

## ANÁLISE DE FREQÜÊNCIA CONJUGADA

**L. A. V. de Garcia**

Rua Tabapuã, 1591/111

04533-014 São Paulo, SP

**B. P. F. Braga Jr.**

Escola Politécnica da USP – Depto. De Engenharia Hidráulica e Sanitária

Av. Almeida Prado, 271

05508-900 São Paulo, SP

---

### **RESUMO**

*Neste trabalho é apresentada uma nova metodologia para determinação dos valores máximos de projeto das variáveis hidrológicas (precipitação e vazão). Essa metodologia, denominada Análise de Freqüência Conjugada (AFC), resulta da combinação dos procedimentos atualmente usados: metodologias probabilística e determinística*

*Inicialmente são efetuadas análises críticas das metodologias atuais, com exemplos numéricos que demonstram suas inconsistências ou falhas que caracterizam a necessidade de revisão nos conceitos e nos procedimentos de cálculo dos valores máximos de projeto.*

*A Análise de Freqüência Conjugada é conceituada através da combinação das virtudes dos métodos atuais e da coerência com o fenômeno físico. Assim, considera a série de valores observados das variáveis hidrológicas, seu comportamento estatístico e seus limites físicos, permitindo desenvolver análises de riscos de projetos hidráulicos de engenharia.*

*A partir de uma série de variáveis hidrológicas observadas e o valor da Precipitação Máxima Provável (PMP) ou da Enchente Máxima Provável (EMP), são estimados, através de diferentes métodos, os parâmetros da distribuição probabilística. Esta distribuição tem um limite superior representado pelo valor da PMP/EMP, cuja probabilidade de excedência é considerada nula.*

*Com o objetivo de caracterizar as importantes contribuições da Análise de*

*Freqüência Conjugada para a engenharia são apresentados alguns estudos de casos.*

*A conclusão é que a Análise de Freqüência Conjugada representa um avanço em relação aos métodos atualmente utilizados, uma vez que é consistente com o fenômeno físico e permite atribuir probabilidades às variáveis hidrológicas, resultando em valores de projeto mais realistas e seguros.*

### **INTRODUÇÃO**

A determinação das precipitações e vazões de projeto (valores máximos) requeridas no dimensionamento de obras hidráulicas fluviais impõe estudos hidrológicos judiciosos, criteriosos e bem fundamentados. Os dimensionamentos de órgãos extravasores (vertedouros, descarregadores, válvulas dispersoras) e as definições das cotas da crista de barragens envolvem decisões de grande responsabilidade. Estas decisões estão vinculadas diretamente aos custos e à segurança do empreendimento, aos aspectos sócio-políticos e ambientais, incluindo muitas vezes até risco de perda de vidas humanas.

O estado da arte na definição dos valores hidrológicos máximos (precipitação e vazão) de projeto pode ser resumido nas seguintes metodologias:

- Estatística ou Probabilística, utilizando a análise de freqüência de eventos observados;
- Determinística, que utiliza análises hidrometeorológicas para determinação da Precipitação Máxima Provável

(PMP) e da Enchente Máxima Provável (EMP).

Na **metodologia estatística** são ajustadas distribuições probabilísticas às séries de valores máximos observados. Com base em diferentes critérios, alguns subjetivos, escolhe-se a distribuição de melhor ajuste. A partir desta distribuição são estimados, por extração, os valores máximos de projeto, para diferentes períodos de recorrência.

Essa metodologia apresenta vários aspectos que geram insegurança na determinação dos valores máximos relacionados a períodos de retorno muito superiores à extensão da série histórica.

A metodologia estatística é fortemente dependente da extensão da série histórica. Além disso, a escolha da distribuição de melhor ajuste depende do julgamento do hidrólogo responsável pelos estudos. Outro aspecto relevante é a instabilidade gerada pela presença de um evento extraordinário na série de dados observados.

Além da instabilidade dos valores máximos inferidos a partir desta metodologia, outro aspecto que merece crítica é a quase total desvinculação desses valores com a realidade física do fenômeno. Determinar-se um valor máximo com período de retorno de, por exemplo, 10.000 anos a partir de uma distribuição probabilística escolhida através de critérios rigorosos, não garante que esse valor seja fisicamente possível de ocorrer, isto é, factível.

Por sua vez, a **metodologia determinística** utiliza-se de dados hidrometeorológicos para inferir a enchente máxima provável (EMP), a partir da precipitação máxima provável (PMP), definida pela WMO (1973) como a maior altura pluviométrica fisicamente possível de ocorrer sobre uma bacia. No entanto, os projetos desenvolvidos com base na PMP/EMP não podem ser submetidos a análise de risco. Isto tem sido uma importante desvantagem nesta era de intensas pressões econômicas e acirrada competição por recursos. A prática atual está, de modo crescente, voltada aos métodos clássicos de análises de sistemas

visando a otimização dos riscos, os quais requerem descrições probabilísticas das variáveis de decisão.

Assim a ironia da situação atual é que, de um lado, a credibilidade da metodologia determinística vem sendo deteriorada pela falta de uma descrição probabilística objetiva. Por outro lado, a metodologia estatística perde credibilidade quando as distribuições probabilísticas são extrapoladas para faixa de valores de precipitação e Vazão da ordem de magnitude da PMP e da EMP, para as quais as probabilidades são “objetivamente” estimadas.

Este dilema, presente nas discussões e trabalhos internacionais, nas áreas acadêmicas, de pesquisa e na prática da engenharia (National Research Council, 1988; Hydrology Subcommittee, 1986) é que inspirou este artigo. Seu propósito é apresentar um novo método que permita, para diferentes critérios de risco, definir com segurança os valores das variáveis hidrológicas (precipitação, vazão) de projeto.

## ANÁLISE DAS METODOLOGIAS ATUAIS

### Análise crítica do método estatístico

O método estatístico baseia-se na arrojada hipótese que as precipitações (diária, mensal, sazonal, totais anuais) e enchentes (vazão de pico, volume, etc...) são variáveis aleatórias com populações infinitas, controlados por alguma fórmula matemática simples que pode ser aplicada com igual validade ao longo de toda a série, i.e., para todos os valores da variável, sendo mínimos ou máximos. A partir desta hipótese todo o objeto do assunto é desvinculado do campo da hidrometeorologia, ou física, e transforma-se em um apêndice da teoria da estatística matemática.

A principal crítica a este método foi identificada e sintetizada há 50 anos por Moran (Moran, 1957):

“... a forma da distribuição não é conhecida e qualquer distribuição usada deve ser adivinhada... ... uma vez que a parte da distribuição que nós

*estamos interessados está muito além da parte onde as observações forneceram alguma informação... ... e [esta dificuldade] não pode ser resolvida através de um truque matemático de ilusionista".*

Com o objetivo de analisar o aspecto prático da aplicação desta metodologia, serão apresentados exemplos das afirmações acima mencionadas. Para isso, selecionou-se uma série de vazões máximas anuais e aplicou-se a metodologia usual de ajuste de distribuições probabilísticas para a definição das vazões de projeto.

