

ANÁLISE REGIONAL DE FREQUÊNCIA E DISTRIBUIÇÃO TEMPORAL DAS TEMPESTADES NA REGIÃO METROPOLITANA DE BELO HORIZONTE - RMBH

Márcia Maria Guimarães Pinheiro

Fundação CETEC - Fone (031) 489-2338
Avenida José Cândido da Silveira, 2000 - Horto - CEP 30170-000 Belo Horizonte, MG
marciag@cetec.br

Mauro Naghettini

Departamento de Engenharia Hidráulica e Recursos Hídricos - EE-UFMG - Fone (031) 238-1002
Avenida do Contorno, 842/sala 811 - CEP 30110-060 Belo Horizonte, MG
naghet@dedalus.lcc.ufmg.br

RESUMO

Este trabalho apresenta uma metodologia para a análise regional de precipitações intensas com o uso de momentos-L. A metodologia proposta foi aplicada com sucesso na definição de uma curva do tipo IDF (intensidade-duração-frequência) para a Região Metropolitana de Belo Horizonte - RMBH. Apresenta-se também uma seqüência de procedimentos para a elaboração de hietogramas regionais de desagregação temporal de precipitações, seguida de sua aplicação à RMBH.

INTRODUÇÃO

As vazões de enchentes são consideradas variáveis aleatórias e, portanto, sujeitas a análise pela teoria de probabilidades e estatística matemática. A estimativa dos quantis característicos dessas vazões constitui elemento indispensável para o planejamento da ocupação das planícies de inundação, bem como para a proposição de medidas estruturais e não-estruturais de atenuação de danos provocados por cheias. Da mesma forma, o dimensionamento de obras hidráulicas de drenagem urbana, tais como estruturas de captação, condução e distribuição de água, está também associado à estimativa das vazões de cheia e de suas probabilidades de excedências. Assim, estimativas consistentes dessas vazões características e de suas probabilidades minimizarão os impactos decorrentes do sub/superdimensionamento dessas obras, ambos economicamente desastrosos.

No que se refere a áreas de drenagem relativamente pequenas, típicas de bacias urbanas, raramente encontram-se registros fluviométricos que possibilitem a adequada estimativa das vazões de pico características, através da análise de frequência tradicional. Em muitos casos, essas bacias possuem informações referentes à sua pluviometria

com séries históricas, que embora curtas e extraídas de redes pouco densas, são geralmente mais extensas que as séries fluviométricas. Nesses casos, os métodos indiretos são usados para a quantificação de vazões de pico, através de técnicas e modelos matemáticos de transformação chuva-vazão.

Entre as técnicas e modelos mais utilizados, destacam-se o clássico método racional e os métodos de síntese de hidrogramas. Esses pressupõem o conhecimento do regime pluviométrico vigente na bacia, em particular o conhecimento das relações entre a intensidade das precipitações e suas respectivas duração e frequência.

Um inconveniente, entretanto, é a insuficiência de dados necessários para a estimativa pontual das curvas de frequência de precipitações, o que exige a adoção de técnicas de análise regional, para se obter melhor estimativa dos quantis extremos das distribuições. De fato, os trabalhos de Lettenmaier e Potter (1985) mostraram que o emprego de métodos de regionalização conduz a melhores estimativas dos quantis de variáveis hidrológicas do que estimativas pontuais. A utilização da informação local espacialmente disseminada atenua os erros de amostragem, incrementando a confiabilidade das inferências estatísticas locais.

Neste artigo, resumem-se os resultados de um estudo desenvolvido por Pinheiro (1997), no qual uma metodologia baseada nos chamados momentos-L é empregada para estimar equações IDF regionais, a partir de 168 anos de informações de 11 postos pluviográficos, localizados na RMBH e relacionados na Tabela 1. De acordo com esse trabalho, as variáveis climáticas e/ou fisiográficas podem ser utilizadas para explicar a variabilidade espacial da intensidade média dos eventos máximos de precipitação, para cada duração especificada. Além disso, visando determinar a distribuição temporal das precipitações e estabelecer hietogramas de projeto sintéticos para a área,

Tabela 1. Localização e principais características das estações pluviográficas.

Código	Estação	Município	Entidade operadora	Latitude (N)	Longitude (W)	Altitude (m)	Nº de anos de registros
01943009	Vespasiano	Vespasiano	DNAEE	19° 41'	43° 55'	699	18
01943010	Caeté	Caeté	DNAEE	19° 53'	43° 40'	950	16
01943022	Caixa de Areia	Belo Horizonte	DNAEE	19° 37'	43° 55'	1034	17
01943049	Pte Raul Soares	Jaboticatubas	DNAEE	19° 33'	43° 54'	700	10
01943054	Lourdes	Belo Horizonte	INEMET	19° 56'	43° 56'	850	33
01943054*	Raja Gabaglia	Belo Horizonte	INEMET	19° 56'	43° 53'	916	12
01943055	Horto	Belo Horizonte	INEMET	19° 54'	43° 56'	915	24
01944004	Ponte Nova do Paraopeba	Betim	DNAEE	19° 56'	44° 19'	700	17
01944009	Pedro Leopoldo	Pedro Leopoldo	DNAEE	19° 37'	44° 02'	698	06
01944065	Usina de Gás	Contagem	CEMIG	19° 54'	44° 00'	928	7
02043002	Lagoa Grande	Nova Lima	DNAEE	20° 10'	43° 58'	1350	8

* O posto da Raja Gabaglia substituiu o de Lourdes, desativado em 1969, adotando o mesmo código (Fonte: DNAEE, 1987).

foram analisadas 648 tempestades, cujas séries históricas de 8 dos 11 postos pluviográficos estudados totalizaram 99 anos de informações. Os postos de Lourdes, Raja Gabaglia e Horto não foram utilizados no estabelecimento dos hietogramas por dificuldades na obtenção dos dados.

METODOLOGIA PARA ANÁLISE DE FREQUÊNCIA REGIONAL

Hosking (1986) utilizou a teoria dos Momentos Ponderados por Probabilidade - MPP, introduzida por Greenwood et al. (1979), para definir um conjunto de quantidades que denominou de momentos-L. Os momentos-L de ordem r , denotados por λ_r , podem ser escritos como combinações lineares dos correspondentes MPPs, esses denotados por β_r , e definidos através da seguinte expressão matemática:

$$\beta_r = E\left\{X[F(X)]^r\right\} \quad (1)$$

Os estimadores dos primeiros quatro momentos-L podem ser calculados em termos dos estimadores de MPP por:

$$\begin{aligned} \hat{\lambda}_1 &= \hat{\beta}_0 \\ \hat{\lambda}_2 &= 2\hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_0 \\ \hat{\lambda}_3 &= 6\hat{\beta}_2 - 6\hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_0 \\ \hat{\lambda}_4 &= 20\hat{\beta}_3 - 30\hat{\beta}_2 + 12\hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_0 \end{aligned} \quad (2)$$

onde $\hat{\beta}_r$ representa um estimador de MPP, não tendencioso, para uma dada amostra ordenada $\{X_n \leq X_{n-1} \leq \dots \leq X_1\}$ de tamanho n . Formalmente:

$$\hat{\beta}_r = \frac{1}{r+1} \sum_{j=1}^{n-r} \frac{\binom{n-j}{r}}{\binom{n}{r+1}} X_j; \quad r \leq n-1 \quad (3)$$

Momentos-L e razões de momentos-L podem ser interpretados como medidas da forma de uma distribuição de probabilidades. Por exemplo, λ_1 é a medida de tendência central, λ_2 uma medida de dispersão, a razão $CV-L = \lambda_2 / \lambda_1$ é análoga ao coeficiente de variação convencional, e as razões $\tau_3 = \lambda_3 / \lambda_2$ e $\tau_4 = \lambda_4 / \lambda_2$ representam medidas de assimetria e curtose, respectivamente. Comparados aos momentos convencionais, os momentos-L, devido à sua própria formulação, fornecem estimativas mais robustas dos parâmetros e quantis de distribuições de uma variável aleatória.

