RBRH - Revista Brasileira de Recursos Hídricos Volume 3 n.2 Abr/Jun 1998, 95-107

CONSIDERAÇÕES SOBRE A HIDRÁULICA DE CANAIS FLUVIAIS E DE CANAIS DE MARÉ

Eloi Melo Fº

Laboratório de Hidrologia Aplicada e Hidráulica Marítima – LHAHIMAR - Depto de Engenharia Sanitária e Ambiental
UFSC - Campus Trindade - Caixa Postal 5039 – CEP 88040-970 Florianópolis, SC
emf@ens.ufsc.br

RESUMO

Este trabalho apresenta uma contribuição no sentido de inserir o tópico canais de maré *no escopo da hidráulica de canais tradicional. As peculiaridades próprias dos escoamentos em canais fluviais e em canais de maré são discutidas e comparadas tanto do ponto de vista físico quanto do matemático. Alguns tópicos específicos são tratados em detalhe: as equações de Saint-Venant são comparadas às equações de Águas Rasas; uma abordagem alternativa à tradicional para escoamentos permanentes em canais fluviais é apresentada; a possibilidade de ocorrência de escoamentos super-críticos em canais de maré é analisada e algumas propriedades peculiares às ondas de cheias e às ondas de maré são revisadas e discutidas.*

INTRODUÇÃO

O estudo dos escoamentos em canais abertos é um importante tópico nas áreas de Hidráulica e Hidrologia, constando do currículo básico da maioria dos cursos de Engenharia Civil e Sanitária no Brasil. Dentro da literatura técnica existente o livro texto “Open-Channel Hydraulics”, de autoria de Ven Te Chow, destaca-se como uma das mais tradicionais e importantes obras sobre o assunto tendo, desde a sua publicação em 1959, influenciado várias gerações de engenheiros hidráulicos (Shen e Yen, 1984).

A motivação básica para a elaboração deste trabalho está, na verdade, resumida no seguinte parágrafo do prefácio do livro do prof. Chow: “*Escoamentos transientes em canais sujeitos a influência das marés constituem um tópico especial dentro das áreas emergentes de Hidráulica Marítima e de Engenharia Costeira estando, portanto, fora do escopo deste livro*”. Apesar dos avanços havidos nas duas áreas mencionadas nestes quase 40 anos, tradicionalmente, a *hidráulica de canais* trata *exclusivamente* de escoamentos em canais inclinados não incluindo o caso de canais de maré. Tal fato passa desapercebido pela maioria dos que atuam nas áreas de hidráulica e hidrologia para quem a maré é algo pouco relevante.

Curiosamente, porém, o envolvimento do autor com o tema *hidráulica de canais* deu-se pelo caminho oposto. Após cerca de 20 anos de atuação exatamente nas áreas de Hidráulica Marítima e Engenharia Costeira, obrigações profissionais o levaram a travar contato com o assunto quando assumiu a cadeira de *Hidráulica II* na Universidade Federal de Santa Catarina. O desapontamento inicial, causado pela exclusão de canais de maré do conteúdo da disciplina, foi substituído pelo interesse despertado pela peculiaridade dos fenômenos encontrados nos escoamentos em canais inclinados. Entretanto, a experiência como professor mostrou que a postura tradicional de se excluir completamente os canais de maré do tópico *hidráulica de canais* dá origem a uma visão um pouco limitada do fenômeno do escoamento em canais. De fato, algumas diferenças fundamentais entre os dois tipos de escoamentos não são apresentadas nem discutidas com os estudantes induzindo-os a acreditar que a abordagem utilizada para estudar canais inclinados é *automaticamente* aplicável a canais de maré. Um dos objetivos do presente artigo é, justamente, apontar e discutir tais diferenças no sentido de esclarecer eventuais dúvidas daqueles que, por algum motivo, necessitem lidar com ambos os tipos de canal.

Como a maioria dos trabalhos científicos, este artigo carrega o viés da visão pessoal de quem escreve. Assim, o que aqui se apresenta constitui a visão da hidráulica de canais pela ótica de quem tem especial interesse em Hidráulica Marítima. Sob esse ponto de vista, as prioridades se invertem e o tópico fundamental a se estudar é o escoamento em canais de maré, ficando os canais inclinados, agora, num plano secundário. "*Nem tanto ao mar nem tanto a terra*", diz a sabedoria popular. A seguinte questão se coloca então: *Seria possível abordar o assunto* "*hidráulica de canais*" *de forma geral o suficiente de modo a englobar os dois tipos de escoamentos?* Este artigo tem também como objetivo dar uma modesta contribuição no sentido de mostrar que tal alternativa é perfeitamente viável se for adotada uma visão mais geral do assunto baseada nos princípios fundamentais da moderna Mecânica dos Fluidos.

O trabalho inicia com uma breve discussão de alguns aspectos do problema sob o ponto de vista físico sem fazer uso de matemática. As equações governantes dos escoamentos em canais inclinados e em canais de maré são apresentadas e comparadas na seção seguinte. Na sequência, o caso especial de escoamentos permanentes, de grande importância em rios, é apresentado à luz da equação de *Saint-Venant.* A próxima seção trata de escoamentos sub e supercríticos e discute a adequabilidade dessa classificação para canais de maré. Uma discussão comparativa entre ondas cinemáticas - que ocorrem em canais fluviais no evento duma cheia - e ondas de gravidade - como a maré - é feita na seção seguinte. O artigo finaliza chamando a atenção para a possibilidade de existência de um caso híbrido de um canal fluvial sujeito ao efeito da maré na sua foz.

CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES: UMA VISÃO FÍSICA DO PROBLEMA

Esta seção apresenta uma visão geral dos principais aspectos físicos pertinentes ao problema. É conveniente iniciar a discussão fazendo uma distinção clara entre os dois tipos de canais do ponto de vista dinâmico. O canal objeto da hidráulica tradicional é aquele no qual o escoamento se dá primordialmente pela ação direta da gravidade através da componente do peso da água na direção do declive, ou seja, nesse tipo de canal a água está, literalmente, "descendo uma ladeira". Numa analogia direta aos rios - que são o melhor exemplo dessa classe de corpo d'água - o autor tomou a liberdade de entitular tais canais como "*fluviais*" em lugar de "*inclinados*" (como referido na introdução). Portanto, doravante entenda-se como *canais fluviais* os canais inclinados tratados na hidráulica de canais tradicional.