O exemplo a ser utilizado refere-se à série de vazões máximas anuais do Aproveitamento Múltiplo Jequitaí, localizado no rio Jequitaí. A série estende-se de 1948 a 1994, correspondendo a 47 anos de vazões máximas anuais. A vazão máxima referente ao ano hidrológico de 1978 ( $1.991 \text{ m}^3/\text{s}$ ) foi considerada um evento extraordinário ("outlier"), indicado pelo teste de Grubbs e Beck (1972), recomendado pelo "United States Water Resources Council" (1981).

**Análise da influência da extensão da série de valores** - A partir da série de vazões máximas anuais, foram selecionadas 5 sub-séries de vazões máximas, respeitando a seqüência cronológica de ocorrência, conforme definido na Tabela 1.

**Tabela 1. Sub-séries de vazões máximas.**

Série de vazões máximas	Período	Número de eventos
1.	1948-1962	15
2.	1948-1977	30
3.	1948-1994	46*
4.	1974-1994	20*
5.	1964-1994	30*

\*sem o evento de 1978

As séries de vazões são apresentadas na Tabela 2.

Ashkar e Bobée (1989) sugeriram uma metodologia objetiva para a escolha da distribuição **probabilística** a ser adotada, definindo um diagrama MRD ("moment ratio

diagrams"). Utilizando essa metodologia, verificou-se que a distribuição Log Pearson Tipo III é, neste caso, a mais adequada.

Uma análise de diferentes métodos de determinação dos parâmetros recomendados para esta distribuição (Arora e Singh, 1989), concluiu que um dos mais adequados é o "method of mixed moments" (MM1), que será utilizado neste trabalho.

Assim, ressalta-se que foram escolhidos a distribuição probabilística e o método de determinação dos parâmetros que geram o melhor ajuste com os valores observados. Aplicando-se essa metodologia para cada uma das séries de vazões, foram definidos os parâmetros da distribuição probabilística Log-Pearson Tipo III.

A Figura 1 apresenta as curvas da distribuição probabilística Log-Pearson Tipo III ajustadas para as diferentes séries de vazões máximas.

A Tabela 3 apresenta as vazões máximas para diferentes períodos de retorno, inferidas a partir das distribuições probabilísticas ajustadas a cada série de vazões.

A análise da Tabela 3 e da Figura 1 permite verificar a significante diferença entre as vazões com períodos de retorno superiores a 100 anos, correspondendo aos valores usuais utilizados para definir as vazões de projeto.

Assim, esse exemplo demonstra a forte dependência do método estatístico com a extensão da série de vazões e a inconsistência dos valores máximos inferidos utilizando-se a metodologia usual de ajuste de distribuições probabilísticas. Ressalta-se que a utilização de diferentes distribuições levaria a valores ainda mais discrepantes.

**Análise da influência da presença de "outliers" na série de valores** - A análise a ser desenvolvida refere-se à influência da presença de eventos extraordinários ("outliers") na série de valores. A presença desses eventos é relativamente freqüente. Destaca-se, por exemplo, os eventos ocorridos entre os meses de junho e julho de 1983 na bacia do rio Paraná e, entre fevereiro

**Tabela 2. Série de vazões máximas anuais no A. M. Jequitaí.**

Ano Hidrológicos*	Série de Vazões Máximas Anuais no A. M. Jequitaí (m <sup>3</sup> /s)				
	1	2	3	4	5
1948	1106	1106	1106		
1949	341	341	341		
1950	318	318	318		
1951	433	433	433		
1952	370	370	370		
1953	711	711	711		
1954	295	295	295		
1955	493	493	493		
1956	542	542	542		
1957	231	231	231		
1958	231	231	231		
1959	933	933	933		
1960	441	441	441		
1961	261	261	261		
1962	431	431	431		
1963		255	255		
1964		328	328	328	
1965		398	398	398	
1966		273	273	273	
1967		589	589	589	
1968		265	265	265	
1969		487	487	487	
1970		268	268	268	
1971		484	484	484	
1972		571	571	571	
1973		710	710	710	
1974		817	817	817	817
1975		422	422	422	422
1976		1293	1293	1293	1293
1977		466	466	466	466
1979			703	703	703
1980			465	465	465
1981			532	532	532
1982			399	399	399
1983			346	346	346
1984			620	620	620
1985			589	589	589
1986			243	243	243
1987			404	404	404
1988			166	166	166
1989			206	206	206
1990			472	472	472
1991			492	492	492
1992			168	168	168
1993			649	649	649
1994			443	443	443

**Parâmetros Estatísticos:**

número de elementos	15	30	46	20	30
máximo	1106	1293	1293	1293	1293
mínimo	231	231	166	166	166
média	476	492	471	495	476
desvio-padrão	257	262	234	256	226
coeficiente de assimetria	1,488	1,584	1,509	1,539	1,587
coeficiente de curtose (normal=0)	1,677	2,398	3,037	4,098	4,741

\* A vazão do ano hidrológico de 1978 foi eliminada por ser considerada um "outlier".

