

ESTIMATIVA DA PROFUNDIDADE DA FRENTE DE MOLHAMENTO A PARTIR DA CURVA DE INFILTRAÇÃO

Celso L. Prevedello

Departamento de Engenharia e Tecnologia Rurais da UFPR
Caixa Postal 2959 - CEP 80.035-050 Curitiba, PR

RESUMO

É apresentado um método simples para estimativa da profundidade da frente de molhamento em meios porosos homogêneos, a partir de curva de infiltração de água no solo. Para aplicá-lo, basta eleger uma equação que seja capaz de se ajustar aos dados experimentais da lâmina acumulada de água infiltrada em função do tempo, e determinar a umidade média compreendida entre a superfície do solo e a profundidade alcançada pela frente de molhamento, antes e no final do teste de infiltração. Neste estudo, foi adotada a equação de Horton para ajustar os dados de infiltração obtidos em laboratório, para dois meios porosos distintos: um Latossolo vermelho escuro e uma areia marinha. As profundidades de molhamento estimadas mostraram-se altamente satisfatórias frente aos valores observados, para ambos os meios porosos.

INTRODUÇÃO

A profundidade que a água alcança no perfil de solo, em função do tempo de chuva ou de irrigação, é uma informação freqüentemente requerida em diversas áreas da ciência. A infiltração acumulada em função do tempo pode ser medida em condições de campo, mas em tal medida não se dispõe da informação sobre a distribuição da umidade em profundidade e nem da profundidade alcançada pela frente de molhamento. A estimativa dessa profundidade, entretanto, encontra muitas dificuldades porque o processo de infiltração de água no solo é tipicamente transiente. Philip (1957a, b, c, d, e, f, 1958) desenvolveu uma série de estudos e equações para representar formalmente o processo da infiltração da água em solo homogêneo. A teoria clássica de Philip prevê equações para expressar tanto a lâmina acumulada infiltrada quanto a taxa de infiltração instantânea de água, além dos perfis de umidade em função do tempo. A importância dessa teoria, em contrapartida, fica prejudicada pela dificuldade prática de sua utilização, uma vez que exige técnicas matemáticas relativamente complexas. Os modelos empíri-

cos de Kostiaikov (1932) e de Horton (1933, 1939), por outro lado, não prevêem a profundidade alcançada pela frente de molhamento. Já a teoria de Green & Ampt (1911), embora permita estimar facilmente o tempo requerido para a frente de molhamento alcançar uma certa profundidade, não permite a mesma facilidade para encontrar a profundidade da frente para um certo tempo, a menos que seja empregado um procedimento iterativo ou gráfico (Prevedello, 1996). Este trabalho teve por objetivo desenvolver uma análise do processo da infiltração da água no solo que pudesse fundamentar a transformação do modelo empírico de Horton (1933, 1939) como expressão capaz de estimar a profundidade alcançada pela frente de molhamento em função do tempo.

CONSIDERAÇÕES TEÓRICAS

Uma coluna de solo com área superficial A pode ser dividida em n camadas, cada uma com espessura Δz . O volume de água absorvido pela camada é então $A(\theta_m - \theta_i)\Delta z$, onde θ_m é a umidade volumétrica média da camada e θ_i , a umidade volumétrica inicial da camada. O volume de água armazenado na coluna é então:

$$V = A \sum_n (\theta_m - \theta_i) \Delta z \quad (1)$$

Quando Δz tende a zero, a Equação (1) fica:

$$V = A \int_{z=0}^{z=z} (\theta_m - \theta_i) dz \quad (2)$$

Uma vez que a lâmina de água infiltrada I é o volume de água dividido pela área de solo, então:

$$I = \frac{V}{A} = \int_{z=0}^{z=z} (\theta_m - \theta_i) dz \quad (3)$$

As forças responsáveis pela infiltração da água no solo são o gradiente de pressão e o gra-

vitacional. Enquanto o último é constante, o gradiente de pressão decresce com o tempo, devido ao avanço da frente de molhamento. Como resultado, a densidade de fluxo na superfície do solo, também chamada de taxa de infiltração i , decresce monotonicamente com o tempo e aproxima-se assintoticamente de um valor constante, quando então o gradiente gravitacional transforma-se na principal força envolvida no processo.