Já um *canal de maré* possui uma dinâmica diferente na qual a componente do peso da água não participa como força motriz (a água aqui não "desce ladeira"). Nesse tipo de canal o escoamento é impulsionado por forças advindas de gradientes horizontais de pressão provenientes, basicamente, da inclinação da superfície livre da água em relação a horizontal ocasionada pela presença de ondas longas (em relação a profundidade) no interior do canal. A título de ilustração, pode-se imaginar um canal de ligação perene entre o oceano e uma laguna costeira como o protótipo de um canal de maré (como, por exemplo, o canal da Barra da Lagoa em Florianópolis).

Pela sua característica fundamental, o escoamento num canal fluvial se caracteriza por um único sentido de movimento, sendo os conceitos de *montante* - a região mais elevada, de onde a água vem - e *jusante* - a região mais baixa, para onde a água vai - perfeitamente naturais. Outro ponto importante refere-se à possibilidade dos escoamentos fluviais se processarem em regime *permanente*. De fato, admitindo que o declive do fundo não mude, a componente do peso acima referida só variará se houver alteração da quantidade de água a ser transportada "ladeira abaixo" (por exemplo, no evento de uma chuva). Portanto, na maior parte do tempo, a forçante do escoamento em canais fluviais se mantém constante no tempo abrindo assim a possibilidade de uma resposta igualmente constante no tempo, ou seja, um escoamento do tipo permanente.

Supondo águas de densidade aproximadamente uniforme, um canal de maré só apresentará escoamento quando surgirem diferenças no nível d'água no seu interior, *independentemente* da topografia do fundo. Devido ao caráter periódico da maré oceânica, o escoamento nesse tipo de canal é fundamentalmente *oscilatório* ou seja, apresenta inversões periódicas e sistemáticas de sentido não havendo, assim, a possibilidade do escoamento ser permanente. É interessante observar também que a inexistência de um sentido exclusivo de movimento torna os conceitos de montante e jusante inexpressivos para um canal de maré.

Retornando ao escoamento em canais fluviais, uma outra característica interessante também merece ser ressaltada. Nesses escoamentos as forças provenientes de gradientes de pressão na direção do fluxo - que, nesse caso, surgem quando a superfície da água se inclina em relação ao fundo do canal - tem uma participação menor quando comparadas à força motriz gravitacional. Esta característica dá origem a um tipo de escoamento no qual a componente local do peso é sempre *quase exatamente* contrabalançada pela força de resistência que o fundo e as paredes do canal exercem sobre a água na seção considerada. Esse balanço aproximado de forças faz com que haja uma relação *quasi-unívoca* entre a velocidade média do escoamento (ou, se for mais conveniente, a *vazão*) e o nível d'água numa seção qualquer de um rio, conhecida como "*curva-chave*". De fato, a experiência da hidráulica fluvial tem demonstrado que, mesmo durante episódios de cheias, a vazão estimada diretamente a partir do nível d'água (através da curva chave) e a vazão *real* do rio não diferem muito uma da outra para a maioria dos cursos d'água naturais.

Num canal de maré não é possível, nem de forma aproximada, obter uma relação unívoca entre o nível d'água e a velocidade média do escoamento pois esta última, nesse caso, depende do gradiente horizontal do nível e não do seu valor absoluto. Assim sendo, é possivel encontrar correntes as mais variadas, inclusive com sentidos inversos, para um mesmo valor (instantâneo) do nível d'água num canal de maré. Não há, portanto, como construir uma curva chave para esse tipo de canal.

Voltemos agora a atenção para uma similaridade básica entre os dois tipos de escoamento que diz respeito ao balanço de forças na direção perpendicular ao movimento da água. Nesta direção, em ambos os tipos de canais, as acelerações da água são desprezíveis em presença da componente do peso resultando num campo de pressão *hidrostático* na massa líquida. Esta, na verdade, é uma das hipóteses básicas usadas na dedução das equações governantes usadas tanto em canais fluviais - equações de *Saint-Venant* - quanto em canais de maré - equações de *Águas Rasas* - que é o assunto da próxima seção.

EQUAÇÕES DE SAINT-VENANT *VERSUS* EQUAÇÕES DE ÁGUAS RASAS

Na literatura de hidrologia e de hidráulica de canais, é tradição referir-se às equações governantes do escoamento em canais fluviais como equações de *"Saint-Venant"*. Tal terminologia não é adotada na literatura de hidráulica marítima que utiliza, tradicionalmente, os termos equações de "*Águas Rasas*" (versão uni-dimensional) ou "*Ondas Longas*" para identificar o conjunto de equações governantes do escoamento em canais de maré. Esta seção visa apresentar sinteticamente tais equações chamando atenção para as peculiaridades próprias de cada uma.

A fim de não carregar desnecessariamente a exposição com questões específicas de cada área, consideremos o caso de canais que possuam as seguintes características:

i. *Não há ingresso lateral de água ao longo do canal*. Este efeito é útil em hidrologia quando se deseja incluir a contribuição de chuvas locais na vazão do rio. Em canais de maré tal efeito é desprezível e não é normalmente levado em conta. Assim, no presente caso, considera-se que o fluxo d'água se processa exclusivamente na direção do eixo do canal.
ii. *Água com densidade uniforme*. A estratificação das águas cumpre um papel importantíssimo na dinâmica de estuários não-misturados sendo um assunto de grande interesse em hidráulica marítima. Entretanto, em

hidrologia tal efeito não é relevante e por isso não será incluído na presente análise.

iii. *Canais de fronteiras rígidas* - as importantes questões associadas ao transporte de sedimentos em canais, tanto fluviais quanto de maré, não são objeto desse trabalho. Essa hipótese básica, portanto, exclui o fator *sedimento* do problema.

iv. *Largura constante* - escoamentos em canais com esta característica são regidos por equações um pouco mais simples pois independem da largura do canal.

v. *Largura >> altura da coluna d'água*. Essa hipótese permite uma simplificação no cálculo das forças de resistência que consiste em desprezar a contribuição de (possíveis) paredes laterais considerando apenas o atrito da água com o fundo do canal.

vi. *Canais fluviais de declividade constante*. A declividade do fundo é um dado de fundamental importância em canais fluviais pois determina a força motriz do escoamento. A declividade existente em cursos d'água naturais pode ser interpretada como o resultado da superposição de uma declividade de escala maior (macro-topografia) sobre a qual se sobrepõem ondulações de menor escala (micro-topografia) (Tayfur et al., 1993). A hipótese acima requer um canal que tenha macro-topografia uniforme e micro-topografia desprezível.