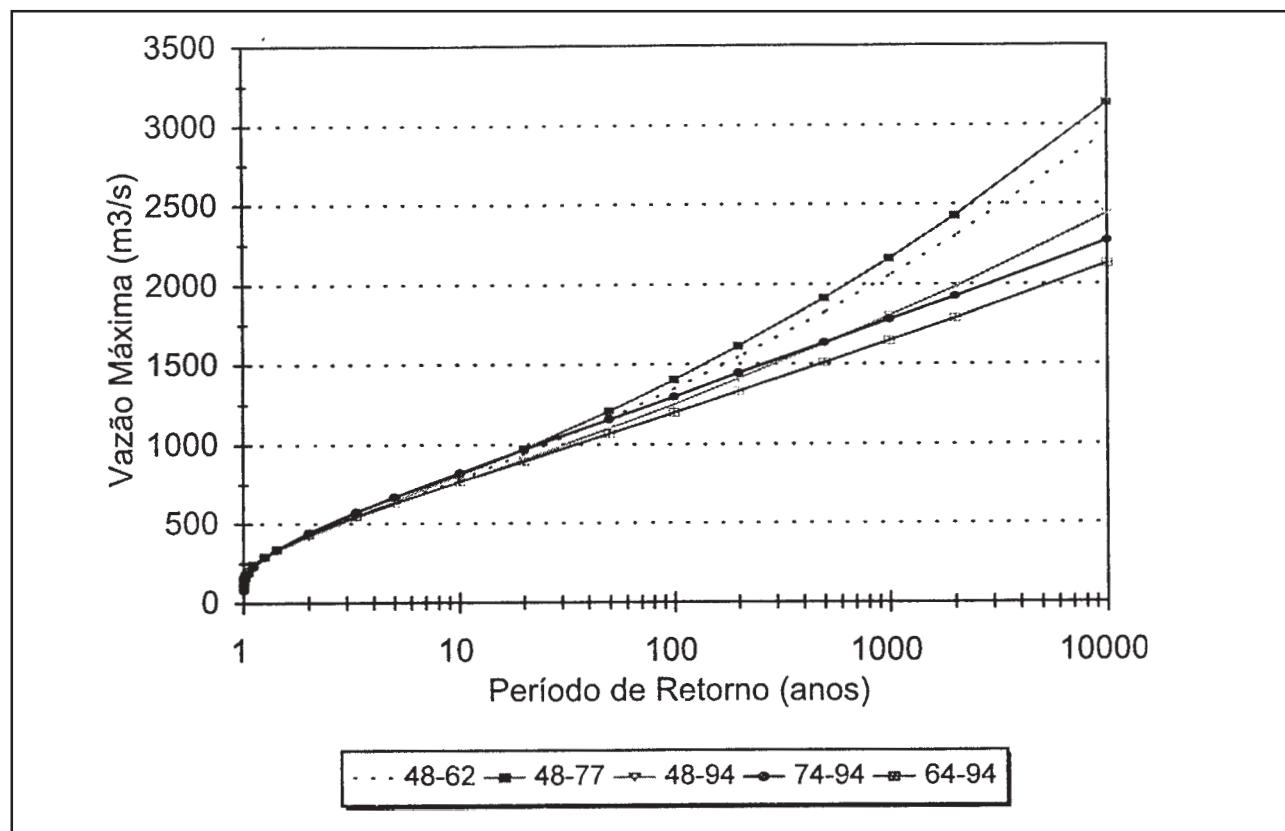


Figura 1. Método estatístico - análise da influência da extensão das séries.

Tabela 3. Análise da influência da extensão da série de valores.

Probabilidade de excedência	Período de retorno (anos)	Vazões máximas (m³/s) série de vazões					Diferença máxima (%)
		48-62	48-77	48-94*	74-94*	64-94*	
0,0001	10000	2947	3136	2438	2269	2128	47
0,0005	2000	2302	2429	1983	1924	1788	36
0,001	1000	2055	2161	1802	1779	1647	31
0,002	500	1825	1912	1628	1633	1509	27
0,005	200	1544	1612	1409	1443	1330	21
0,01	100	1349	1403	1252	1300	1198	17
0,02	50	1166	1209	1100	1158	1067	13
0,05	20	941	973	907	968	896	9
0,10	10	781	806	765	822	765	8

\* A vazão do ano hidrológico de 1978 foi eliminada por ser considerada um "outlier".

e março de 1980, na bacia do rio Tocantins. Esses eventos sempre trazem discussões técnicas, gerando muita insegurança.

A ocorrência destes eventos extraordinários provoca, para o método estatístico, a necessidade de analisar as alternativas de inclusão ou não deste valor. Esses resultados são apresentados ao decisor e resumem-se nas seguintes alternativas:

- aceita que trata-se de um evento extraordinário; as obras a serem executadas serão mais econômicas. No entanto, pergunta-se: será que com esta decisão estou comprometendo a segurança da obra? Qual a probabilidade desse evento ser excedido?

- não aceita que trata-se de um evento extraordinário e, consequentemente, as obras a serem executadas serão mais onerosas. No entanto, pergunta-se: será que esta decisão não levou ao super-dimensionamento da obra?

Esses exemplos, que ocorreram e ocorrem no dia-a-dia da engenharia, são consequências da insegurança gerada pelo método estatístico que não impõe um limite superior aos eventos hidrometeorológicos. Uma vez que a extensão da série de valores é, invariavelmente, curta ( $\approx 60$  anos) em relação à probabilidade de excedência dos eventos que pretende-se avaliar ( $TR=1.000$ , 10.000 anos) é sempre muito difícil caracterizar um evento extraordinário.

O teste de Grubbs e Beck (1972) revelou que a vazão máxima referente ao ano hidrológico de 1978 ( $1.991 \text{ m}^3/\text{s}$ ) é considerada um evento extraordinário. Para exemplificar a influência da presença deste “outlier” na série, foi aplicado o método estatístico para os casos de inclusão e exclusão desse valor.

Apresenta-se na Tabela 4 as vazões máximas para as diferentes probabilidades de excedência, inferidas a partir das

distribuições probabilísticas ajustadas à série de vazões de 1948 a 1994, para os dois casos analisados.

A Figura 2 apresenta as curvas obtidas para os casos de inclusão e exclusão do “outlier”.

A análise da Tabela 4 e da Figura 2 permite concluir que, utilizando-se o método estatístico, a inclusão do evento extraordinário na série de vazões provoca um incremento de 53 % na vazão milenar e de 81% na vazão decamilenar. Consequentemente, a decisão de considerar o “outlier” na série implicará em um aumento significativo do custo da obra podendo, até, inviabilizá-la.

Por sua vez, excluir o “outlier” implicaria em considerar que este evento teria período de retorno da ordem de 1.000 anos. Esta decisão levaria, certamente, ao questionamento da segurança da obra, uma vez que a vazão de projeto ( $TR = 10.000$  anos) seria  $2.682 \text{ m}^3/\text{s}$ , cuja magnitude não está muito acima da vazão observada (“outlier”).

Assim, esse exemplo demonstra a significativa influência de “outliers” na determinação dos valores máximos através do método estatístico e a consequente insegurança gerada por essa metodologia na definição das vazões de projeto.

**Tabela 4. Análise da influência da presença do “outlier”.**

Probabilidade de excedência	Período de retorno (anos)	Vazões máximas ( $\text{m}^3/\text{s}$ )	Diferença (%)
		c/outlier	s/outlier
0,0001	10000	4841	2682
0,0005	2000	3437	2136
0,001	1000	2945	1923
0,002	500	2510	1722
0,005	200	2013	1473
0,01	100	1688	1297
0,02	50	1401	1130
0,05	20	1072	922
0,10	10	856	771