Hosking e Wallis (1993 e 1995) utilizaram o método da cheia índice (*index-flood*), proposto por Dalrymple (1960), juntamente com momentos-L e razões de momentos-L de vários locais de uma mesma região, para propor uma série de estatísticas auxiliares para o julgamento dos diversos estágios da análise regional, tais como: consistência de dados, identificação de regiões homogêneas e escolha da distribuição de frequência regional e estimativa dos seus parâmetros. Essas estatísticas encontram-se descritas a seguir.

Medida de Discordância - Di

Como em qualquer análise estatística, a primeira etapa é a consistência dos dados disponíveis. Para isso, Hosking e Wallis (1993 e 1995) descreveram uma estatística baseada em momentos-L, denominada medida de discordância - Di. Assim, dado um grupo de estações, o objetivo é identificar as que produzirem dados grosseiramente discordantes dos outros observados na região.

Em termos formais, as razões de, momentos-L de um local i: CV-L, assimetria-L e curtose-L, são considerados como um ponto em um espaço tridimensional. Seja u_i um vetor (3x1) contendo essas razões-L, dado por:

$$u_i = \begin{pmatrix} t^{(i)} & t_3^{(i)} & t_4^{(i)} \end{pmatrix}^T \quad (4)$$

onde t , t_3 e t_4 denotam CV-L, assimetria-L e curtose-L respectivamente, e T indica matriz transposta.

Seja \bar{u} um vetor (3x1), da média aritmética simples, de u_i para todos os postos estudados:

$$\bar{u} = N^{-1} \sum_{i=1}^N u_i \quad (5)$$

$$\bar{u} = \begin{pmatrix} t^{(R)} & t_3^{(R)} & t_4^{(R)} \end{pmatrix}^T$$

onde N representa o número de locais da região R considerada.

A matriz de covariância amostral é dada por:

$$S = (N-1)^{-1} \sum_{i=1}^N (u_i - \bar{u})(u_i - \bar{u})^T \quad (6)$$

Hosking e Wallis (1995) definiram a medida de discordância Di, para o local i, como:

$$Di = \frac{N}{3(N-1)} (u_i - \bar{u})^T S^{-1} (u_i - \bar{u}) \quad (7)$$

Em trabalhos anteriores, Hosking e Wallis (1993) sugeriram o valor limítrofe $Di = 3$ como critério de decisão. Quando para uma certa amostra $Di \geq 3$, isso significa que ela contém pontos atípicos. Posteriormente, esses autores (1995) apresentaram novos valores críticos para Di, para regiões com menos de 15 estações, conforme apresentado na Tabela 2:

Tabela 2. Valores críticos da Medida de Discordância - Di.

Nº de locais na região	Di _{crit}
5	1,333
6	1,648
7	1,917
8	2,140
9	2,329
10	2,491
11	2,632
12	2,757
13	2,869
14	2,971
≥ 15	3

Fonte: Hosking e Wallis (1995).

De acordo com Hosking e Wallis (1995) em regiões com número de locais muito reduzidos a estatística Di não é informativa. Por exemplo, para $N \leq 3$, a matriz de covariância S é singular, e o valor de Di não pode ser calculado. Para $N = 4$, $Di = 1$ e, para $N = 5$ ou $N = 6$, os valores de Di, como indica a Tabela 2, são bastante próximos do seu limite algébrico. Assim, os autores sugeriram o uso de Di somente quando $N \geq 7$.

Medida de Heterogeneidade - H

O objetivo desta estatística, denotada por H, é verificar o grau de heterogeneidade de uma região. Hosking e Wallis (1993) ressaltam entretanto, que uma região deve ser considerada homogênea com base principalmente em suas características de uniformidade física ou geográfica, e não somente com base nos valores de H. Em outras palavras, o argumento baseado em dados físicos ou geográficos deve prevalecer sobre a avaliação estatística.

Segundo Hosking e Wallis (1993), numa região homogênea todos os postos com as séries de valores de intensidades de precipitação na forma adimensional, dispõem dos mesmos momentos populacionais. Entretanto, devido à variabilidade amostral, os seus momentos amostrais são diferentes. A estatística H compara essa variabilidade amostral observada com uma variabilidade esperada para uma região homogênea, simulada através do método de Monte Carlo.

Hosking e Wallis (1993), recomendam o cálculo da dispersão das regiões proposta e simulada, através do coeficiente de variação-L amostral t . Consideram, portanto, a medida da variância V , como uma medida de dispersão, ponderada pelo tamanho das séries, através da seguinte equação:

$$V = \frac{\sum_{i=1}^N n_i \left(t^{(i)} - \bar{t} \right)^2}{\sum_{i=1}^N n_i} \quad (8)$$

Na simulação da região homogênea, Hosking e Wallis (1993) sugerem a utilização da distribuição Kappa de quatro parâmetros, pela sua maior flexibilidade e, ainda, para evitar o comprometimento prévio com uma distribuição particular de dois ou três parâmetros. Por outro lado, se não for possível ajustar essa distribuição aos momentos-L médios regionais, isto é, se \bar{t}_4 for muito maior que \bar{t}_3 , recomendam o uso da distribuição Logística Generalizada na simulação, sendo esta distribuição um caso particular da distribuição Kappa.

As equações da função acumulada, da função densidade de probabilidade e de sua inversa, relativas à distribuição Kappa de quatro parâmetros são apresentadas por Hosking (1988), como se segue:

$$F(x) = \left\{ 1 - h \left[1 - \frac{k(x - \xi)}{\alpha} \right]^{\frac{1}{k}} \right\}^{\frac{1}{h}} \quad (9)$$

$$f(x) = \alpha^{-1} \left\{ \left[1 - \frac{k(x - \xi)}{\alpha} \right]^{\frac{1}{k}} [F(x)]^{1-h} \right\} \quad (10)$$

$$x(F) = \xi + \frac{\alpha}{k} \left\{ 1 - \left[\frac{1 - (F(x))^h}{h} \right]^k \right\} \quad (11)$$

sendo ξ o parâmetro de posição, α o parâmetro de escala e k e h os parâmetros de forma. Fazendo-se $h = 1$, têm-se as equações da distribuição Logística Generalizada.

Os parâmetros da população Kappa são estimados através dos momentos-L regionais, ou seja, pela média ponderada dos valores observados, ou $1, \bar{t}_1, \bar{t}_3$ e \bar{t}_4 . Na sequência, são gerados

N_{SIM} conjuntos de séries de n_i valores para a variável normalizada em cada local e calculam-se as estatísticas V_j ($j = 1, 2, \dots, N_{SIM}$) para cada conjunto, através da Equação (8). Hosking e Wallis (1993) sugerem que se faça um número de simulações, N_{SIM} , igual a 500.

A média aritmética das estatísticas V_j , obtidas por simulação, fornecerá a dispersão média esperada na região:

$$\mu_{SIM} = \frac{\sum_{i=1}^{N_{SIM}} V_{SIM}}{N_{SIM}} \quad (12)$$

A medida de heterogeneidade, H , compara a dispersão observada com a simulada:

$$H = \frac{V - \mu_{SIM}}{\sigma_{SIM}} \quad (13)$$

onde, σ_{SIM} é o desvio padrão entre os N_{SIM} valores da medida de dispersão V_{SIM} :

$$\sigma_{SIM} = \sqrt{\frac{\sum_{m=1}^{N_{SIM}} (V_{SIM} - \mu_{SIM})^2}{N_{SIM} - 1}} \quad (14)$$

Hosking e Wallis (1993) propõem o seguinte critério de classificação:

$|H| < 1,0 \Rightarrow$ região "aceitavelmente homogênea"

$1,0 \leq |H| < 2,0 \Rightarrow$ região "possivelmente heterogênea"

$|H| > 2,0 \Rightarrow$ região "definitivamente heterogênea"

Teste de aderência

Após a identificação da região homogênea, o próximo estágio, relativo à especificação do modelo regional, é a escolha da distribuição de frequência apropriada para a estimativa dos quantis. Com esse objetivo, Hosking e Wallis (1993) descrevem uma estatística, baseada em momentos-L e denotada por Z , para verificar se a distribuição candidata fornece um bom ajuste aos dados regionais, isto é, se os momentos-L médios regionais são coerentes com os da distribuição candidata.