Ressalta-se que as três primeiras hipóteses implicam em simplificações de ordem mais fundamental as quais, entretanto, se justificam em vista dos objetivos pretendidos neste trabalho. Já as 3 últimas tratam de detalhes não essenciais ao problema podendo as equações, se necessário, ser facilmente adaptadas no sentido de incluir tais efeitos.

Conforme mencionado acima, tanto as equações de *Saint-Venant* quanto as de *Águas Rasas* se fundamentam na mesma hipótese básica de escoamentos com campo de pressão hidrostático. Num contexto moderno de Mecânica dos Fluidos, tais equações são obtidas através da integração na seção do canal das equações fundamentais tridimensionais de conservação da massa e do momentum em escoamentos turbulentos (equações de *Reynolds*) (ver, por exemplo, Jansen et al., 1979). Como em qualquer problema de mecânica, as equações governantes devem ser referidas a um sistema de coordenadas convenientemente escolhido em função das características específicas de cada caso. O sistema utilizado para canais é o cartesiano bidimensional (eixos x e z).

Em *canais fluviais* a disposição mais *natural* para o eixo x é ao longo do eixo do canal (Figura 1) de forma que a velocidade do escoamento na direção x coincida com a declividade do canal. (Note que se o eixo x fosse colocado na horizontal o campo de velocidade deveria, necessariamente, conter uma componente vertical de modo a garantir a permanência da água sobre o leito do canal). Assim, usando a parametrização de Chezy para a força de resistência proveniente das tensões turbulentas no fundo do canal, a equação de momentum de *Saint-Venant* é escrita como:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} = g\, sen\theta - g\cos\theta\frac{\partial h}{\partial x} - \frac{gu|u|}{C_f^2\, h} \qquad (1)$$

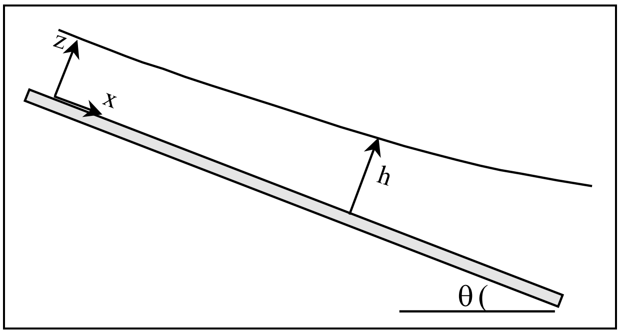

Figura 1. Canal fluvial (esquemático).

onde, x = direção do fundo do canal, positivo para jusante; u = velocidade média na seção na dir-x; θ = declividade do canal em relação a horizontal e positiva quando inclinada no sentido do escoamento; h = altura d'água total (na direção z) a partir do fundo; g = aceleração da gravidade, C_f = coeficiente de Chezy, função das características do fundo do canal.

É costume em hidráulica de canais introduzir uma simplificação adicional nessas equações pelo fato das declividades normalmente encontradas em rios serem muito pequenas. Trata-se da aproximação do *pequeno declive* (Morris, 1979) que consiste em considerar distâncias na direção *x* iguais à distâncias horizontais embutindo o termo correspondente à componente-*x* do peso no termo do gradiente de pressão:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} = -g\frac{\partial H}{\partial x} - \frac{g\,u|u|}{C_f^2 h} \qquad (2)$$

onde, $H = H_o + h$, com H_o = cota (vertical) do fundo do canal em relação a um "datum" horizontal tal que, $\frac{\partial H_o}{\partial x} = -\tan\theta$; h = distância (vertical) do fundo do canal à superfície livre da água. Note também que $g \cos\theta \approx g$.

Do ponto de vista de precisão, esta aproximação é perfeitamente justificável pois os declives tipicamente encontrados em rios são da ordem de *0.001 m/m*. Entretanto, esta forma aproximada da equação é, na maioria das vezes, apresentada sem o devido cuidado gerando, na opinião do autor, alguma confusão pois:

- Induz o usuário à *falsa* noção de que o eixo-*x* é *realmente* horizontal.
- Não mostra de forma *explícita* o termo que representa a principal força motriz do escoamento.

Na verdade, em vista dos valores diminutos de θ, não há a menor restrição em se considerar $\cos\theta \approx 1$ e $\text{sen}\theta \approx \tan\theta \approx S_o$ = declividade do canal (expressa na forma usual em *m/m*). Introduzindo essas aproximações na Expressão (1) consegue-se uma forma da equação que incorpora a aproximação do pequeno declive conservando, porém, a característica básica de *Saint-Venant* que é descrever escoamentos em canais inclinados. Fica-se, então, com a seguinte forma alternativa para a equação de *Saint-Venant* (lembrando sempre que o eixo-*x* é inclinado de S_o em relação à horizontal):

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} = gS_o - g\frac{\partial h}{\partial x} - \frac{g\,u|u|}{C_f^2 h} \qquad (3)$$

Nos *Canais de Maré*, o sistema de coordenadas usado é aquele no qual o eixo-*x* é *exatamente horizontal* e coincidente com a superfície de repouso da água (Figura 2). Este é o sistema natural neste caso pois o escoamento é o resultado de perturbações da condição de equilíbrio a qual aqui, ao contrário dos canais fluviais, corresponde a condição de repouso da água. Adotando, como é usual, a mesma parametrização de Chezy para as forças de resistência, a conservação de momentum nas equações de *Águas Rasas* é dada por:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} = -g\frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{g\,u|u|}{C_f^2 h} \qquad (4)$$

onde, x = horizontal, situado no nível de repouso da água; η = posição da superfície livre da água (positivo quando acima do nível de repouso); $h = -h_o + \eta$, com h_o = profundidade local (em relação ao nível de repouso); e u e C_f tem a mesma definição acima.