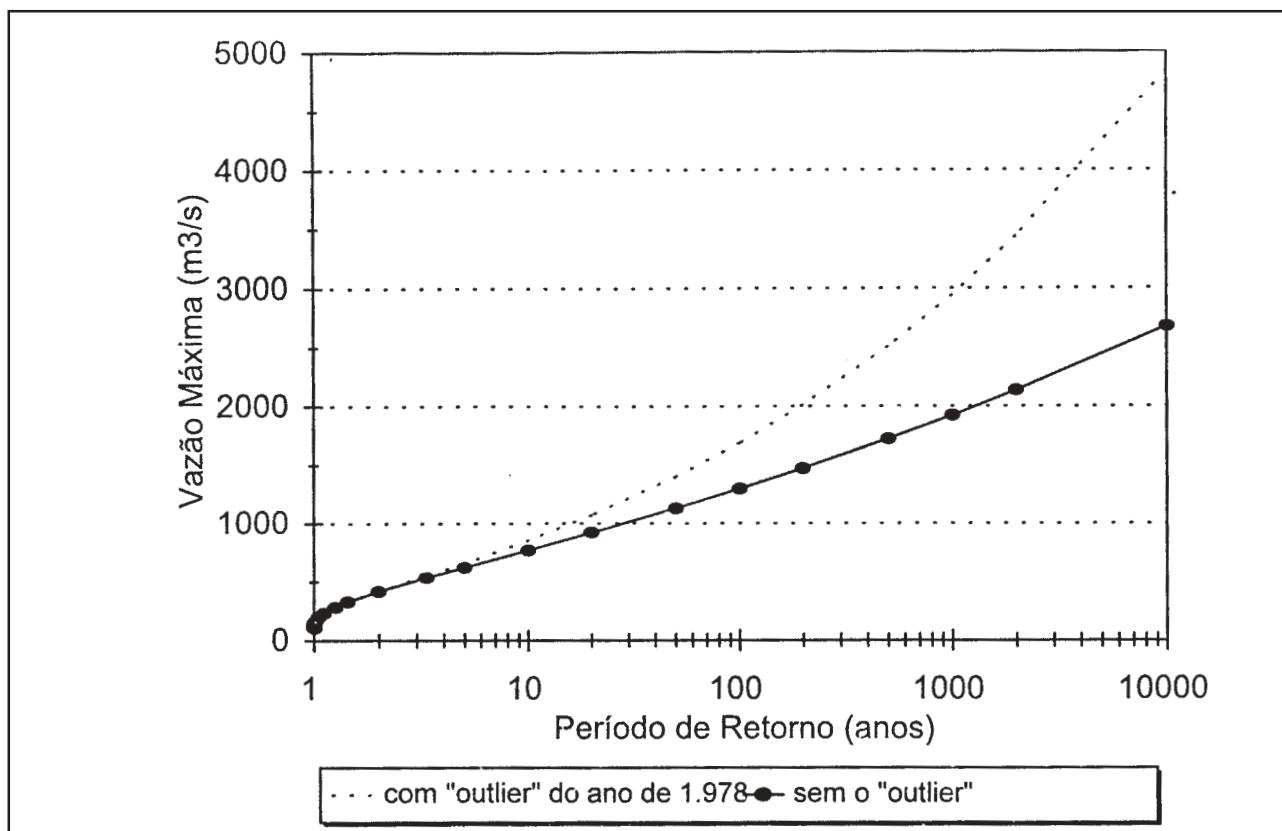


Figura 2. Método estatístico - análise da influência da presença do “outlier”.

### Análise da influência dos valores mínimos da série de valores máximos

A análise a ser desenvolvida refere-se à influência da magnitude dos valores mínimos de uma série de valores máximos na definição dos valores extremos (valores de projeto), utilizando-se o método estatístico. Análises similares foram desenvolvidas em trabalhos de Klemes (1986).

Será desenvolvida uma análise comparativa dos valores extremos obtidos através do método estatístico de ajuste de distribuições, utilizando-se a série de vazões máximas de 1948 a 1994, excluindo-se o “outlier”. Os 3 menores valores das séries de vazões máximas foram minorados e majorados, conforme apresentado na Tabela 5.

Mantendo-se os demais valores e modificando esses 3 valores mínimos, resultaram 2 novas séries de vazões máximas, denominadas séries minoradas e majoradas. A mesma metodologia de ajuste da distribuição probabilística Log-Pearson

Tipos III foi aplicada a essas 2 novas séries de vazões.

A Figura 3 apresenta os valores originais das vazões máximas, com posição de plotagem definida pela fórmula de Weibull, e as curvas da distribuição ajustada.

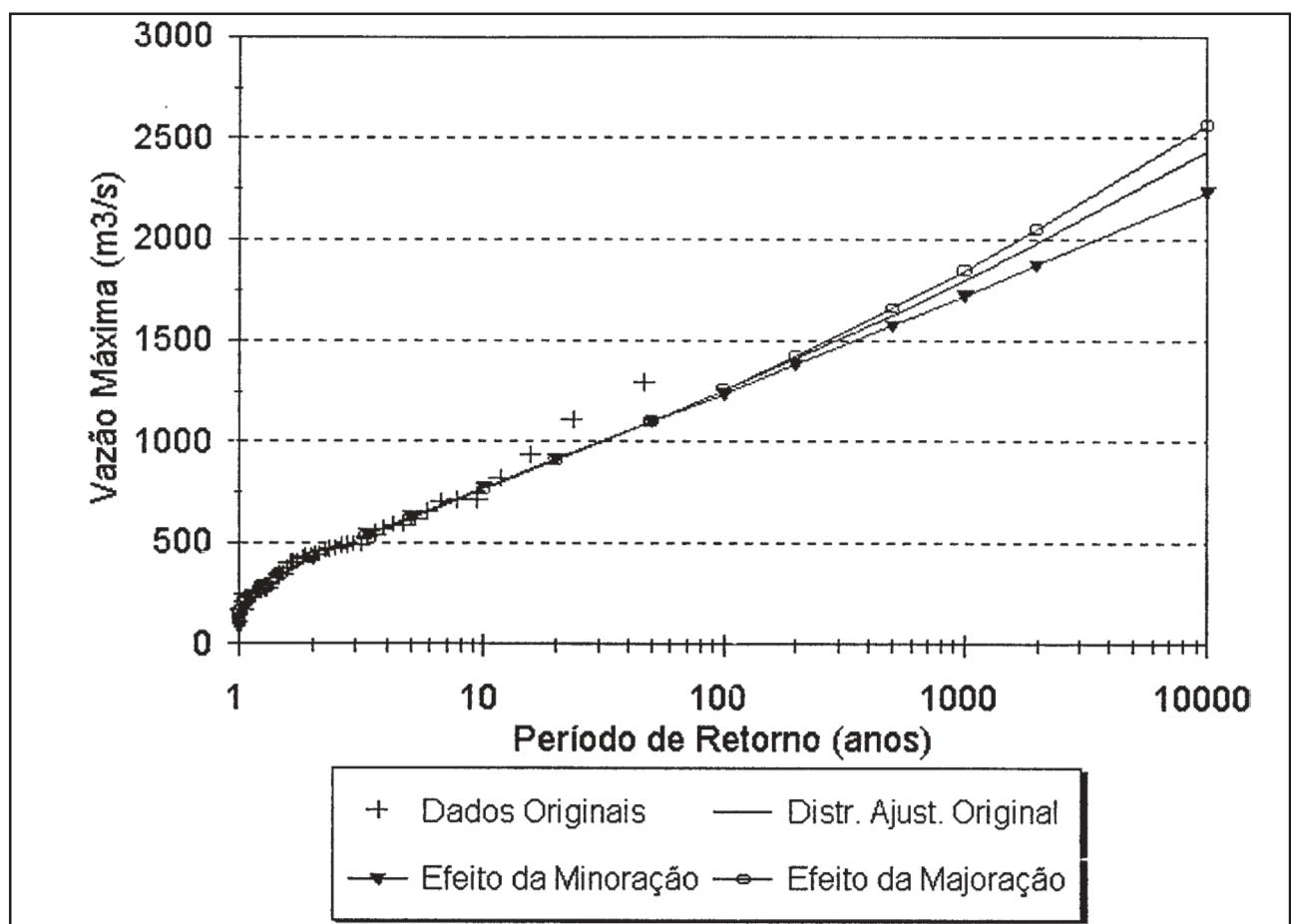
A Tabela 6 apresenta os valores máximos para diferentes probabilidades de excedência, inferidas através do método estatístico, para as séries original, minorada e majorada.

A análise da Tabela 6 e da Figura 3 permite verificar que a minoração em 20% dos valores mínimos resulta em diminuição dos valores extremos ( $TR \geq 1.000$  anos) de 4,6 a 8,4 %. Por sua vez, a majoração entre 12 a 20 % dos valores mínimos ocasiona o incremento dos valores extremos de 2,6 a 5,2 %.