Supondo-se que no tempo t a infiltração acumulada seja I e, no tempo $t+\Delta t$, $I+\Delta I$, então a densidade de fluxo durante o intervalo Δt é o aumento da infiltração acumulada ΔI dividido por Δt , isto é, $\Delta I/\Delta t$. A densidade de fluxo (taxa de infiltração) no tempo t pode ser encontrada fazendo-se Δt tender a zero.

$$i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta I}{\Delta t} \right) = \frac{dI}{dt} \quad (4)$$

A integração da (4) resulta na infiltração acumulada em função do tempo, ou seja:

$$I = \int_0^t i dt \quad (5)$$

Segundo Horton (1933, 1939), a lâmina de infiltração acumulada I pode ser expressa pela seguinte expressão empírica:

$$I = i_f t + \frac{i_o - i_f}{\beta} [1 - \exp(-\beta t)] \quad (6)$$

onde i_o é a taxa de infiltração inicial (no tempo $t = 0$), i_f é a taxa de infiltração final, obtida para tempos longos, quando esse valor torna-se constante, e β é um parâmetro de ajuste.

A taxa de infiltração instantânea i , segundo o modelo de Horton (1933, 1939), e de acordo com a Equação (4), é:

$$i = \frac{dI}{dt} = i_f + (i_o - i_f) \exp(-\beta t) \quad (7)$$

Combinando agora as Equações (3) e (6) fica:

$$\begin{aligned} \int_{z=0}^{z=z} (\theta_m - \theta_i) dz &= \\ &= i_f t + \frac{(i_o - i_f)}{\beta} [1 - \exp(-\beta t)] \end{aligned} \quad (8)$$

Admitindo-se que os perfis de umidade se transladam no tempo de infiltração com formato constante, o que pode ser particularmente aceitável em solos homogêneos, então a diferença $\theta_m - \theta_i$ torna-se uma constante no tempo, e a Equação (8) simplifica-se para:

$$z = \frac{i_f t}{\theta_m - \theta_i} + \frac{i_o - i_f}{\beta(\theta_m - \theta_i)} [1 - \exp(-\beta t)] \quad (9)$$

onde z é a profundidade alcançada pela frente de molhamento no tempo t . Como se observa, os parâmetros i_f , i_o e β do modelo de Horton (1933, 1939), que definem a lâmina acumulada de água infiltrada I , no tempo t , também podem, juntamente com o valor experimental $\theta_m - \theta_i$, definir a profundidade de molhamento z nesse mesmo tempo. Os parâmetros independentes i_f , i_o e β da (9) podem ser estimados por processo de regressão não linear como sugerido, por exemplo, por Boratto (1984). O valor experimental $\theta_m - \theta_i$ pode ser facilmente determinado através de medidas da umidade média do solo antes (θ_i) e depois (θ_m) do teste de infiltração. A umidade média final θ_m deve ser medida entre $z = 0$ (superfície do solo) e $z = z$ (profundidade alcançada pela frente de molhamento), devendo-se rejeitar amostras de solo que ultrapassem essa profundidade. Experimentalmente, essa medida é simples porque a frente de molhamento é o limite visível da profundidade alcançada pela água infiltrada.