Um roteiro dos procedimentos de cálculo e análise encontra-se apresentado a seguir.

- i. Assuma uma série de distribuições de três parâmetros como candidatas.

As distribuições candidatas propostas são a Logística Generalizada-GLO, Generalizada de Valores Extremos-GEV, Generalizada de Pareto-GP, log-Normal-LN e Pearson tipo III-P3. Devido ao fato de uma distribuição de três parâmetros poder conter outra distribuição de 2 parâmetros, caso particular em que o parâmetro de forma é constante, serão testadas ainda, de forma indireta, as seguintes distribuições de dois parâmetros: Uniforme, Logística, Normal, Exponencial, Pareto e Valores Extremos do tipo I ou Gumbel.

- ii. Ajuste cada distribuição candidata ao grupo de momentos-L regionais: $1, \bar{t}_1, \bar{t}_3$ e \bar{t}_4 .

Denote por τ_4^{DIST} a curtose-L da distribuição ajustada, onde DIST poderá ser qualquer uma das distribuições, GLO, GEV, etc.

- iii. Ajuste a distribuição Kappa ao grupo de momentos-L regionais.
- iv. Simule um grande número de N_{SIM} regiões para essa população Kappa.

Esta simulação deverá ser efetuada da mesma forma como apresentado anteriormente.

- v. Calcule a assimetria-L regional $\bar{t}_3^{(m)}$ e a curtose-L regional $\bar{t}_4^{(m)}$ para a $m^{ésima}$ região simulada.
- vi. Calcule a medida de tendenciosidade de \bar{t}_4, β_4 :

$$\beta_4 = (N_{SIM})^{-1} \sum_{m=1}^{N_{SIM}} (\bar{t}_4^{(m)} - \bar{t}_4) \quad (15)$$

- vii. Calcule o desvio padrão de \bar{t}_4, σ_4 :

$$\sigma_4 = \sqrt{(N_{SIM} - 1)^{-1} \left[\sum_{m=1}^{N_{SIM}} (\bar{t}_4^{(m)} - \bar{t}_4)^2 - N_{SIM} \beta_4^2 \right]} \quad (16)$$

- viii. Calcule a estatística Z, para cada distribuição candidata:

$$Z^{DIST} = \frac{(\tau_4^{DIST} - \bar{t}_4 + \beta_4)}{\sigma_4} \quad (17)$$

- ix. Aceite a hipótese de um ajuste adequado, se $|Z^{DIST}| \leq 1,64$.
- x. Estime a curva de freqüência adimensional regional.

Além das curvas de todas as distribuições aceitáveis, deverão ser plotados o ponto médio regional da assimetria-L e da curtose-L (\bar{t}_3 e \bar{t}_4), e verificado graficamente a melhor distribuição ajustada. Hosking e Wallis (1993) sugerem que, se o ponto médio regional cair acima da curva da distribuição GLO, nenhuma distribuição de três ou de dois parâmetros será aceita, devendo então ser ajustada uma distribuição mais genérica, como a Wakeby de cinco parâmetros ou a Kappa de quatro parâmetros.

A síntese metodológica acima descrita encontra-se resumida graficamente na Figura 1.

EQUAÇÃO IDF REGIONAL PARA A RMBH

A Região Metropolitana de Belo Horizonte - RMBH, apresentada na Figura 2, está localizada na porção central do Estado de Minas Gerais e compreendida entre os paralelos 19° 30' e 20° 50' de latitude sul e os meridianos 43° 30' e 44° 40' de longitude oeste Greenwich. Abrange uma área de 5.852,3 km² sendo integrada por 24 municípios e drenada pelas sub-bacias dos rios das Velhas e Paraopeba, afluentes da margem direita do rio São Francisco.

Nos últimos 25 anos a região vem apresentando um desenvolvimento rápido e desordenado de suas áreas urbanas, tendo assim agravado os problemas associados a inundações e erosão. Pode ser considerada como uma região chuvosa, apresentando um ciclo básico unimodal, com verão chuvoso e inverno seco, sendo junho, julho e agosto os meses mais secos, e novembro, dezembro e janeiro os mais chuvosos. Valores extremos de precipitações máximas de vinte e quatro horas ocorrem no trimestre janeiro a março, sendo que, segundo informações históricas não oficiais, a maior tempestade dos últimos 100 anos na região ocorreu entre os dias 12 e 14 de fevereiro de 1978, e sua intensidade máxima em 24 horas, medida no posto de Caeté, foi 11,1 mm/h, correspondendo a um volume precipitado da ordem

de 266 mm. O relevo regional é caracterizado por entre os extremos de 650 e 1500 metros, a qual é conhecida por exercer uma importante influência na intensificação do processo de condensação e, conseqüentemente, nas chuvas na região. Na região centro-sul da RMBH, isoietas de alto valor adequam-se, aproximadamente, às altas elevações

da inclinação barlavento, refletindo dessa forma a direção predominante do influxo de umidade para o interior da RMBH. Espera-se que essas características das precipitações totais anuais possam explicar parte da variabilidade espacial das chuvas de curta duração que ocorrem na região.