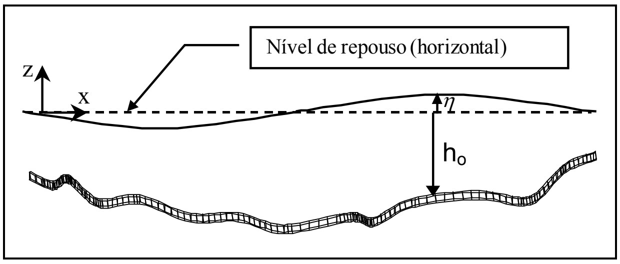

Figura 2. Canal de maré (esquemático).

A expressão da conservação da massa é idêntica nos dois casos sendo dada (para canais de largura constante) por:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial (hu)}{\partial x} = 0 \qquad (5)$$

onde *h, u* e *x* são as mesmas grandezas já previamente definidas.

Assim, de acordo com o exposto acima verifica-se que a diferença básica entre as equações de *Saint-Venant* e as equações de *Águas Rasas* reside simplesmente na disposição dos eixos coordenados utilizados por uma e por outra. Em *Saint-Venant* o eixo-*x* deve ser coincidente com o fundo do canal, portanto, *inclinado* de S_o em relação a horizontal enquanto que nas equações de *Águas Rasas* o eixo-*x* é efetivamente *horizontal* e situado no nível de repouso da água. Este fato reflete os tipos de escoamentos que cada uma das equações objetiva descrever: *Saint-Venant*: escoamentos impulsionados primordialmente pela gravidade - canais fluviais e *Águas Rasas*: escoamentos impulsionados primordialmente por gradientes de pressão - canais de maré.

CONSERVAÇÃO DA ENERGIA EM ESCOAMENTOS PERMANENTES EM CANAIS FLUVIAIS

Escoamentos permanentes constituem um tópico de grande interesse na hidráulica de canais tradicional pois em canais fluviais o escoamento das águas se processa neste tipo de regime na maior parte do tempo. A esta situação se contrasta o caso dos canais de maré onde escoamentos permanentes sequer são possíveis. Eis aí, portanto, um ponto importante que merece especial atenção num enfoque que pretenda ser geral o suficiente para tratar de forma integrada tanto canais fluviais quanto canais de maré.

Na abordagem tradicionalmente utilizada em hidráulica de canais, o equacionamento dos escoamentos permanentes em canais fluviais é feito através da aplicação *direta* do princípio da *conservação de energia* ao problema (Chow, 1959; Henderson, 1966; French, 1986). A dedução das equações governantes (Equações 6 e 7 ou 10, abaixo) feita desta forma - fruto, provavelmente, do desenvolvimento histórico do tema - tem a vantagem de ser bastante simples mas, na opinião do autor, dificulta sobremaneira um enfoque geral pois não evidencia claramente a vinculação existente entre a equação de conservação de energia e a equação geral de momentum de *Saint-Venant*.

Nesta seção é apresentada uma abordagem alternativa na qual as equações de *Saint-Venant* são usadas como *ponto de partida* sendo os escoamentos permanentes tratados como um *caso particular* dos escoamentos não-permanentes. A obtenção das equações governantes dos escoamentos permanentes feita deste modo - igualmente simples - mostra de forma mais explícita que a equação de *Saint-Venant* é realmente a equação governante de qualquer tipo de escoamento em canais fluviais - sejam êles permanentes ou não. Este fato é, na opinião do autor, um passo importante para o desenvolvimento de uma abordagem mais geral para a hidráulica de canais.

Considerando, portanto, o caso particular de escoamentos *permanentes em canais fluviais*, a Equação (5) para conservação da massa requer que:

$$hu = q = const. \tag{6}$$

onde, q = vazão por unidade de largura.

A equação de *Saint-Venant* para a conservação do momentum, Equação (3), toma a forma:

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{u^2}{2g}+h\right)=S_o-\frac{u^2}{C_f^2 h} \tag{7}$$

Observando mais atentamente o termo entre parêntesis verificamos tratar-se da *energia mecânica por unidade de massa* do escoamento em relação ao fundo do canal. Assim, vemos que, no caso de escoamentos permanentes, a equação de *Saint Venant* expressa também diretamente o princípio da Conservação da Energia. Analisando o problema sob essa ótica, observa-se que a única força não-conservativa em (7) é o atrito que, portanto, deve ser o responsável pela dissipação de energia que ocorre ao longo do escoamento. Desta forma, o termo que representa as forças de atrito - último termo em (7) - pode ser interpretado como uma *taxa de perda de energia*. Introduzindo as definições:

$$E \equiv \frac{u^2}{2g} + h \tag{8}$$

$$S_f \equiv \frac{u^2}{C_f^2 h} \tag{9}$$

onde, *E = Energia Específica* - adotando a terminologia usada na hidráulica de canais - e S_f = taxa de perda de energia - ou, novamente seguindo a hidráulica de canais, a inclinação da *Linha de Energia* do escoamento permanente - podemos reescrever a Equação (7) na forma:

$$\frac{dE}{dx} = S_o - S_f \tag{10}$$

Essa equação, que nada mais é do que a versão permanente da equação de momentum de *Saint-Venant*, é bastante conhecida na literatura tradicional de hidráulica como a equação dos *escoamentos* (permanentes) *gradualmente variados* (Chow, 1959). A Equação (10), acompanhada, obviamente, das condições de contorno pertinentes, é utilizada para a determinação dos chamados *perfis de linha d'água* ou *curvas de remanso*, *h(x)*, que surgem nos escoamentos permanentes gradualmente variados (ou não-uniformes) em canais fluviais. A solução da equação é usualmente realizada por meio dum esquema numérico em diferenças finitas conhecido em hidráulica de canais como *"step method"* (ver, por exemplo, Sellin, 1969).

A título de complemento, vale a pena mencionar o caso mais simples possível de escoamento em canais fluviais: o escoamento *permanente uniforme* que acontece quando existe um equilíbrio *exato* entre a componente-*x* do peso e as forças de atrito. Nesse caso, as Equações (6) e (7) requerem que $dh/dx = 0$, ou seja, a superfície da água tem de ser paralela ao fundo e a velocidade constante ao longo do canal. Este equilíbrio de forças estabelece ainda uma relação unívoca (teoricamente) exata entre velocidade e nível d'água dada por (adotando a parametrização de Chezy para o atrito):

$$u_n = C_f \,(S_o\, h_n)^{1/2} \tag{11}$$

onde u_n e h_n são, respectivamente, a velocidade e a altura d'água *normais* do canal em escoamento permanente uniforme. Este é, certamente, o caso mais conhecido e mais estudado dos escoamentos em canais fluviais.