MATERIAL E MÉTODOS

Foram utilizados dois materiais porosos de distintas naturezas físico-químicas: um latossolo vermelho escuro textura argilosa, do município de Foz do Iguaçu (PR), e uma areia marinha, do Balneário Caiobá, município de Matinhos (PR). Cada material, na forma de TFSA (Terra Fina Seca ao Ar) e com umidade inicial θ_i conhecida, foi acondicionado em coluna de vidro de 36 mm de diâmetro interno por 1500 mm de comprimento. Para minimizar a segregação das partículas (separação por ordem de tamanho, quando em movimento) por ocasião do preenchimento das colunas, utilizou-se um funil munido de um tubo extensor, ambos sem-

pre cheios do respectivo material poroso. À medida em que o material na coluna era depositado, o funil com o tubo extensor era seguidamente levantado, de modo a permitir um preenchimento contínuo das colunas. Após o preenchimento, foi removido uma pequena porção de terra da superfície de cada coluna a fim de possibilitar a formação de uma pequena lâmina de água por ocasião do teste da infiltração. Essa lâmina foi formada com auxílio de um frasco cilíndrico de Mariotte. A partir do tempo zero da infiltração, registrava-se de tempo em tempo, o nível de água do frasco de Mariotte, simultaneamente com a profundidade alcançada pela frente de molhamento em cada coluna. O intervalo de tempo entre uma leitura e outra foi de 30 segundos, aproximadamente. Quando a frente de molhamento atingiu a profundidade aproximada de 1,0 m, a infiltração foi interrompida e a coluna imediatamente posicionada horizontalmente. A coluna de vidro foi então rompida para separar o solo úmido do seco no limite visual da frente de molhamento, e para determinar a umidade média θ_m de toda a zona úmida. O volume acumulado V de água infiltrada (lido no frasco de Mariotte) foi convertido em lâmina acumulada I através da Equação (3), ou seja, dividindo-se esse valor pela área da seção transversal interna A da coluna de material poroso. A Equação (6) foi então ajustada aos valores experimentais de I em função de seus respectivos valores de tempo t , através de regressão não linear, conforme Boratto (1984). Dessa regressão foram conhecidos os parâmetros i_f , i_o e β , os quais foram finalmente substituídos na Equação (9), juntamente com o valor $\theta_m - \theta_i$, a fim de se estimar a profundidade z da frente de molhamento em função do tempo t .

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A Tabela 1 resume os valores dos parâmetros i_f , i_o e β resultantes do ajuste da Equação (6) aos valores experimentais da lâmina infiltrada acumulada I em função do tempo t . Os coeficientes de determinação desses ajustes e os valores experimentais de θ_m e θ_i também são apresentados na Tabela 1, bem como o número de observações realizadas. Os altos coeficientes de determinação atestam que a Equação (6) se ajustou muito bem aos valores experimentais de I em função de t , o que evidencia a boa versatilidade dessa equação na representação desse processo para meios porosos homogêneos. Os parâmetros da Tabela 1 foram substituídos na Equação (9) para estimativa da profundidade alcançada pela frente de molhamento, nos mesmos tempos para os quais os valo-

res de I e z foram medidos. A Figura 1 apresenta os valores de z estimados pela Equação (9) em função dos valores de z observados na areia marinha (Figura 1a) e no latossolo vermelho escuro (Figura 1b).