Portanto, conclui-se que, no método estatístico, as pequenas modificações dos valores mínimos da série de valores máximos resulta em alterações, de mesma ordem de grandeza, nos valores extremos. Ressalta-se

**Tabela 5. Modificações dos valores mínimos da série de valores máximos.**

Ano hidrológico	Diferença (%)	Vazão minorada (m <sup>3</sup> /s)	Vazão original (m <sup>3</sup> /s)	Vazão majorada (m <sup>3</sup> /s)	Diferença (%)
1988	-20	133	166	199	+33 +20
1992	-20	134	168	202	+34 +20
1989	-20	165	206	231	+25 +12

**Figura 3. Método estatístico - análise da influência dos valores mínimos.****Tabela 6. Análise da influência dos valores mínimos da série de valores máximos.**

Probabilidade de excedência	Período de retorno (anos)	Vazões máximas (m <sup>3</sup> /s) série de vazões minorados	Vazões máximas (m <sup>3</sup> /s) original	Vazões máximas (m <sup>3</sup> /s) majorados	Diferença (%) minorados	Diferença (%) majorados
0,0001	10000	2234	2438	2564	-8,4	5,2
0,0005	2000	1870	1983	2050	-5,7	3,4
0,001	1000	1719	1802	1849	-4,6	2,6
0,002	500	1570	1628	1660	-3,5	1,9
0,005	200	1378	1409	1425	-2,2	1,1
0,01	100	1236	1252	1259	-1,3	0,5
0,02	50	1096	1100	1101	-0,4	0,0
0,05	20	913	907	903	0,6	-0,5
0,10	10	773	765	760	1,1	-0,7

que a série utilizada é relativamente extensa e, portanto, a influência dos valores mínimos deveria ser ainda menos intensa.

Esses resultados matemáticos apartam-se da realidade física, uma vez que não existe significado físico em verificar que o regime das enchentes mais intensas seria afetado pelo regime de vazões nos anos que praticamente não ocorreram enchentes (a vazão média de longo termo é de 51 m<sup>3</sup>/s). Da mesma forma, não existe significado físico na dependência entre a probabilidade de excedência de uma enchente catastrófica com o regime de vazões dos 3 anos menos severos.

**Análise conceitual do método estatístico - escolha da distribuição -** Uma das etapas da metodologia estatística consiste em escolher uma distribuição probabilística que tenha habilidades descritiva e predictiva, conforme definido por Cunnane (1986). No entanto, devido à falta de bases sólidas para a escolha da distribuição que melhor atenda a estas habilidades, várias devem ser testadas e a decisão é tomada com base em técnicas visuais ou em critérios parcialmente objetivos, como testes estatísticos.

Para exemplificar a subjetividade e, consequentemente, a insegurança gerada pelo método estatístico na escolha da distribuição probabilística, utilizou-se a série de vazões máximas de 1948 a 1994, excluindo-se o evento extraordinário de 1978.

De acordo com o diagrama MRD ("moment ratio diagrams") definido por Ashkar e Bobée (1989), as seguintes distribuições são recomendadas: Log-Normal, Weibull, Gama, Gama Generalizada, Pearson Tipo III e Log Pearson Tipo III. Uma vez que a distribuição de Weibull (Valores Extremos Tipo III) é mais indicada para estudos probabilísticos de vazões mínimas, optou-se por utilizar em seu lugar a clássica distribuição de Gumbel (Valores Extremos Tipo I).

As distribuições probabilísticas foram ajustadas aos dados e os parâmetros foram determinados pelo método dos momentos. As distribuições ajustadas atenderam ao critério

das vazões observadas estarem contidas dentro dos limites de confiança. Assim, qualquer uma das distribuições poderia ser justificada com base no bom ajuste.

A Figura 4 apresenta, no mesmo gráfico, os pontos correspondentes às vazões máximas observadas e às curvas das diferentes distribuições ajustadas.

A Tabela 7 apresenta, para cada uma das distribuições, as vazões máximas para diferentes probabilidades.

As análises da Figura 4 e da Tabela 7 permitem verificar que todas as curva das diferentes distribuições apresentam um ótimo ajuste em relação aos pontos correspondentes aos valores observados. Em decorrência da própria metodologia, as curvas das distribuições praticamente se sobreponem na faixa dos dados observados. No entanto, verifica-se que as distribuições apresentam uma forte divergência das curvas para períodos de retorno acima de 200 anos, apresentando até 44 % de diferença.

Conceitualmente, esse caso exemplifica que o bom ajuste da distribuição em relação aos pontos, ou seja, a habilidade descritiva, não garante a consistência da extrapolação, ou seja, a habilidade predictiva. Ao hidrólogo e, muitas vezes, ao decisor fica a pergunta: "Qual distribuição escolher?".

Assim, não há procedimento estatístico que assegure confiabilidade às extrapolações computadas. As extrapolações sempre suscitam controvérsias, uma vez que irão depender dos critérios do hidrólogo responsável pelo estudo. Além disso, a adoção arbitrária de distribuições ajustadas às séries de valores máximos, em geral com períodos muito inferiores aos que se pretende prever, sempre gera dúvidas.

A grande maioria das distribuições probabilísticas ajustadas às séries de valores máximos tem seu limite superior convergindo para  $+\infty$ . Este limite teórico contraria a mais evidente realidade física colocando, a priori, em suspeição as previsões obtidas por extrapolação analítica efetuada na cauda superior da distribuição.