A equação de *Saint-Venant* para escoamentos permanentes, todavia, apresenta uma peculiaridade que não aparece de maneira clara quando apresentada na forma da Equação (10): trata-se da existência de uma singularidade que será tema da seção seguinte.

Na conclusão da presente seção vale a pena frisar, mais uma vez, que nada do que aqui se viu aplica-se ao caso de canais de maré onde escoamentos permanentes não são possíveis.

CONSIDERAÇÕES SOBRE ESCOAMENTOS SUPER-CRÍTICOS EM CANAIS

Um outro tópico de fundamental importância para o estudo de canais fluviais - constando, inclusive, de qualquer livro texto de hidráulica de canais - diz respeito ao conceito de escoamentos *sub* e *super-críticos*. A experiência do autor tem mostrado existir uma certa dificuldade em se compreender que esta classificação de escoamentos só faz sentido no âmbito de *canais fluviais*. Em *canais de maré*, tal enquadramento torna-se fora de contexto pois nesses não existe a possibilidade de ocorrer escoamentos super-críticos. Nesta seção, será apresentada uma breve revisão desse assunto com o objetivo de tornar essa questão mais transparente.

Para introduzir o conceito acima, é necessário considerar novamente o caso particular de escoamentos *permanentes* em canais *fluviais* visto na seção anterior. Contudo, para os objetivos dessa seção, é conveniente expressar a versão permanente da equação de *Saint-Venant* numa forma alternativa, porém equivalente, àquelas já apresentadas - Equações (7) e (10). A forma desejada é obtida observando-se que

$u\dfrac{du}{dx} = -\dfrac{u^2}{h}\dfrac{dh}{dx}$, quando $(uh) = constante$ (conservação da massa, Equação 6). Assim, a seguinte versão da equação de momentum de *Saint-Venant* para escoamentos permanentes é também válida:

$$\left(1 - F^2\right)\frac{dh}{dx} = S_o - S_f \qquad (12)$$

onde, $F \equiv u/\sqrt{gh}$ é o número de *Froude* local (i.e. para a posição *x* em questão).

Analisando mais atentamente a equação acima, observa-se que esta possui uma singularidade em *F = 1.* Matematicamente isto significa que o nível d'água nos escoamentos permanentes não-uniformes não pode ser determinado pela Equação (12) quando *u* se aproximar do valor "crítico" $u_c = \sqrt{gh}$, ou, alternativamente, quando *h* tender para $h_c = (q^2/g)^{1/3}$, conhecida como "altura crítica". (Note que a solução pode, inclusive, apresentar uma *descontinuidade* neste ponto o que, no caso real, se materializa na forma de um *Ressalto Hidráulico* que surge quando o escoamento passa de super para sub-crítico).

Usando a velocidade "crítica" como referência, é possível enquadrar os escoamentos permanentes da seguinte maneira: trechos que tenham *u* < $\sqrt{gh}$ (ou *F* < *1*) serão classificados como *lentos* ou *sub-críticos* e os que apresentarem *u* > $\sqrt{gh}$ (ou *F* > *1*) serão considerados *rápidos* ou *super-críticos*. (Observa-se que o termo "*fluvial*" é usado por alguns autores (Porto, 1987) como sinônimo de "*sub-crítico*". Tal terminologia, obviamente, não foi adotada no presente trabalho para evitar confusão). Considerando que $\sqrt{gh}$ é a velocidade com que ondas longas de pequena amplitude propagar-se-iam num canal sem correntes e de profundidade constante *h* - ver Equação (18) abaixo - é possível fazer a seguinte interpretação física desses conceitos: um escoamento super-crítico é aquele no qual a velocidade da corrente *excede* a velocidade com que a água é capaz de transmitir "informações" de um local para outro do canal (por meio de ondas) e, portanto, não pode ser afetado por perturbações localizadas a jusante do ponto considerado. Um escoamento sub-crítico, por sua vez, possui uma corrente lenta o suficiente para que perturbações introduzidas num determinado ponto sejam transmitidas tanto para montante quanto para jusante do canal. Tal comportamento tem implicações importantes no estudo e projeto de canais fluviais vindo daí o destaque dado ao assunto nessa área.

Antes de passar para os canais de maré é útil discutir alguns aspectos relativos ao aparecimento de escoamentos super-críticos em canais fluviais. Imaginemos, por exemplo, um experimento de laboratório no qual uma determinada vazão de água é mantida (artificialmente) no extremo de montante de dois canais fluviais idênticos mas de declividades diferentes. Em ambos os casos, considerando que os canais sejam longos o suficiente, escoamentos permanentes uniformes iriam necessariamente se estabelecer a partir da posição onde a componente-*x* do peso da água se igualasse ao atrito. Entretanto as velocidades terminais do escoamento num caso e noutro seriam diferentes: o canal de declividade fraca teria uma velocidade menor (e uma altura d'água maior) do que o canal de declividade forte uma vez que a força motriz no primeiro caso seria também menor que no segundo. Se a velocidade do escoamento no canal menos inclinado for pequena o suficiente para que *F* < *1* teríamos alí um escoamento em regime sub-crítico. Analogamente, se no canal mais inclinado a velocidade for tal que F > 1 o escoamento nesse caso dar-se-ia em regime super-crítico. O ponto chave a observar nesse simples experimento é que o tipo de regime resultante para o escoamento é *determinado pela intensidade da força motriz gravitacional* que, por sua vez, depende unicamente da declividade do canal.

As questões que se colocam agora são: Podem estes conceitos ser simplesmente extrapolados para canais de maré? Escoamentos super-críticos são possíveis de existir em canais de maré?

A fim de fundamentar o argumento que desejamos utilizar para responder essas questões, é suficiente fazer uso do caso mais simples possível de escoamento num canal de maré: ondas longas e de pequena amplitude (em relação à profundidade) num canal (infinitamente) longo, de profundidade constante e com efeito do atrito restrito à uma diminuta camada próximo ao fundo (camada limite).