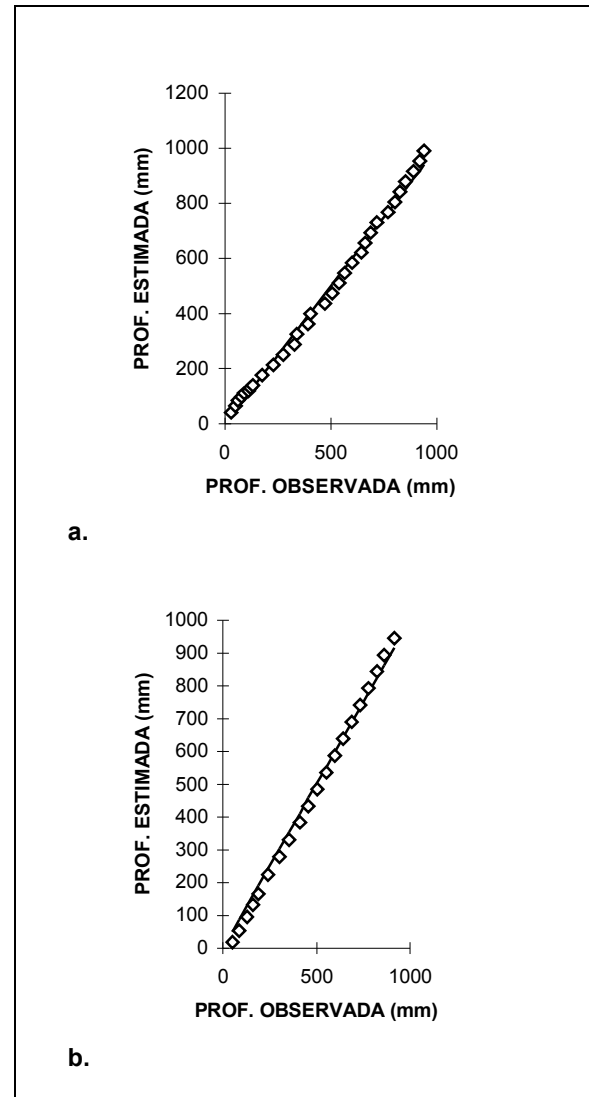


Figura 1. Profundidade estimada da frente de molhamento pela Equação (9), em função da profundidade observada na areia marinha (a) e no latossolo vermelho escuro (b).

A distribuição dos pontos em torno da linha 1:1, nessa figura, sugere a eficiência da Equação (9) em estimar a profundidade alcançada pela frente de molhamento em função do tempo.

Para quantificar o grau de aderência da Equação (9) aos dados observados, foi utilizado o

Tabela 1. Parâmetros i_f , i_o e β da Equação (6), coeficiente de determinação, e valores experimentais de θ_m e θ_i do Latossolo vermelho escuro e da areia marinha.

Meio poroso	i_f mm.s^{-1}	i_o mm.s^{-1}	β s	r^2	θ_m $\text{m}^3.\text{m}^{-3}$	θ_i $\text{m}^3.\text{m}^{-3}$	número de observações
Latossolo	0,3248	0,7532	$1,478.10^{-2}$	0,999	0,556	0,175	20
Areia marinha	0,2344	1,3096	$4,208.10^{-2}$	0,998	0,383	0,002	31

coeficiente de determinação $r^2 = 1 - \text{SQD}/\text{SQDM}$, onde SQD é o somatório dos quadrados das diferenças entre os valores observados e estimados, e SQDM é o somatório dos quadrados das diferenças dos valores observados em relação à sua média. Isso resultou $r^2 = 0,993$ para o caso do latossolo e $r^2 = 0,995$ para a areia marinha, o que mostra um excelente grau de aderência para os dois meios porosos. Além disso, foi utilizado o teste t para verificar a hipótese de igualdade entre as médias dos valores observados e estimados da profundidade da frente de molhamento, conforme Zar (1974). Esse teste revelou não haver diferença estatística entre esses valores, ao nível de 5% de significância. Tudo isso faz conferir aos coeficientes i_o e i_f , da equação de Horton, significados físicos mais amplos, não se limitando unicamente à definição da capacidade de infiltração instantânea ou acumulada de água no solo. Esses parâmetros, com efeito, quando relacionados com o intervalo de umidade $\theta_m - \theta_i$, definem também a profundidade alcançada pela frente de molhamento durante o avanço da água, particularmente em solos homogêneos.

Fisicamente, portanto, o parâmetro $i_o/(\theta_m - \theta_i)$ representa o fator que traduz a profundidade da frente de molhamento no início do processo da infiltração e $i_f/(\theta_m - \theta_i)$ o fator para a profundidade da frente no final do processo, isto é, para tempos longos, quando i_f torna-se constante.

A teoria apresentada neste trabalho não se restringe unicamente ao modelo de Horton (1933, 1939). Ela também pode ser aplicada a outros modelos, empíricos ou não. Isso porque a Expressão (3) e o modelo de Horton (1933, 1939), ou qualquer outro modelo, são independentes para expressar a lâmina de infiltração acumulada, podendo, portanto, serem combinadas.