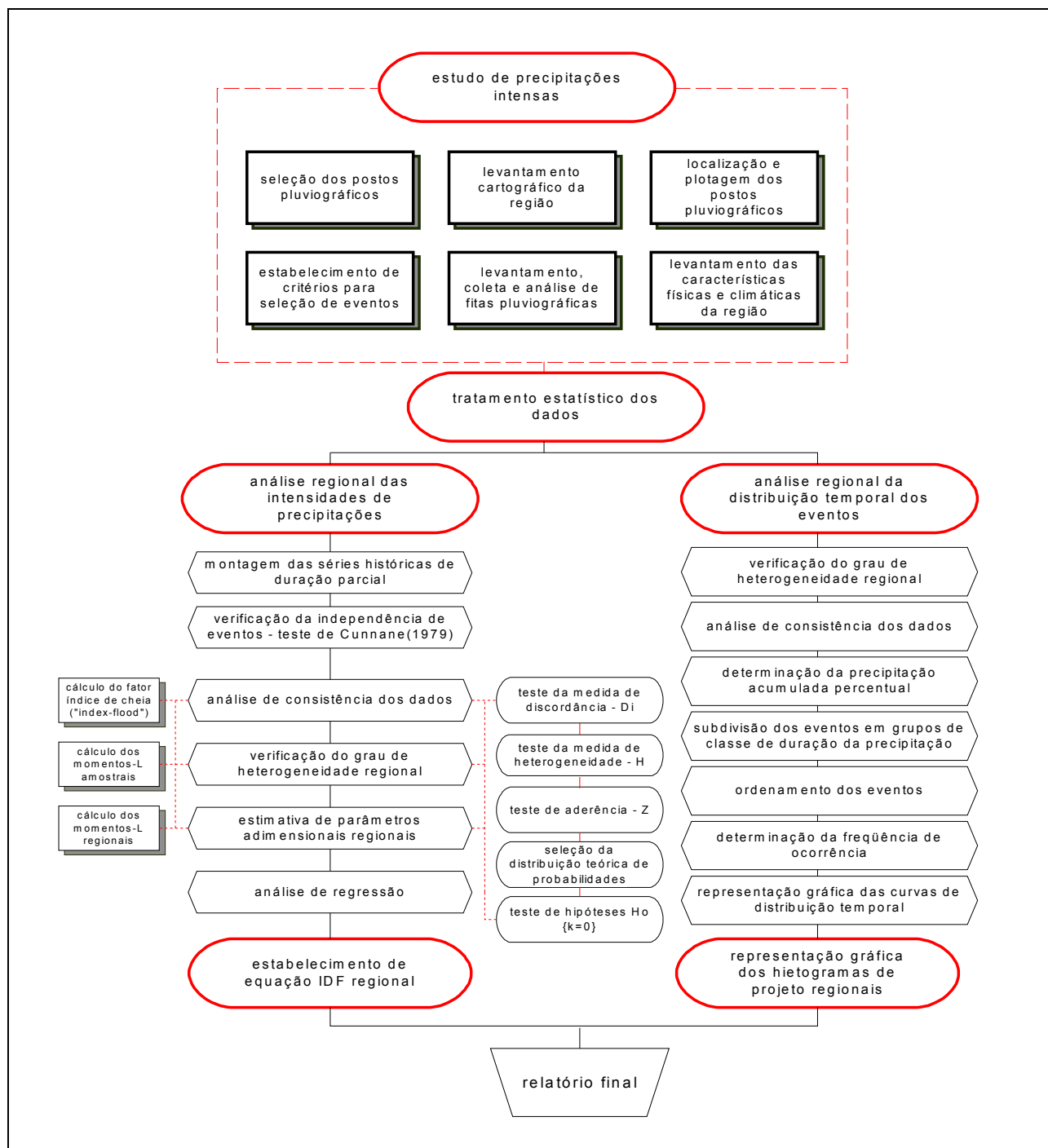


Figura 1. Síntese metodológica para análise regional de precipitações intensas.

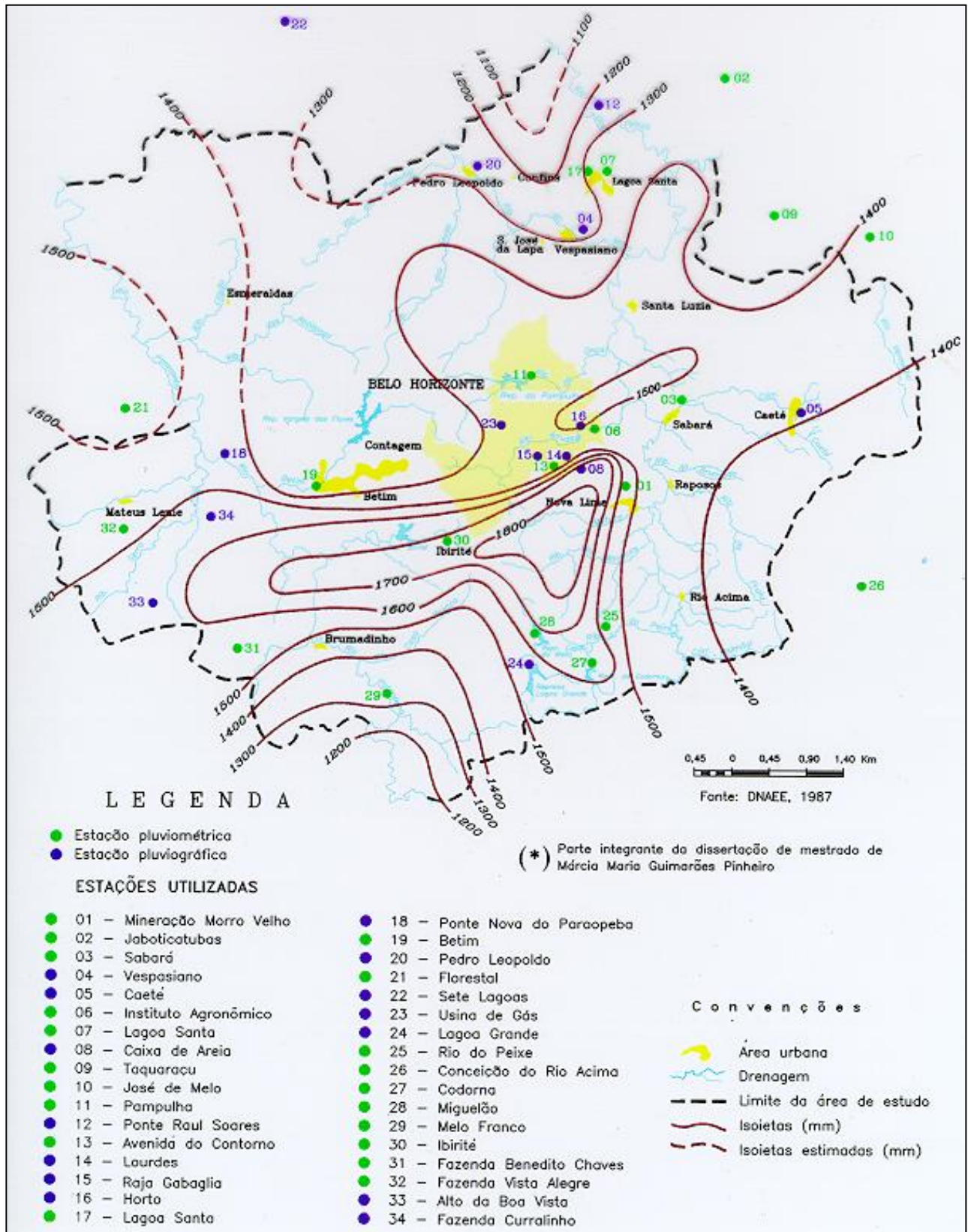


Figura 2. Isoietas de precipitações totais anuais médias.

A metodologia proposta por Hosking e Wallis (1993) foi aplicada às séries de duração parcial extraídas dos 11 postos pluviográficos da região. Eventos estatisticamente independentes, de duração entre 10 minutos e 24 horas, foram selecionados de tal forma que o número de excedências acima de um determinado valor limiar seguisse uma distribuição de Poisson com parâmetros $\Lambda = 2$ e $\Lambda = 3$.

Segundo os critérios descritos para as análises estatísticas Di e H, as estações foram consideradas não-discordantes e localizadas em uma região homogênea, conforme apresentado, respectivamente, nas Tabelas 3 e 4, para $\Lambda = 2$. Note na Tabela 3 que apenas o posto de Pedro Leopoldo apresenta valores ligeiramente acima dos propostos por Hosking e Wallis (1995), o que o colocaria como posto discordante. Entretanto, optou-se aqui por manter os seus dados na análise, para que os critérios de homogeneidade regional, de acordo com a análise estatística H e Tabela 4, não ficassem comprometidos.

Entre as possíveis distribuições consideradas aceitáveis segundo o teste de aderência Z, a distribuição generalizada de Pareto-GP foi selecionada como a melhor candidata. A função densidade de probabilidade dessa distribuição é dada por:

$$g_P(p|s, k) = \frac{1}{s} \left(1 - \frac{kp}{s} \right)^{\frac{1}{k}-1} \quad k \neq 0 \quad (18)$$

$$g_P(p|s) = \frac{1}{s} \exp\left(-\frac{p}{s}\right) \quad k = 0$$

onde p representa as excedências de intensidades de precipitações acima de determinado nível x_0 ; s e k representam os parâmetros de escala e de forma.

Note que se $k = 0$, a GP reduz-se a uma distribuição exponencial com parâmetro de escala s.

A Tabela 5 apresenta os resultados da estimativa dos parâmetros regionais da distribuição de Pareto para parâmetros de Poisson $\Lambda = 2$ e $\Lambda = 3$. Apesar de conduzirem a estimativas semelhantes, julgou-se mais prudente prosseguir a análise com as séries obtidas para $\Lambda = 2$. Dessa forma, os pontos médios regionais da assimetria-L (\bar{t}_3) e da curtose-L (\bar{t}_4) foram grafados nos respectivos diagramas de momentos, conforme Figura 3, reforçando a adoção da distribuição generalizada de Pareto.

Tabela 4. Resultados do teste da Medida de Heterogeneidade - H para as séries de duração parcial, $\Lambda = 2$.

Durações	H
10 minutos	0,24
15 minutos	0,92
30 minutos	-0,38
45 minutos	-0,48
1 hora	-0,50
2 horas	0,30
3 horas	-0,81
4 horas	-2,38
8 horas	-1,03
14 horas	0,51
24 horas	0,23

Tabela 3. Valores da medida de discordância - Di para as séries de duração parcial, $\Lambda=2$.