Para as condições acima, as equações de *Águas Rasas* para conservação da massa (Equação 5) e do momentum (Equação 4), podem ser linearizadas simplificando-se, respectivamente, para (ver, por ex., Dean & Dalrymple, 1984):

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -h_o \frac{\partial u}{\partial x} \tag{13}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} \tag{14}$$

Eliminando *u* através da derivação cruzada dessas duas equações, obtém-se a seguinte expressão para a elevação da superfície $\eta(x,t)$:

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} + g h_o \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} = 0 \tag{15}$$

A Equação (15) admite como solução uma onda progressiva periódica no tempo e de forma cosenoidal, dada por:

$$\eta(x,t) = a \cos(kx \pm \sigma t) \tag{16}$$

$$u(x,t) = \frac{C}{h_o} \eta(x,t) \tag{17}$$

$$C = \frac{\sigma}{k} = \sqrt{g h_o} \tag{18}$$

onde, o sinal (-) em (16) está associado a ondas que propagam-se no sentido $x > 0$ e vice-versa para o sinal (+); $k = 2\pi/L$, com L = comprimento de onda; $\sigma = 2\pi/T$, com T = período da onda; h_o = profundidade do canal (água em repouso); a = amplitude da onda; u = velocidade da água causada pela onda; C = a celeridade ou velocidade de propagação da onda. A solução acima é válida para $L >> h_o$ (ondas longas) e $a << h_o$ (de pequena amplitude).

Apesar das limitações inerentes a esta solução simplificada, ela é útil para evidenciar uma característica básica e fundamental do escoamento gerado por qualquer tipo de onda: a velocidade que surge na água em resposta à passagem da onda (*u*) não pode exceder a velocidade de propagação (*C*) da própria onda. De fato, no caso acima a relação entre essas duas velocidades daria no máximo:

$$\frac{u_{max}}{C} = \frac{a}{h_o} << 1 \tag{19}$$

Observando que $C = \sqrt{g h_o}$ e lembrando da definição do número de Froude a Equação (19), na verdade, indica que, F << 1 para o escoamento causado pela onda acima. Efeitos não-lineares, que começam a se manifestar a medida que a amplitude da onda cresce, alteram a relação entre u_{max} e C dada por (19) a qual, porém, se mantém sempre menor que 1. Já o efeito do atrito é o de, basicamente, atenuar a onda a medida que esta se propaga e também mantém a relação acima sempre menor que 1.

Assim, o argumento que se extrai da discussão acima é que não é possível para uma onda criar um escoamento que tenha velocidades maiores que a sua própria velocidade de propagação. Na realidade, esse é um ponto bastante óbvio quando analisado do ponto de vista físico pois se alguma onda fosse capaz de gerar tal escoamento não haveria possibilidade dessa onda existir uma vez que ela própria expulsaria a água abaixo de si promovendo uma descontinuidade no fluido que violaria absurdamente o princípio da conservação da massa.

Ora, interpretando o número de Froude num canal de maré como a relação entre a velocidade (instantânea) da água e a velocidade de propagação da onda de maré (responsável pela corrente) verifica-se que é *impossível* haver escoamentos super-críticos nesse tipo de canal. Escoamentos super-críticos são possíveis em canais fluviais - como ilustrado no experimento supracitado - graças a existência duma força que atua *con-*

tinuamente na água (a componente-*x* do peso) e que é capaz de induzir altas velocidades independentemente da presença de ondas. Como em canais de maré tal força não existe e as ondas são a única fonte de movimento para a água, pode-se concluir que o conceito de escoamento super-crítico realmente *não se aplica* a esse tipo de canal.

ONDAS CINEMÁTICAS *VERSUS* ONDAS DE GRAVIDADE

Uma outra questão relacionada à ondas, que freqüentemente suscita dúvidas, diz respeito ao conceito de onda *"cinemática"* bem conhecido de quem atua na área de hidrologia mas que não faz parte do cardápio de ondas encontrado na literatura marítima - por exemplo, não consta de livros clássicos dessa área como o de LeBlond e Mysak, 1978. O motivo para tal é que a onda cinemática é um tipo de onda que só é possível em canais fluviais e, portanto, não pode ser encontrada em canais de maré.

Tendo em vista que o presente trabalho poderá também ser consultado pela comunidade de hidráulica marítima, o autor pede licença aos hidrólogos para fazer a seguinte brevíssima apresentação fenomenológica de uma *onda de cheia* aos que trabalham com "água salgada".

Imaginemos um longo canal fluvial que inicialmente transporta uma determinada vazão *constante* de água (conseqüentemente, em regime permanente). Suponhamos que chuvas intensas aconteçam à montante lançando um certo volume d'água sobre a parte superior da bacia hidrográfica drenada por este curso d'agua. Uma parte dessa água será capturada pela vegetação, outra parte poderá se infiltrar no solo mas o restante irá, eventualmente, alcançar o canal provocando uma aumento na sua vazão. A introdução desse excesso de água na cabeceira do curso d'água vai dar origem a uma onda (*onda de cheia*) que irá agora se utilizar do próprio canal como rota para "descer a ladeira" muitas vezes extravazando a calha do rio e provocando inundações. Esta é uma descrição extremamente simplória desse complexo fenômeno que é um tema de enorme interesse em hidrologia. Para efeito desse estudo ilustrativo consideraremos um caso simplificado no qual a água mantém-se sempre dentro da calha do canal (que tem largura constante por hipótese).

Se efetuarmos um registro do nível d'água (ou da vazão) numa determinada seção do canal durante a passagem de uma onda de cheia, observaremos que este aumenta progressivamente até atingir um valor máximo para então decrescer mais lentamente retornando - digamos, após muitas horas - ao valor inicial. O máximo de elevação, entretanto, diminui a medida que a onda se propaga, fenômeno este conhecido como *subsidência*. A curva que descreve esta variação ao longo do tempo numa dada seção é conhecida em hidrologia como *hidrograma*.

