	0,2595559	0,2594406
D_4	0,2596606	0,2596395	0,2596105	0,2596401	0,2596514	0,2596590
D_5	0,2596445	0,2596458	0,2596478	0,2596458	0,2596451	0,2596445
D_6	0,2596455	0,2596454	0,2596453	0,2596454	0,2596454	0,2596445
D_7	0,2596454	0,2596454	0,2596454	0,2596454	0,296454	0,2596454

REFERÊNCIAS

QUINTELA, A. de C. (1981). *Hidráulica*. Lisboa, Fundação Calouste Gulbenkian, 539p.

ASSY, T. M. (1977). *O emprego da fórmula universal de perda de carga e as limitações das fórmulas empíricas.* São Paulo, CETESB, 46p.

Economical Diameter of Pumping Systems

ABSTRACT

A numerical method to determine the economical diameter of a pipe is proposed. The method considers the costs of the piping (including installation), the energy required for pumping, as well as several factors which influence the flow of liquids in pipes, such as the nature of liquid, the building materials and the flow regime. The method is based on the postulate that the most economical pipe diameter is that which provide a first derivative of annual costs of pumping equal to zero and a positive second derivative.