Estações	Duração										
	10 min	15 min	30 min	45 min	1 hora	2 horas	3 horas	4 horas	8 horas	14 horas	24 horas
Vespasiano	0,20	0,01	2,08	0,90	1,56	0,07	0,34	0,42	0,04	0,18	0,70
Caeté	0,29	0,67	0,60	0,32	0,33	1,09	0,46	0,18	0,09	1,36	0,42
Caixa de Areia	1,69	0,73	1,86	1,14	1,04	0,33	1,39	1,55	0,63	0,22	0,91
Ponte Raul Soares	0,66	0,15	0,31	0,33	1,07	1,89	0,89	0,69	2,49	1,46	0,38
Raja Gabaglia	**	1,80	0,34	0,91	1,32	1,22	1,23	1,61	2,09	0,64	0,43
Horto	0,81	1,08	0,10	0,04	0,00	0,33	0,28	1,11	0,05	1,30	0,96
Pte.N. Paraopeba	0,48	0,37	1,17	1,25	0,63	0,36	1,79	0,59	0,16	0,55	1,17
Pedro Leopoldo	2,64	2,53	0,64	2,34	0,90	1,87	1,33	0,21	2,67	2,20	2,11
Usina de Gás	0,45	1,15	1,90	1,28	0,87	1,12	0,06	1,81	0,96	0,74	2,04
Lagoa Grande	1,78	1,51	1,00	1,49	2,29	1,71	2,22	1,83	0,82	1,36	0,88
Valores Críticos*	2,329	2,491	2,491	2,491	2,491	2,491	2,491	2,491	2,491	2,491	2,491

* Fonte: Hosking e Wallis (1995).

**A informação dessa estação, para essa duração, não foi utilizada devido a problemas de inconsistências.

Tabela 5. Resultados da estimativa de parâmetros da distribuição generalizada de Pareto, $\Lambda = 2$ e $\Lambda = 3$.

Parâmetros Durações	Λ	Posição (xo)	Escala (α)	Forma (k)
10 minutos	2	0,780	0,220	0,00
15 minutos	2	0,782	0,219	0,00
30 minutos	2	0,791	0,209	0,00
45 minutos	2	0,778	0,222	0,00
1 hora	2	0,766	0,246	0,05
2 horas	2	0,773	0,227	0,00
3 horas	2	0,771	0,229	0,00
4 horas	2	0,778	0,223	0,00
8 horas	2	0,765	0,243	0,03
14 horas	2	0,741	0,260	0,00
24 horas	2	0,716	0,286	0,01
10 minutos	3	0,741	0,302	0,20
15 minutos	3	0,755	0,263	0,07
30 minutos	3	0,753	0,270	0,09
45 minutos	3	0,757	0,246	0,01
1 hora	3	0,751	0,249	0,00
2 horas	3	0,749	0,261	0,04
3 horas	3	0,751	0,258	0,04
4 horas	3	0,753	0,253	0,02
8 horas	3	0,751	0,250	0,00
14 horas	3	0,717	0,287	0,02
24 horas	3	0,688	0,312	0,00

Quando as excedências de determinado nível são modeladas por uma distribuição generalizada de Pareto, as correspondentes probabilidades anuais são descritas pela distribuição Generalizada de Eventos Extremos - GEV, ambas com o mesmo parâmetro de forma. Esta e outras conexões com a teoria de valores extremos (Pickands, 1975) servem para justificar o crescente uso do modelo Poisson-Pareto na descrição de excedências de determinado nível (ver, por exemplo, Madsen et al.; 1993 e Naghettini et al., 1996).

Para todas as durações estudadas na RMBH, estimativas através de momentos-L forneceram distribuições regionais de Pareto com parâmetros de forma próximos de zero. De fato, o teste estatístico proposto por Van Montfort e Witter (1986), foi aplicado para aceitação da hipótese nula H_0 ($k = 0$) para todas as durações consideradas. Sob a restrição $k = 0$, a GP reduz-se a uma distribuição exponencial com probabilidades anuais descritas pela distribuição de Gumbel, que é um caso particular da distribuição GEV.

Estimativas através de momentos-L forneceram quantis adimensionais regionais $\mu_{T,d}$, correspondentes ao período de retorno T em anos

e duração d, conforme apresentado na Tabela 6. Os quantis adimensionais dessa tabela referem-se

às razões $\frac{i_{T,d}}{\bar{i}_d}$, onde $i_{T,d}$ representa a intensida-

de de chuva (mm/h) para um período de retorno T e \bar{i}_d a intensidade média dos eventos máximos de precipitação em um dado local dentro da RMBH, ambas para a duração d.

Visando explicar a variabilidade de \bar{i}_d , modelos de regressão foram ajustados a diferentes variáveis incluindo: a duração da precipitação (d), a altura de precipitação média anual (P) e a altitude das estações (ALT). A Tabela 7 resume as análises de correlação para esses modelos de regressão. Uma vez que se objetiva determinar uma equação de chuvas intensas, vale aqui ressaltar a obrigatoriedade de se incluir a duração (d) em todos os modelos.

Por estar contida na variável dependente, a duração da precipitação (d) explica, porém de forma espúria, quase a totalidade da variância de \bar{i}_d . Em consequência, era de se esperar que a inclusão de novas variáveis independentes ao modelo de regressão agregassem pouco, a explicação da variância total, em termos do valor numérico do coeficiente de correlação. Por outro lado, também era de se esperar que a equação de chuvas intensas, válida para a RMBH, pudesse corroborar as evidências empíricas da influência exercida pelo seu relevo sobre as intensidades de precipitação no interior da região. Diante desse quadro, e objetivando incluir de forma parcimoniosa novas variáveis explicativas que pudessem traduzir parte da variabilidade espacial de \bar{i}_d , utilizou-se principalmente o critério do coeficiente de determinação ajustado \bar{R}^2 na escolha do melhor modelo de regressão. Esse coeficiente é definido por Montgomery e Peck (1992) como:

$$\bar{R}^2 = 1 - \frac{N-1}{N-p} (1 - R^2) \quad (19)$$

onde N é o número de pontos amostrais, p o número de variáveis explicativas e R^2 o coeficiente de determinação. Por esse critério, o modelo de regressão número 5 parece ser o mais adequado.

Note-se que a inclusão da variável independente ALT não melhora a regressão de \bar{i}_d . Uma explicação plausível para isso pode estar relacionada ao fato de que a intensificação da condensação e conseqüentemente as altas intensidades de precipitação, não dependem uni-