As equações que descrevem a propagação da onda de cheia são as equações de *Saint-Venant*: Equações (3) e (5). Reescrevendo a equação do momentum (3) numa forma mais conveniente temos:

$$gS_o = \frac{g\,u|u|}{C_f^2 h} + g\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x}$$

(I) (II) (III) (IV) (V)

Procedendo a uma análise da ordem de magnitude dos termos dessa equação para valores típicos desse tipo de fenômeno (Stephenson e Meadows, 1986) verifica-se que os termos (III), (IV) e (V) são pelo menos uma ordem de magnitude menor que os termos (I) e (II). Este fato, na verdade, apenas corrobora a afirmativa feita previamente de que num canal fluvial o balanço de forças é, primordialmente, entre a componente-*x* do peso (termo I) e o atrito (termo II). Assim, considerando que a conservação do momentum numa onda de cheia seja aproximadamente garantida por estes dois termos, é possível escrever a seguinte relação entre *u* e *h*:

$$u(h) \approx C_f\,(S_o\, h)^{1/2} \qquad (20)$$

onde, $h = h(x,t)$. A aproximação acima admite, portanto, que numa dada posição num dado instante de tempo, o escoamento comporta-se *quase* como se estivesse em regime permanente uniforme (compare, por exemplo, as Equações 20 e 11).

Substituindo-se essa expressão na equação de conservação da massa (5), chega-se à seguinte equação governante para a onda de cheia:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \left(\frac{3}{2}u(h)\right)\frac{\partial h}{\partial x} = 0 \tag{21}$$

onde *u* tem o valor dado pela Equação (20).

A Equação (21) descreve uma onda que se propaga na direção $x > 0$ e pode ser resolvida diretamente pelo método das características. A velocidade característica (*c*) é dada por:

$$\frac{dx_c}{dt} = c = \frac{3}{2}u(h) \tag{22}$$

indicando que um observador viajando com a velocidade *c* acima veria a altura d'água *(h)* variar de acordo com:

$$\frac{dh}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad h = cte. \tag{23}$$

Ou seja, a velocidade *c* dada por (22) é a velocidade com a qual um determinado ponto da onda de altura *h* transladar-se-ia ao longo de *x*. Note que a velocidade de translado da crista da onda é maior que a de outros pontos menos elevados o que mostra que esta onda tende a inclinar-se para a frente durante a propagação. A solução também prevê que a altura da crista da onda se mantém invariante, ou seja, a onda não sofre subsidência durante a propagação. A velocidade da onda obtida por (22) corresponde razoavelmente bem à velocidade observada em ondas de cheia em rios, porém, a não-subsidência da crista prevista pela teoria contrasta com o que se observa em casos reais conforme já mencionado.

A onda descrita acima ficou conhecida na literatura de hidrologia como *onda cinemática* (provavelmente pelo fato de que a equação dinâmica foi tomada de forma aproximada sendo a equação chave do problema aquela da conservação da massa). Em princípio, a solução da onda cinemática pode ser melhorada através da inclusão dos termos desprezados na equação do momentum. De fato, uma solução que inclua os termos (I), (II) *e* (III) também é razoavelmente simples de se obter sendo conhecida em hidrologia pelo nome de *onda difusiva*. Tal onda tem o mesmo comportamento da onda cinemática no que se refere à velocidade de propagação mas prevê a esperada atenuação da altura ao longo da propagação. A solução que considera *todos* os termos da equação de momentum ficou batizada na literatura hidrológica como *onda dinâmica,* termo este que pode causar espécie à primeira vista mas que faz sentido dentro do presente contexto. (Nota: uma discussão aprofundada do ponto de vista matemático sobre ondas em rios e sobre inúmeros outros tipos de onda pode ser encontrada em Whitham, 1974).

Um primeiro resultado surpreendente para quem lida exclusivamente com canais de maré, é que a onda cinemática, apesar de se enquadrar bem na classe das ondas longas, tem uma velocidade de propagação não relacionado ao valor $\sqrt{gh}$. Na verdade, isso se deve ao fato de que a dinâmica que opera nesse tipo de onda é drasticamente diferente da que atua no caso de ondas longas de gravidade. Na onda cinemática, como acabamos de mostrar, existe um balanço aproximado entre a força motriz gravitacional e o atrito, praticamente sem a participação das forças inerciais. Já nas ondas de gravidade, como visto na seção anterior, ocorre o oposto: o balanço de forças se dá primordialmente entre forças advindas de gradientes de pressão e forças de inércia, com o atrito desempenhando um papel secundário.

A título de ilustração, pode-se considerar dois casos de ondas de pequena amplitude: (a) uma onda cinemática num canal fluvial e (b) uma onda longa de gravidade num canal de maré. Consideremos que ambos os canais tenham a mesma profundidade, digamos *2.0 m*. Supondo valores típicos para a declividade ($S_o = 0.5/1000\ m/m$) e para o coeficiente de Chezy ($C_f = 50\ m^{1/2}s^{-1}$) teríamos uma velocidade de corrente no canal fluvial de $u \approx 1.6\ m/s$, (de acordo com 20). Assim, as velocidades de propagação dos dois tipos de onda teriam os seguintes valores numéricos:

- Canal Fluvial - Onda cinemática (Equação 22) $C_{cin} \approx \frac{3}{2}u = 2.4 \;\; m/s$.
- Canal de Maré - Onda longa de gravidade (Equação 18) $C_{grav} \approx \sqrt{gh} = 4.4 \;\; m/s$.

Portanto, nesse exemplo, a celeridade da onda cinemática é quase 50% menor que a celeridade da onda gravitacional. Esse resultado ilustra o fato que as ondas cinemáticas são, em geral, mais lentas que as ondas longas de gravidade.