O ajuste de distribuições de forma estatisticamente satisfatória, via de regra,

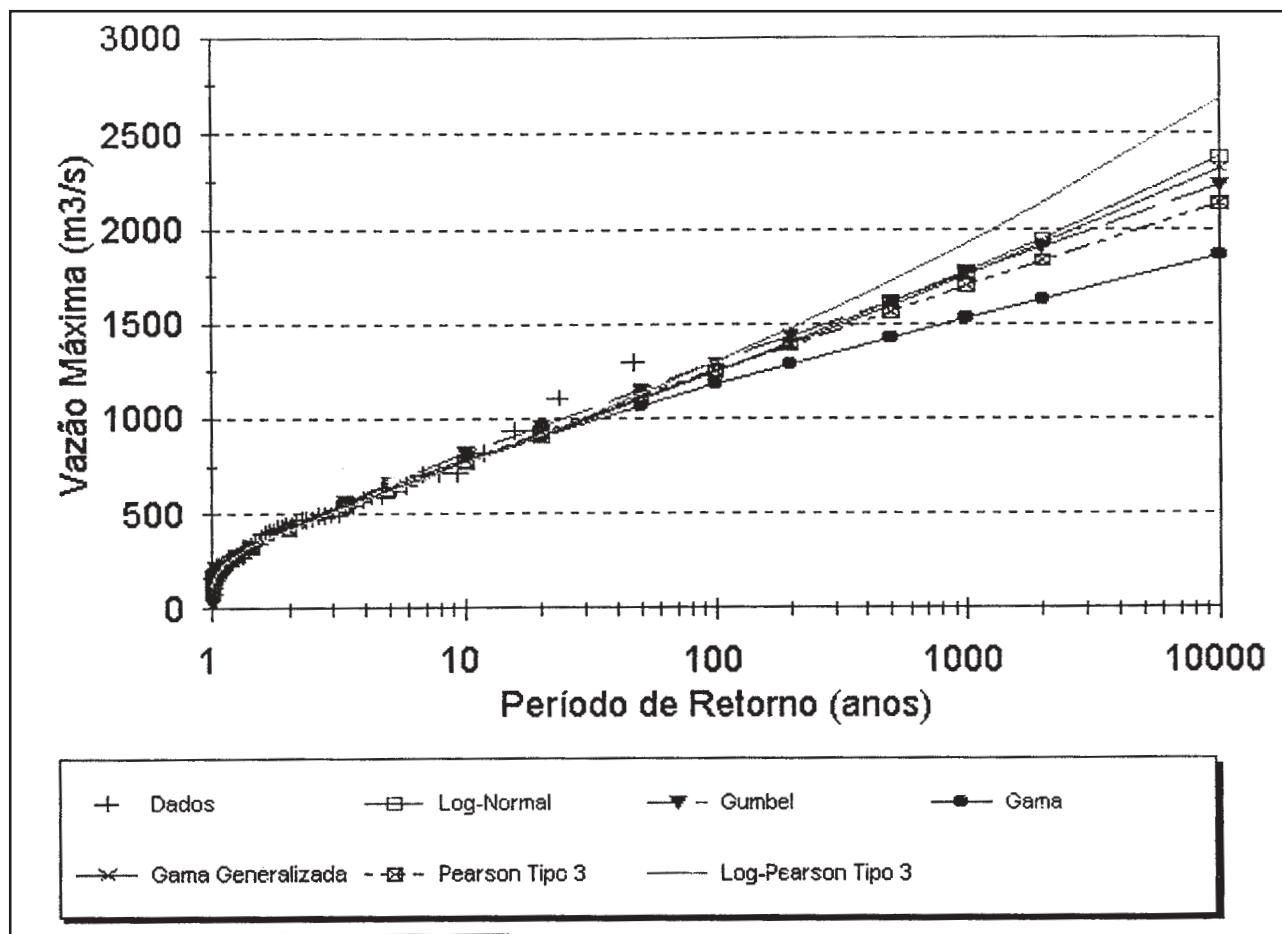


Figura 4. Método estatístico - comparação das distribuições ajustadas.

Tabela 7. Vazões máximas para diferentes distribuições probabilísticas.

Probabilidade de excedência	Período de retorno (anos)	Log-Normal	Gumbel	Gama	Gama Generalizada	Pearson Tipo III	Log-Pearson Tipo III	Diferença máxima (%)
0,0001	10000	2375	2226	1859	2319	2133	2682	44
0,0005	2000	1947	1900	1628	1919	1829	2136	31
0,001	1000	1774	1760	1528	1757	1697	1923	26
0,002	500	1608	1619	1424	1596	1563	1722	21
0,005	200	1398	1433	1285	1395	1387	1473	15
0,01	100	1245	1292	1176	1246	1251	1297	10
0,02	50	1097	1151	1064	1101	1113	1130	8
0,05	20	908	962	909	913	927	922	6
0,10	10	767	816	784	772	782	771	6

aparta-se da realidade física em sua cauda superior, onde são efetuadas as previsões com base em extrapolações analíticas, não dispondo-se de um valor ou parâmetro para controlar este procedimento.

Portanto, a metodologia estatística é inconsistente e não considera o comportamento físico das variáveis hidrológicas envolvidas nos fenômenos de enchentes.

## Análise crítica do método determinístico

A metodologia determinística desenvolve análises hidrometeorológicas através das quais determina a precipitação máxima provável (PMP) e a enchente máxima provável (EMP). Esta metodologia tem a vantagem inherente em fazer um esforço conciso para embasar seu desenvolvimento em considerações físicas relevantes. Além disso, essa metodologia apresenta a característica de ser implicitamente regional, como consequência do procedimento para estimativa da PMP.

Esta metodologia é fundamentada na hipótese que os mecanismos físicos que regem a dinâmica interna de um fenômeno são relativamente estáveis e os seus processos componentes elementares operam dentro de limites finitos, os quais são razoavelmente representados através das séries de dados observados de 50 a 100 anos. Os eventos extremos deste processo são interpretados como combinações raras de fenômenos elementares relativamente usuais. Uma vez que estes fenômenos elementares são considerados como tendo uma limitação física, por consequência os eventos extremos, também, são considerados limitados. O principal objetivo e desafio desta metodologia é determinar os supostos limites superiores dos processos componentes e sua combinação factível, a partir das observações e da teoria física.

Por definição, a PMP tem probabilidade de não-excedência igual a 1,0, ou seja, representa o limite físico máximo. Da mesma forma, a EMP, definida a partir da PMP e das características fisiográficas da bacia hidrográfica, representa o limite físico máximo em termos de vazão e, assim, tem probabilidade de não-excedência igual a 1,0.

As maiores objeções à metodologia determinística são mais de natureza operacional do que uma questão de princípios. Em termos gerais, embora seja apreciável que se considere que os processos hidroclimáticos operam dentro de limites finitos, ainda não está claro quais são esses limites, com algumas exceções como umidade

relativa, umidade do solo, temperatura do estado líquido da água e outros semelhantes. Também ainda não está amplamente compreendida a relação entre os processos elementares para sua aplicação totalmente objetiva e sem freqüentes hipóteses arbitrárias e mutuamente contraditórias.

Os valores da PMP/EMP vêm raramente acompanhados por estimativas do seu grau de precisão. Occhipinti (1989) afirma categoricamente que “não existe meio **objetivo** de avaliar a precisão da PMP”. No entanto, este fato acaba por gerar um contraste entre a aparente precisão das estimativas e a sua imprecisão intrínseca caracterizada pelo termo “provável”. Conseqüentemente, a metodologia fica sujeita a críticas da consistência conceitual do seu procedimento.

Em termos práticos, como uma enchente é formada a partir de uma combinação muito desfavorável de eventos que foram realmente observados, a EMP pode ser considerada como uma **representação satisfatória da ordem de magnitude de um limite**, o qual as enchentes, causadas por mecanismos meteorológicos e hidrológicos usuais, podem realmente atingir, com base no atual estado de compreensão destes mecanismos. Analogamente, um argumento similar é válido para a PMP. Ressalta-se que este conceito prático é ainda mais razoável quando esta definição está relacionada a um período pré-definido como, por exemplo, a vida útil de uma determinada obra.

Por último, ressalta-se que a maior crítica à metodologia determinística está no campo prático das decisões, que devem ser fundamentadas em algum tipo de análise de risco – como é o caso das decisões da vazão de projeto do vertedouro ou na verificação da segurança de barragens – e onde formulações probabilísticas são indispensáveis, uma vez que, de outra forma, os resultados de soluções alternativas não podem ser comparadas de forma efetiva. Por outro lado, a grande vantagem dessa metodologia está na sua abertura para progredir através do avanço da geofísica e do maior entendimento dos fenômenos hidro-climáticos.