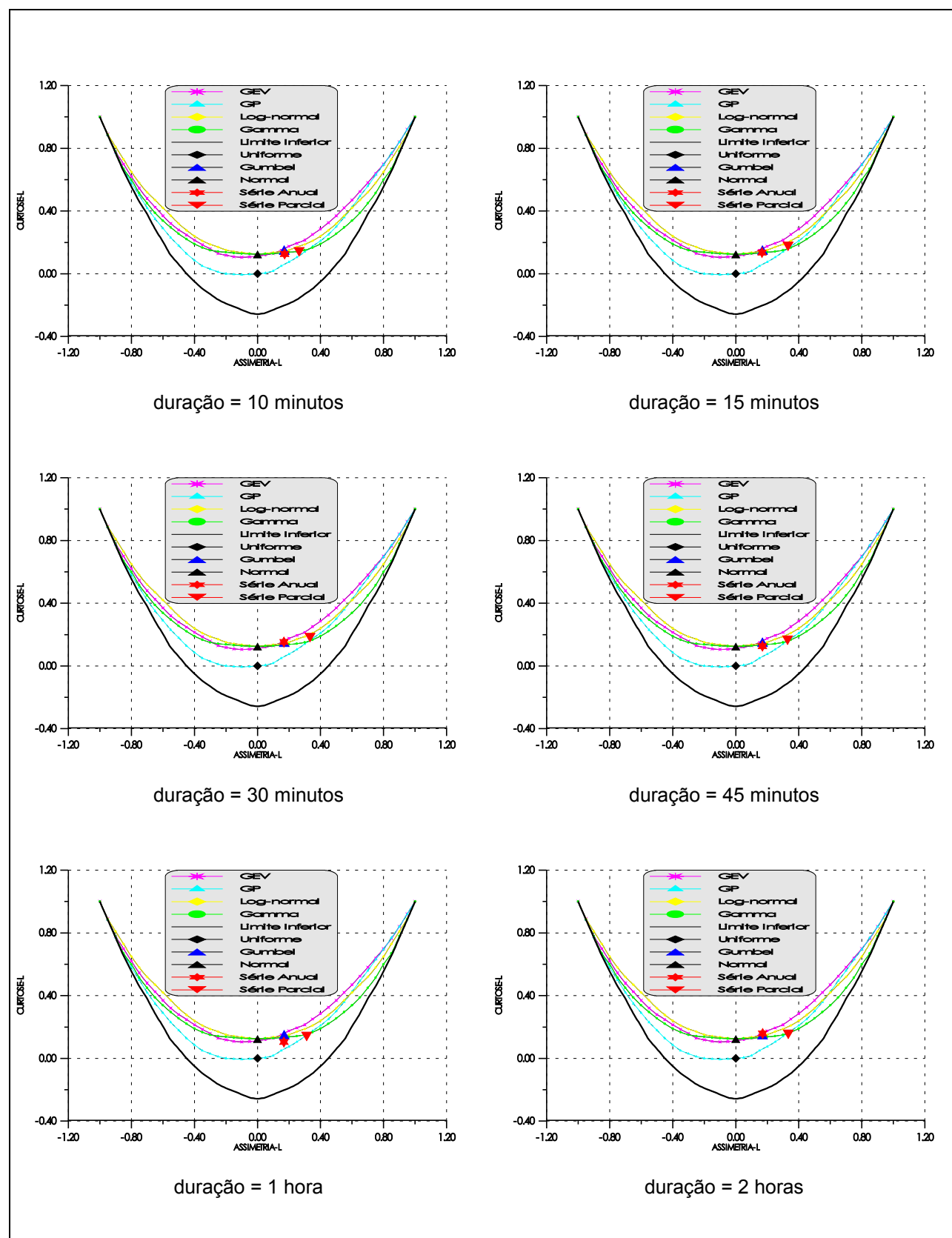


Figura 3. Diagramas do teste de aderência.

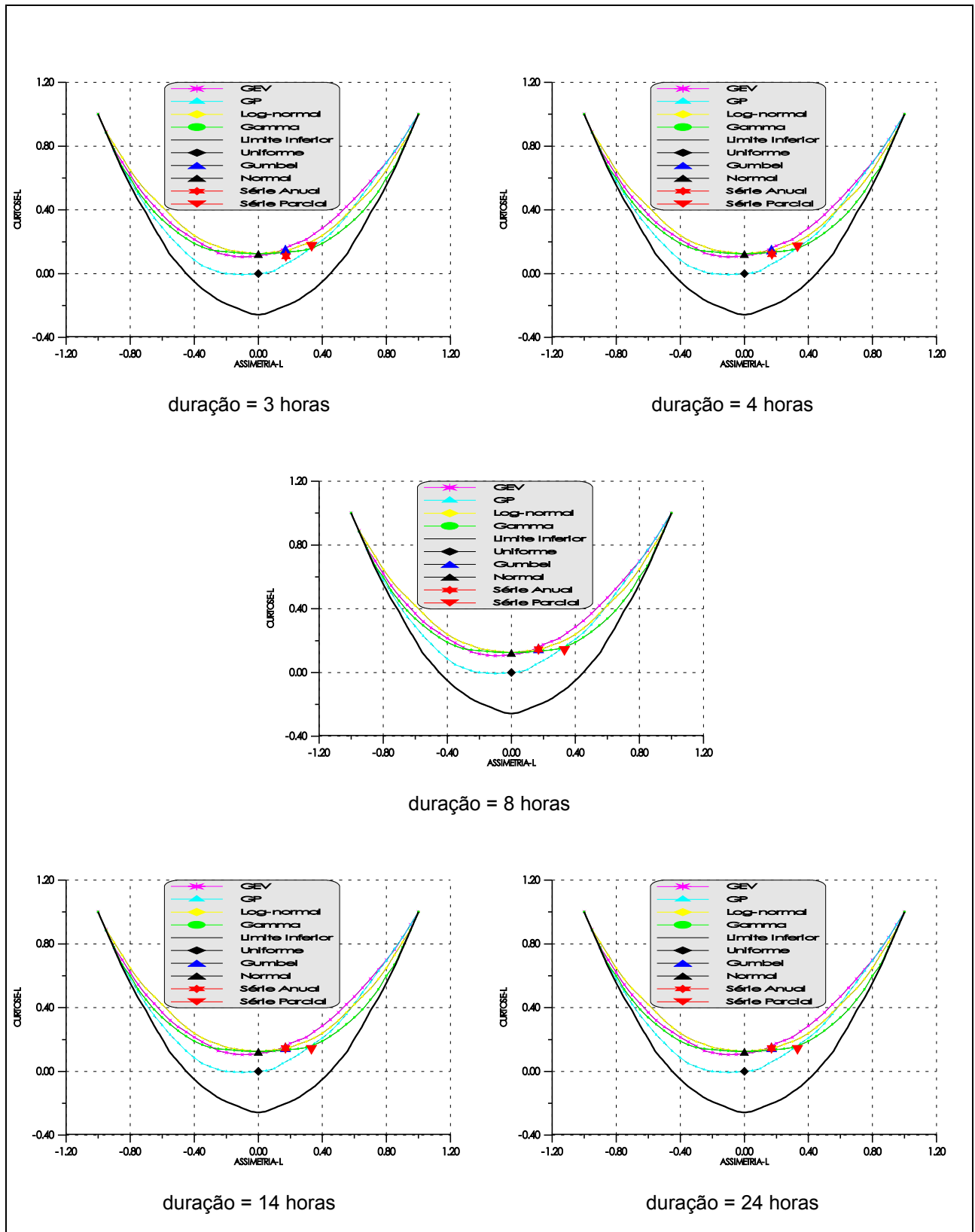


Figura 3. Diagramas do teste de aderência (continuação).

Tabela 6. Quantis adimensionais $\mu_{T,d}$ correspondentes a probabilidades anuais de Gumbel.

Durações	Período de retorno (anos)							
	1,05	1,25	2	10	20	50	100	200
10 minutos	0,691	0,828	1,013	1,428	1,586	1,791	1,945	2,098
15 minutos	0,695	0,830	1,013	1,422	1,578	1,780	1,932	2,083
30 minutos	0,707	0,836	1,013	1,406	1,557	1,751	1,897	2,043
45 minutos	0,690	0,827	1,013	1,430	1,589	1,795	1,949	2,103
1 hora	0,679	0,821	1,014	1,445	1,610	1,823	1,983	2,143
2 horas	0,683	0,823	1,014	1,439	1,602	1,813	1,970	2,128
3 horas	0,679	0,821	1,014	1,445	1,610	1,823	1,983	2,143
4 horas	0,688	0,826	1,013	1,432	1,591	1,798	1,953	2,108
8 horas	0,674	0,818	1,014	1,451	1,618	1,834	1,996	2,157
14 horas	0,636	0,797	1,016	1,503	1,690	1,931	2,112	2,292
24 horas	0,603	0,779	1,017	1,550	1,754	2,017	2,215	2,412

Tabela 7. Análise de regressão da variável dependente \hat{I}_d .