Outra diferença importante entre as ondas cinemáticas e as gravitacionais diz respeito ao sentido de propagação. No caso da onda cinemática, o sentido de propagação é também dado pela Equação (22): a onda move-se no mesmo sentido do escoamento (u), ou seja, para $x > 0$. Já na onda de gravidade, a solução obtida (Equações 16 e 18) não restringe o sentido de propagação que pode ser tanto para $x > 0$ quanto para $x < 0$. A importância desses resultados reside no fato que a onda cinemática, ao contrário da gravitacional, não pode sofrer *reflexão*: uma onda cinemática não vai nunca poder "subir" o rio mesmo que encontre um obstáculo em seu caminho. Já a onda de maré poderá sofrer reflexão completa caso o canal de maré termine abruptamente ou mesmo reflexão parcial se houver alguma alteração brusca de seção no interior do canal. A superposição de ondas que se propagam em sentidos inversos dá origem a uma *onda estacionária* que tem características bastante interessantes e importantes (Melo et al., 1997). Esse último efeito, portanto só ocorre em canais de maré.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho aborda um tópico que normalmente passa desapercebido por quem lida com hidráulica de canais: a abordagem tradicional desta disciplina é apropriada apenas para canais fluviais, escoamentos em canais de maré estão, nas palavras de Ven Te Chow, "fora do escopo da hidráulica de canais". Várias questões importantes que diferenciam os escoamentos num canal fluvial e num canal de maré foram discutidos em detalhe, tanto do ponto de vista físico quanto do matemático.

Este trabalho também pretendeu dar uma contribuição no sentido de mostrar a viabilidade de se enfocar o assunto da *hidráulica de canais* de uma forma mais geral que a tradicional e que permita englobar canais fluviais e canais de maré de forma integrada. O caminho para tanto parece estar, na opinião do autor, numa abordagem feita à luz de conceitos básicos da moderna Mecânica dos Fluidos conforme é sugerido no Apêndice.

Um último assunto que merece uma consideração especial, refere-se ao fato de que a separação clara entre canal fluvial e canal de maré, que permeou este trabalho desde o início, nem sempre é tão fácil de se estabelecer. Talvez o melhor exemplo deste problema seja o caso - bastante comum, na realidade - de um rio que deságüe no mar ou numa baía ligada ao mar. Não resta dúvida que o rio é um canal fluvial o qual, entretanto, numa situação como essa sofre influência *direta* da maré. Como determinar o efeito da maré no escoamento do rio? Até que distância da foz a maré se fará sentir? Terá a maré uma participação importante nas cheias ocorridas no trecho final da bacia hidrográfica? Eis aí várias questões de interesse prático real que só poderão ser adequadamente respondidas através de uma teoria abrangente.

AGRADECIMENTOS

O autor agradece o suporte dado pelo CNPq (Proc. 300 152/82-5) durante o curso deste trabalho.

REFERÊNCIAS

CHOW, V. T. 1959, *Open Channel Hydraulics*, Republicado por Mc Graw Hill, 680p

DEAN, R. G.; DALRYMPLE, R. A. 1984, *Water Wave Mechanics for Engineers and Scientists*, Prentice Hall, Inc. 353p

FRENCH, R. H 1986, *Open-Channel Hydraulics*, Mc Graw Hill. 705p
HENDERSON, F. M 1966, *Open Channel Flow*. Macmillan Co., New York.
JANSEN, P. Ph.; van BENDENGON, L.; van den BERG, J.; de VRIES, M.; ZANEN, A. 1979, *Principles of River Engineering, the Non-Tidal Alluvial River*, Pitman Publ. Lmtd. 509p
LE BLOND, P. H.; MYSAK, L. A. 1978, *Waves in the Ocean*, Elsevier, Amsterdam.
MELO, E.; MARTINS, R. P.; FRANCO, D. 1997, Standing Wave Tide at Florianopolis Bay (Brazil) and its Influence on Bay Pollution, Actes du Colloque BORDOMER'97 - *Amenagement et Protection de L'Environnement Littoral* -, Bordeaux, França, Tome 2, pp 143-151.
MORRIS, E. M. 1979, The effect of the small-slope approximation and lower boundary conditions on solutions of the Saint-Venant equations, *Journal of Hydrology*, 40, pp 31-47.
PORTO, R. de M. 1987, Escoamento a Superfície Livre - Regime Permanente, *Publicação* 037/87 - Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, Depto. de Hidráulica e Saneamento, 113P.
SELLIN, R. H. J 1969, Flow in Channels, *Macmillan Engineering Hydraulics Series*, New York.
SHEN, H. W.; YEN, B. C. 1984, Advances in open-channel hydraulics after V. T. Chow's book, *Journal of Hydrology*, 68, pp 333-348.
STEPHENSON, D.; MEADOWS, M. E. 1986, *Kinematic Hydrology and Modelling*, Elsevier Science Publ., Amsterdam, the Netherlands. 250p
TAYFUR, G.; KAVVAS, M. L.; GOVINDA-RAJU, R. S. & STORM, D. 1993, Applicability of Saint-Venant equations for two-dimensional overland flows over rough infiltrating surfaces, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 119, No. 1, pp 51-63.
WHITHAM, G. B. 1974, *Linear and Non-Linear Waves*, John Wiley & Sons, Inc. 636p.

APÊNDICE

Sugestão de um roteiro para uma abordagem mais geral do tema Hidráulica de Canais (não restrita a canais fluviais).

- Ponto de partida: equações tridimensionais da Continuidade e de Navier-Stokes escritas num sistema de coordenadas cartesiano não necessariamente horizontal-vertical.
- Efetuar a promediação temporal dessas equações e, introduzindo as tensões turbulentas de Reynolds, obter equações de conservação da massa e do momentum para a parte "não-turbulenta" do escoamento.
- Admitir hipótese de pressão hidrostática e efetuar a integração das equações de conservação da massa e do momentum na seção transversal do canal
- Neste ponto, especificar o referencial a ser utilizado: *Canais fluviais* - eixos x inclinado seguindo o declive; *Canais de maré*: eixo x horizontal colocado sobre a superfície de repouso da água.
- Introduzir a parametrização de Chezy (por exemplo) para expressar as tensões turbulentas com o fundo e paredes do canal obtendo assim as equações governantes:
  - *Saint-Venant* para canais fluviais.
  - *Águas Rasas* para canais de maré.
- A partir daqui estudar problemas específicos de cada caso.

On the Hydraulics of Fluvial and Tidal Channels

ABSTRACT

This work presents a contribution towards the insertion of the topic tidal channels *into the scope of traditional channel hydraulics. The peculiarities of the flow in fluvial and tidal channels are discussed and compared both from a physical and from a mathematical point of view. Some specific topics are treated in detail: the Saint-Venant and the Shallow Water eqs. are compared; an alternative way to approach permanent flows in fluvial channels is presented; the possibility of having supercritical flow in tidal channels is analyzed and some properties peculiar to flood waves and to tidal waves are reviewed and discussed.*