CONCLUSÃO

É apresentado um método para estimar a profundidade alcançada pela frente de molhamento em solos homogêneos, a partir dos parâmetros da equação de infiltração de Horton (1933, 1939) e do

valor experimental $(\theta_m - \theta_i)$, onde θ_i é a umidade volumétrica inicial e θ_m é a umidade volumétrica média do solo, obtidas antes (θ_i) e depois (θ_m) do teste de infiltração. O método, representado pela Equação (9), foi aplicado em dois meios porosos distintos: uma areia marinha e um latossolo vermelho escuro textura argilosa, ambos na forma de TFSA. Os resultados mostraram que a Equação (9) foi capaz de estimar a profundidade alcançada pela frente de molhamento, sem diferença estatística (teste t, ao nível de 5% de significância) com os resultados medidos da frente de molhamento nos dois meios porosos.

REFERÊNCIAS

- BORATTO, F. (1984). Basic para engenheiros e cientistas. 2ª ed. Rio de Janeiro, *Livros Técnicos e Científicos*, p120.
- GREEN, W. R. & AMPT, G. A. (1911). Studies in soil physics. I. *The flow of air and water through soils*. *J. Agr. Sci.*, 4:1-24.
- HORTON, R. E. (1933). The role of infiltration in the hydrologic cycle. *Trans. Am. Geophys. Un.*, 14th Ann. Mtg., p466-460.
- HORTON, R. E. (1939). Analysis of runoff-plot experiments with varying infiltration capacity. *Trans. Am. Geophys. Un.* 20th Ann. Mtg., Part IV, p693-694.
- KOSTIAKOV, A. N. (1932). *On the dynamics of the coefficient of water percolation in soils and the necessity of studying it from a dynamic view for the purposes of amelioration*. *Trans. 6th Congr. Int. Soc. Sci.*, part A:17-21.
- PHILIP, J. R. (1957a). *Numerical solutions of equations of the diffusion type with diffusivity concentration dependent*. II *Australian J. Phys.*, 10:29-42.
- PHILIP, J. R. (1957b). The theory of infiltration. 1. The infiltration equation and its solution. *Soil Sci.*, 83:345-357.
- PHILIP, J. R. (1957c). The theory of infiltration. 2. The profile at infinity. *Soil Sci.*, 83:435-448.

- PHILIP, J. R. (1957d). The theory of infiltration. 3. Moisture profiles and relation to experiment. *Soil Sci.*, 84:163-178.
- PHILIP, J. R. (1957e). The theory of infiltration. 4. Sorptivity and algebraic infiltration equations. *Soil Sci.*, 84:257-264.
- PHILIP, J. R. (1957f). The theory of infiltration 5. The influence of the initial moisture content. *Soil Sci.*, 84:329-339.
- PHILIP, J. R. (1958). The theory of infiltration. 6. Effect of water depth over soil. *Soil Sci.*, 85:278-286.
- PREVEDELLO, C. L. (1996). Física do solo com problemas resolvidos. Curitiba, Salesward-Discovery, p446.
- ZAR, J. H. (1974). *Biostatistical analysis*. Englewood Cliffs, N. J., Prentice-Hall, Inc., p620.

Prediction of the Wetting Front Depth with an Infiltration Curve

ABSTRACT

A method to estimate the wetting front depth in homogeneous porous media, using a water infiltration curve, is presented. Its application requires (1) the choice of one equation to adjust the experimental data of the accumulated depth of infiltrated water as a function of time, and (2) the determination of the mean water contents between the soil surface and the depth reached by wetting front, before and at the end the infiltration test. In this study, Horton's equation was adopted to adjust the infiltration data obtained in laboratory, for two different porous media: a dark red Latosol and sea sand. According t test (5%), there was no difference between the values estimated by the proposed theory and the measured ones.