Modelo de regressão n ^o	Variáveis dependentes	Coefficiente de regressão	Desvio padrão	R ² parcial	Desvio padrão residual	R ²	\bar{R}^2
1	d	-0,7059	0,0067	-	0,047	0,9903	--
2	ALT	0,2162	0,5084	-	0,481	0,0017	--
3	P	0,5360	1,1057	-	0,481	0,0022	--
4	d	-0,7059	0,0061	0,992	0,043	0,9920	0,9911
	ALT	0,21625	0,0457	0,173			
5	d	-0,7059	0,0059	0,992	0,042	0,9925	0,9917
	P	0,5360	0,0963	0,224			
6	ALT	0,0666	0,7937	0,0001	0,4828	0,0022	--
	P	0,4252	1,7266	0,0006			
7	d	-0,7059	0,0059	0,993	0,042	0,9926	0,9908
	ALT	0,0666	0,0688	0,009			
	P	0,4252	0,1498	0,071			

camente da topografia acentuada, mas dos seus efeitos na direção predominante do ar úmido através da região. Dessa forma, o modelo de regressão número 5 parece sintetizar esses efeitos, combinados de forma mais coerente com a inclusão de P, variável essa que pode facilmente ser obtida da Figura 2.

Através da combinação do modelo de regressão 5 (Tabela 7) com a curva de frequência adimensional regional (Tabela 6), a equação do tipo IDF válida para a RMBH resulta em:

$$\hat{I}_{T,d,j} = 0,76542 d^{-0,7059} P_j^{0,5360} \mu_{T,d} \quad (20)$$

para: $T \leq 200$ anos e; $10 \text{ min} \leq d \leq 24 \text{ h}$; sendo:
 $\hat{I}_{T,d,j}$ = intensidade de precipitação média de duração d, do local j, associada ao período de retorno T

(mm/h ou mm/min); d = duração da precipitação (h ou min, coerentemente com as unidades de intensidade); P_j = precipitação total anual média do local j, extraída do mapa isoietal da Figura 2 (mm); $\mu_{T,d}$ = quantil adimensional regional, obtido através da Tabela 6.

HIETOGRAMAS DE PROJETO PARA A RMBH

Huff (1967) desenvolveu uma metodologia para obtenção da distribuição temporal de precipitações baseada na análise de 261 tempestades com duração de 3 a 48 horas, observada em 49 estações pluviográficas localizadas no Estado de Illinois - USA. No método de Huff, a distribuição temporal da tempestade é obtida pela relação dos

percentis do total de precipitação com os percentis da duração total. As tempestades são agrupadas conforme a ocorrência de suas intensidades máximas, no 1^o, 2^o, 3^o ou 4^o quartil da distribuição temporal da altura total de precipitação. Para cada quartil, curvas de massa adimensionais são associadas a probabilidades de excedências, selecionadas para construir figuras sintéticas da distribuição temporal das precipitações numa região. Embora essas curvas se refiram a uma região limitada, têm sido largamente aplicadas em outras regiões dos Estados Unidos e mesmo de outros países, como é o caso da RMBH, sujeita a condições hidrometeorológicas totalmente diferentes da região estudada por Huff.

A grande vantagem desse método é o estabelecimento de hietogramas regionais, desde que se tenha definido previamente a homogeneidade regional. Dessa forma, a metodologia proposta para a obtenção das curvas de distribuição temporal de precipitação baseou-se no método de Huff. Tendo sido efetuadas adaptações à realidade da região estudada - Região Metropolitana de Belo Horizonte, resume-se na execução das seguintes etapas:

- seleção de todos os eventos com intensidade de precipitação total de, no mínimo 25,4 mm e duração inferior a 10 horas;
- determinação, por interpolação linear, da precipitação acumulada percentual para 10, 20, 30,..., 90% da duração total do evento pluviométrico, quando necessário;
- subdivisão dos eventos em quatro grupos de classes de duração da precipitação, a saber:
 - Classe I: $d \leq 1$ hora;
 - Classe II: $1 \text{ hora} < d \leq 2$ horas;
 - Classe III: $2 \text{ horas} < d \leq 4$ horas;
 - Classe IV: $d > 4$ horas;
- apresentação ordenada, em forma adimensional e ordenamento dos eventos selecionados;
- determinação da frequência de ocorrência através da distribuição empírica de Weibull;
- representação gráfica das curvas de distribuição temporal de precipitações (expressas em percentagens da duração e da precipitação total, para probabilidades de excedência de 10, 20, 30,..., 90%) para cada grupo de classe de duração da precipitação, como indicado na Figura 4.

Verifica-se nessas curvas, um certo desvio com o aumento da duração dos eventos, isto é,

quanto maior a duração da precipitação, menos uniforme é a sua distribuição temporal. Destaca-se que a escolha da probabilidade de excedência no hietograma de projeto é uma decisão encarada usualmente como independente, embora não o seja, na seleção do período de retorno da chuva de projeto. Essa dependência é de difícil determinação e poderá ser objeto de investigação futura, além do escopo do presente artigo.

CONCLUSÕES

Os resultados obtidos com a aplicação da metodologia permitem apresentar as seguintes conclusões:

- a adoção de um modelo de duração parcial para a Região Metropolitana de Belo Horizonte - RMBH baseou-se na garantia da independência dos eventos, pela hipótese de Poisson, utilizando-se o dobro das observações na estimativa dos parâmetros. Dessa forma, a quantificação dos parâmetros concentrou-se nos valores mais representativos da cauda superior da distribuição de frequência;
- é reforçada, então, a hipótese de exponencialidade, presente em vários estudos como o de Hershfield (1960).

Durante o desenvolvimento dos trabalhos, esperava-se que o coeficiente de forma variasse de acordo com a duração da precipitação, a exemplo dos estudos desenvolvidos por Schaefer (1990) e Buishand (1991). No entanto, foram verificadas estimativas de coeficientes de forma próximos de zero.

Com a hipótese de exponencialidade reforçada, podem ser utilizados outros métodos para estimativas de vazões extremas, entre os quais o método do Gradex ou um modelo de estatística de ordem superior, em que se utilizam informações covariadas, como por exemplo, o método descrito por Naghettini et al. (1996).

- O estabelecimento de uma equação do tipo IDF para a RMBH, baseada na aplicação da metodologia da cheia índice (*index-flood*), com a utilização de momentos-L, mostrou resultados satisfatórios.

Essa equação reveste-se de importância técnico-científica, representada pelo conhecimento do regime pluviométrico, tendo em vista a sua utilização no dimensionamento de estruturas