## Conclusões

Pelo exposto neste item, fica evidenciado que a metodologia probabilística é inconsistente e desconsidera o comportamento físico das variáveis hidrológicas, restringindo-se a procedimentos matemáticos. Por sua vez, a metodologia determinística desconsidera o comportamento estatístico dessas variáveis e não permite inferir uma distribuição probabilística que possibilite uma avaliação de risco.

Desta forma, caracteriza-se a necessidade de se desenvolver uma nova metodologia que considere o comportamento estatístico das variáveis hidrológicas, respeitando os seus limites físicos determinados através da metodologia determinística e que, a despeito das imprecisões dos valores da PMP/EMP permita inferir, com segurança, as suas distribuições probabilísticas.

Klemes (KLEMES, 1996 a) afirma que: “A fundamental, ainda que não reconhecida, razão pela qual cada escola defende sua metodologia e rejeita a outra, não é tanto devido a inabalável confiança na sua exclusiva precisão, mas sim ao fato que **ninguém sabe como combinar as duas metodologias** enquanto, do outro lado, todos sentem uma pressão para fazer alguma coisa, de produzir resultados, sejam eles trabalhos científicos ou decisões de engenharia”.

## ANÁLISE DE FREQUÊNCIA CONJUGADA

### Conceituação

As chuvas máximas observadas nas bacias hidrográficas, assim como as máximas enchentes, tendem a alcançar um limite superior que depende de suas características fisiográficas e hidrometeorológicas. Os picos e volumes de hidrogramas têm um limite físico superior ditado pelo contexto hidrogeográfico de sua bacia.

Estes limites dos processos hidrológicos são avaliados pelo método determinístico através de estudos

hidrometeorológicos, resultando na PMP e na EMP.

Assim, as distribuições probabilísticas compatíveis com o conceito da PMP/EMP e com a realidade física teriam um limite superior finito, para o qual sua cauda superior deveria desenvolver-se. A Análise de Freqüência Conjugada a ser apresentada é desenvolvida com base neste conceito.

### Características fundamentais da distribuição de valores máximos

O objetivo de inferir os valores máximos para diferentes intervalos de recorrência leva à necessidade de utilizar-se uma distribuição probabilística. Por sua vez, esta distribuição deve ajustar-se satisfatoriamente aos valores máximos da série histórica e ter como limite superior a EMP ou a PMP. Desta forma, as características que constituem um modelo de previsão nos limites da realidade física e que oferecem respostas satisfatórias para as inconsistências verificadas nas metodologias existentes são apresentadas a seguir:

- a probabilidade de não-excedência da PMP ou da EMP é igual a 1,0;
- os valores de projeto com probabilidade de não-excedência superior ao do valor máximo da série e inferior às da PMP ou da EMP sejam inferidos por **interpolação**, ao invés de **extrapolação**, resultando sempre em valores compreendidos dentro de um intervalo de magnitude factível;
- o valor da PMP ou da EMP esteja sempre incluído como limite superior da distribuição cujos parâmetros serão obtidos por métodos de estimativas, aplicados diretamente aos dados da série histórica;
- a distribuição probabilística ajustada não esteja sujeita às variações significativas em função da inclusão de eventos extraordinários ou da extensão da série de dados.

## Análise de freqüência conjugada

Para definição da Análise de Freqüência Conjugada pesquisou-se dentre as diferentes distribuições probabilísticas as que apresentassem as seguintes características:

- assintótica a um valor máximo definido;
- flexível, permitindo o ajuste para diferentes séries de valores máximos;
- que os parâmetros fossem de fácil definição, para diferentes séries de valores.

Escolheu-se para compor a Análise de Freqüência Conjugada a distribuição probabilística dos Valores Extremos Tipo III (EV3), uma vez que atende aos aspectos conceituais e práticos. A função da distribuição de freqüência acumulada é apresentada a seguir:

$$F(x) = \exp\left\{-\left[1 - \frac{k(x-u)}{\alpha}\right]^{1/k}\right\} \quad (1)$$

onde  $x$  é um valor máximo qualquer,  $\alpha$  é o parâmetro de escala ( $\alpha > 0$ ),  $k$  é o parâmetro de forma e  $u$  é o parâmetro de localização.

A distribuição probabilística EV3 tem  $k > 0$ , é definida por 3 parâmetros e tem uma forma assintótica com um **limite superior**, onde  $-\infty < x \leq u + (\alpha/k)$ . A aplicação desta distribuição à Análise de Freqüência Conjugada requer as seguintes considerações iniciais:

- a variável  $x$  será renomeada como  $V$ , nome genérico para os valores máximos de precipitações e/ou vazões;
- $VMP$  é o valor máximo provável, nome genérico para a PMP e a EMP.

Introduzindo-se nesta distribuição o conceito de  $VMP$ , tem-se que:

$$VMP = u + \frac{\alpha}{k} \quad (2)$$

Sendo um limite superior, seu valor terá probabilidade de não-excedência unitária, ou seja,  $F(VMP) = 1,0$ . Substituindo-se a Equação (2) em (1), e atendendo às considerações de nomenclatura feitas anteriormente, tem-se:

$$F(V) = \exp\left\{-\left[1 - \frac{(V-u)}{(VMP-u)}\right]^{1/k}\right\} \quad (3)$$

Desenvolvendo-se a equação acima e considerando-se  $k^* = 1/k$ , tem-se:

$$F(V) = \exp\left[-\left(\frac{VMP-V}{VMP-u}\right)^{k^*}\right] \quad (4)$$

com  $V \leq VMP$  e  $k^* > 0$ , onde  $F(V)$  é a probabilidade de não-excedência de  $V$ .

Para facilitar a apresentação, o parâmetro  $k^*$  será renomeado, doravante, de  $k$ .

Assim, define-se a distribuição probabilística da Análise de Freqüência Conjugada, cujo limite superior ( $VMP$ ) é estabelecido pelo método determinístico e os dois parâmetros  $u$  e  $k$  são obtidos através do ajuste com a série de valores máximos.

## Determinação dos parâmetros da distribuição

Dentre os vários métodos para estimação dos parâmetros da distribuição, escolheu-se para apresentar neste artigo o método da máxima verossimilhança. Outros métodos são apresentados por Garcia (1996).

Essa estimativa dos parâmetros  $u$  e  $k$  da distribuição probabilística da Análise de Freqüência Conjugada (Equação 4) é desenvolvida definindo-se, inicialmente, a função de verossimilhança apresentada a seguir:

$$L(u, k) = \prod_{i=1}^N \frac{k}{(VMP - u)} \cdot \left[ \frac{(VMP - v_i)}{VMP - u} \right]^{k-1} \\ \exp \left\{ - \left[ \frac{(VMP - v_i)}{(VMP - u)} \right]^k \right\} \quad (5)$$

A aplicação do logarítmico neperiano à Equação (5), resulta em:

$$l(u, k) = -N \ln \left[ \frac{(VMP - u)}{k} \right] + \\ (k-1) \sum_{i=1}^N \ln \left[ \frac{(VMP - v_i)}{(VMP - u)} \right] - \sum_{i=1}^N \left[ \frac{(VMP - v_i)}{(VMP - u)} \right]^k \quad (6)$$

Esta equação é apresentada em diversas referências, como por Clarke (1994).