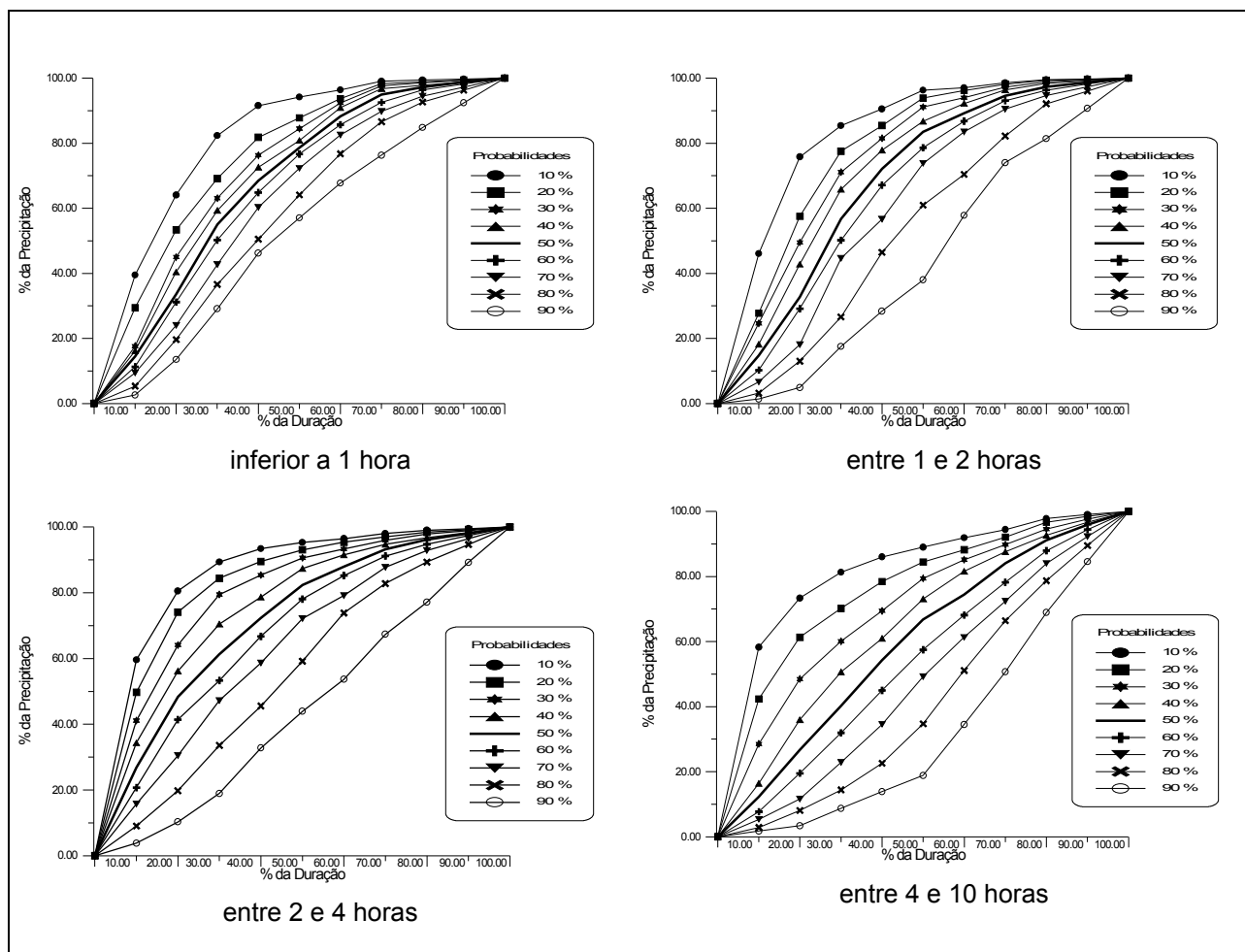


Figura 4. Distribuições temporais da precipitação para diferentes probabilidades de excedência e durações.

hidráulicas. Se comparados aos estudos pontuais existentes nessa região, desenvolvidos com séries históricas curtas, seus resultados são mais confiáveis, pois, além de terem sido baseados em um número muito maior de postos pluviográficos, com séries históricas mais representativas e atualizadas, são de caráter regional.

- A inclusão da precipitação anual na equação do tipo IDF da RMBH sintetiza a influência de dois fatores sobre as intensidades máximas de chuva. O primeiro deles refere-se às diferenças espaciais de umidade, disponível para a origem e continuidade das ocorrências de precipitações intensas, indiretamente quantificadas pela variação dos totais anuais de chuva na RMBH. O segundo, inerente ao próprio traçado e à conformação espacial do mapa isoietal, reflete as influências orográficas

sobre a intensificação dos eventos de precipitação.

- A oportunidade de se desenvolverem hietogramas de projeto para a RMBH, compatíveis com as condições hidroclimáticas da região, vem complementar o presente estudo.

A importância desses hietogramas para a RMBH fica evidenciada ao se lembrar que, na maioria dos hietogramas de projeto elaborados em estudos para o dimensionamento de obras hidráulicas, tem-se empregado métodos desenvolvidos em outros países, como o método de Huff (1967), utilizando-se resultados de observações pluviométricas sob condições hidroclimáticas totalmente diferentes das regiões tropicais.

- Finalmente, a pesquisa realizada fornece ao setor empresarial, público e privado,

três instrumentos, como alternativas tecnológicas para o estabelecimento de um sistema de gestão das redes de micro e macro-drenagem da RMBH, e ainda para a implantação de um sistema de alerta quanto a riscos de inundações:

- i. mapa de isoietas de precipitação total anual média;
- ii. equação do tipo IDF regional;
- iii. hietogramas de projeto regionais, associados a diversas probabilidades de excedência, das quais a escolha é objeto de critérios de projeto.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem às várias pessoas e instituições que os apoiaram neste estudo, em especial ao CETEC - Fundação Centro Tecnológico de Minas Gerais, à FAPEMIG - Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais, sem os quais este trabalho não poderia ter sido realizado e, ao Professor Geraldo Wilson Júnior pelas sugestões fornecidas para a elaboração deste artigo.

REFERÊNCIAS

- BUISHAND, T. A. (1991). Extreme rainfall estimation by combining data from several sites. *Hydrological Sciences Journal*, v36, n.4, p345-365.
- DALRYMPLE, T. (1960). Flood-frequency analyses, Manual of Hydrology: Part.3. Flood-flow Techniques, *Geological Survey Water Supply Paper* 1543-A, U. S. Government Printing Office, Washington, D. C., p80.
- GREENWOOD, J. A., LANDWEHR, J. M., MATALAS, N. C., WALLIS, J. R. (1979). Probability weighted moments: definition and relation to parameters expressible in inverse form. *Water Resources Research*, v15, n.5, p1049-1054.
- HERSHFIELD, D. M., KOHLER, M. A. (1960). An empirical appraisal of the Gumbel extreme-value procedure. *Journal of Geophysical Research*, v65, n.6, p1737-1746.
- HOSKING, J. R. M. (1986). The theory of probability weighted moments. *IBM Research Report*, RC 12210, p160.
- HOSKING, J. R. M. (1988). The 4-parameter Kappa distribution. *IBM Research Report*, RC 13412, p17.
- HOSKING, J. R. M., WALLIS, J. R. (1993). Some statistics useful in regional frequency analysis. *Water Resources Research*, v29, n.1, p271-281.
- HOSKING, J. R. M., WALLIS, J. R. (1995). Correction to "some statistics useful in regional frequency analysis". *Water Resources Research*, v31, n.1, p251.
- HUFF, F. A. (1967). Time distribution of rainfall in heavy storms. *Water Resources Research*, v3, n.4, p1007-1019.
- LETTENMAIER, D. P., POTTER, K. W. (1985). Testing flood frequency estimation methods using a regional model. *Water Resources Research*, v21, n.2, p1903-1914.
- MADSEN, H., ROSBJERG, D., HARREMOES, P. (1993). *Application of the partial duration series approach in the analysis of extreme rainfalls in extreme hydrological events: precipitation, floods and droughts. [Proceedings of the Yokohama Symposium, I.]* A. S. H. Publication 213, p257-266.
- MONTGOMERY, D. C., PECK, E. A. (1992). *Introduction to Linear Regression Analysis*, 2nd Edition, John Wiley & Sons, New York, p527.
- NAGHETTINI, M., POTTER, K. W., ILLANGASEKARE, T. (1996). Estimating the upper-tail of flood-peak frequency distributions using hydrometeorological information. *Water Resources Research*, v.2, n.6, p1729-1740.
- PICKANDS, J. (1975). Statistical inference using extreme order statistics, *Ann. Stat.*, v3, p119-130.
- PINHEIRO, M. M. G. (1997). *Estudo de chuvas intensas na Região Metropolitana de Belo Horizonte - RMBH*. M. Sc. Dissertação. EE/UFGM, p216.
- SCHAEFER, M. C. (1990). Regional analyses of precipitation annual maxima in Washington State. *Water Resources Research*, v26, n.1, p119-131.
- VAN MONTFORT, M. A. J., WITTER, J. V. (1986). The generalized Pareto distribution applied to rainfall depths. *Hydrological Sciences Journal*, v31, n.2, p151-162.

***Regional Frequency Analysis and
Time Distribution of Rainfall in Heavy
Storms over the Metropolitan Region
of Belo Horizonte - MRBH***

ABSTRACT

This paper describes a L-moment-based methodology for the regional frequency analysis of heavy storms. The proposed methodology has been successfully applied to derive an IDF-type curve for the Metropolitan Region of Belo Horizonte - MRBH. In addition, this paper describes a set of procedures to construct regional hyetographs to represent the time distribution of precipitation volumes over a given area. Its application to the MRBH is also presented.