Seguindo a metodologia, deriva-se a equação acima em relação aos parâmetros  $u$  e  $k$ , igualando-se o resultado a zero, como forma de obter-se o máximo da função. As derivadas da Equação (6) em relação aos parâmetros  $u$  e  $k$  são apresentadas a seguir:

$$N - \sum_{i=1}^N R_i^k = 0 \quad (7)$$

$$N + k \sum_{i=1}^N \ln R_i - k \sum_{i=1}^N R_i^k \ln R_i = 0 \quad (8)$$

onde:

$$R_i = \left[ \frac{(VMP - v_i)}{(VMP - u)} \right] \quad (9)$$

A partir da Equação (7), pode-se isolar o parâmetro  $u$ , obtendo-se:

$$\hat{u} = VMP - \left[ \frac{\sum_{i=1}^N (VMP - v_i)^k}{N} \right]^{1/k} \quad (10)$$

Como ocorre freqüentemente no método da máxima verossimilhança, o sistema de Equações (7) e (8) não permite o cálculo explícito dos parâmetros da distribuição  $\hat{u}$  e  $\hat{k}$ . Desta forma, o cálculo destes parâmetros deve ser feito através de um processo iterativo. A substituição da Equação (7) em (8), resulta em:

$$A(\hat{k}) = \sum_{i=1}^N R_i^k + k \sum_{i=1}^N \ln R_i - k \sum_{i=1}^N R_i^k \ln R_i \quad (11)$$

A solução do sistema de equações é obtida quando a função  $A(\hat{k})$ , definida pela Equação (11), for nula. Uma vez que o parâmetro  $k$  é sempre positivo e, em termos práticos, maior que 1,0, a análise da Equação (11) permite concluir que a função  $A(\hat{k})$  é decrescente com o incremento de  $\hat{k}$ .

Devido a esta característica da função  $A(\hat{k})$ , optou-se por utilizar o método da bissecção para determinar os parâmetros da distribuição  $\hat{u}$  e  $\hat{k}$ . A Figura 5 apresenta o fluxograma do processo iterativo.

## ESTUDOS DE CASOS

### Introdução

Este item apresenta alguns estudos de casos da Análise de Freqüência Conjugada. Para permitir a comparação, os exemplos apresentados são os mesmos utilizados na análise do método estatístico.

### Análise da influência da extensão da série de valores

A partir da série de vazões máximas anuais do A. M. Jequitaí, foram selecionadas 5

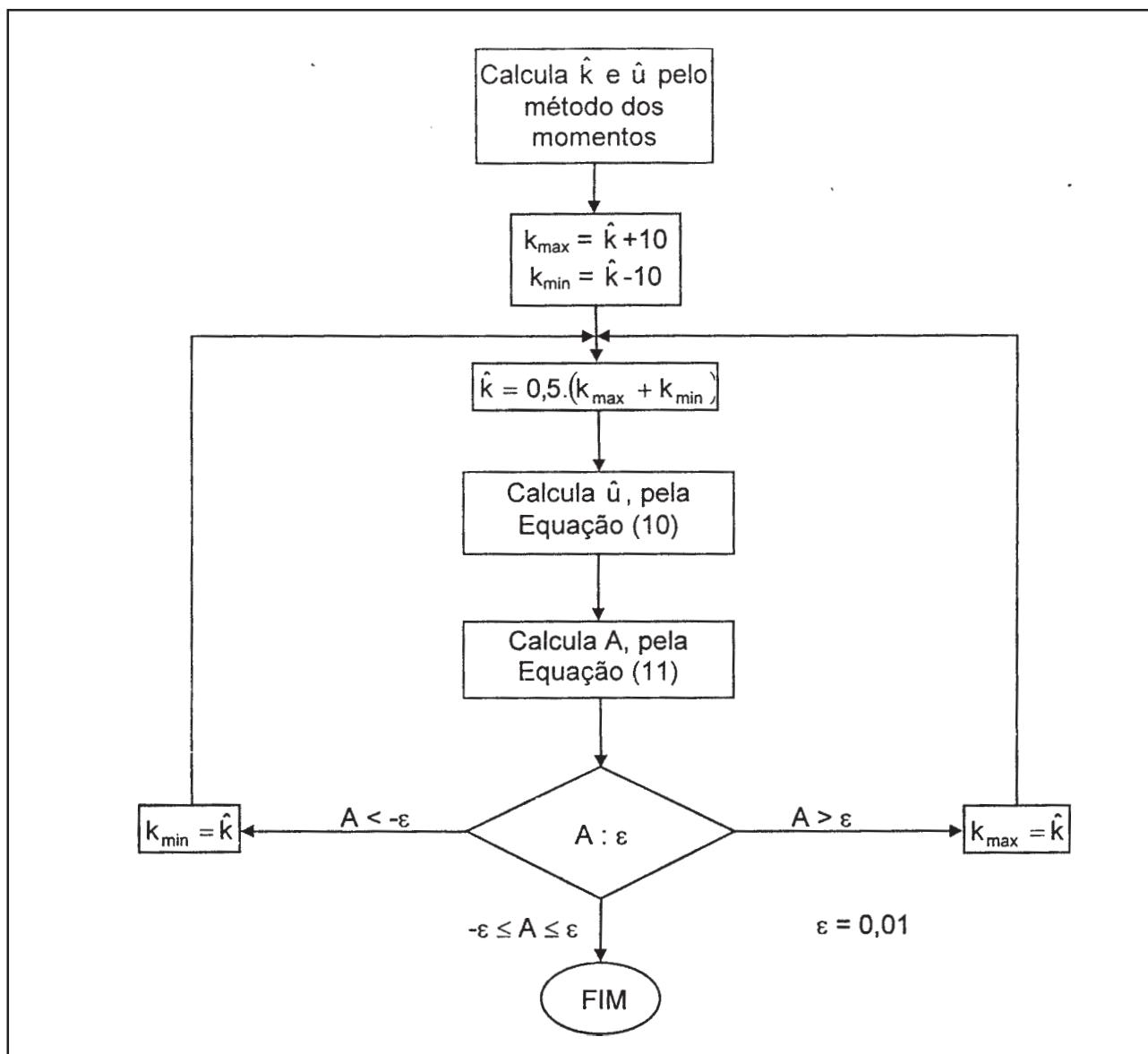


Figura 5. Fluxograma do processo iterativo de cálculo dos parâmetros.

sub-séries de vazões máximas, conforme apresentado na Tabela 2. A posição de plotagem das vazões da série foi definida pela fórmula de Weibull e os parâmetros foram definidos através do método da máxima verossimilhança.

Aplicando-se a Análise de Freqüência Conjugada para cada uma das séries de vazões, foram definidos os parâmetros da distribuição apresentados na Tabela 8.

Com objetivo ilustrativo, apresenta-se na Figura 6 a curva da distribuição acumulada para a série de vazões 1948-

1994, ajustada pela Análise de Freqüência Conjugada.

Percebe-se a forma assintótica do ramo superior da curva da distribuição, compatível com o fenômeno físico. Ressalta-se que, embora a escala horizontal esteja limitada a 2.500 m<sup>3</sup>/s, a curva é assintótica à EMP (6.050 m<sup>3</sup>/s).

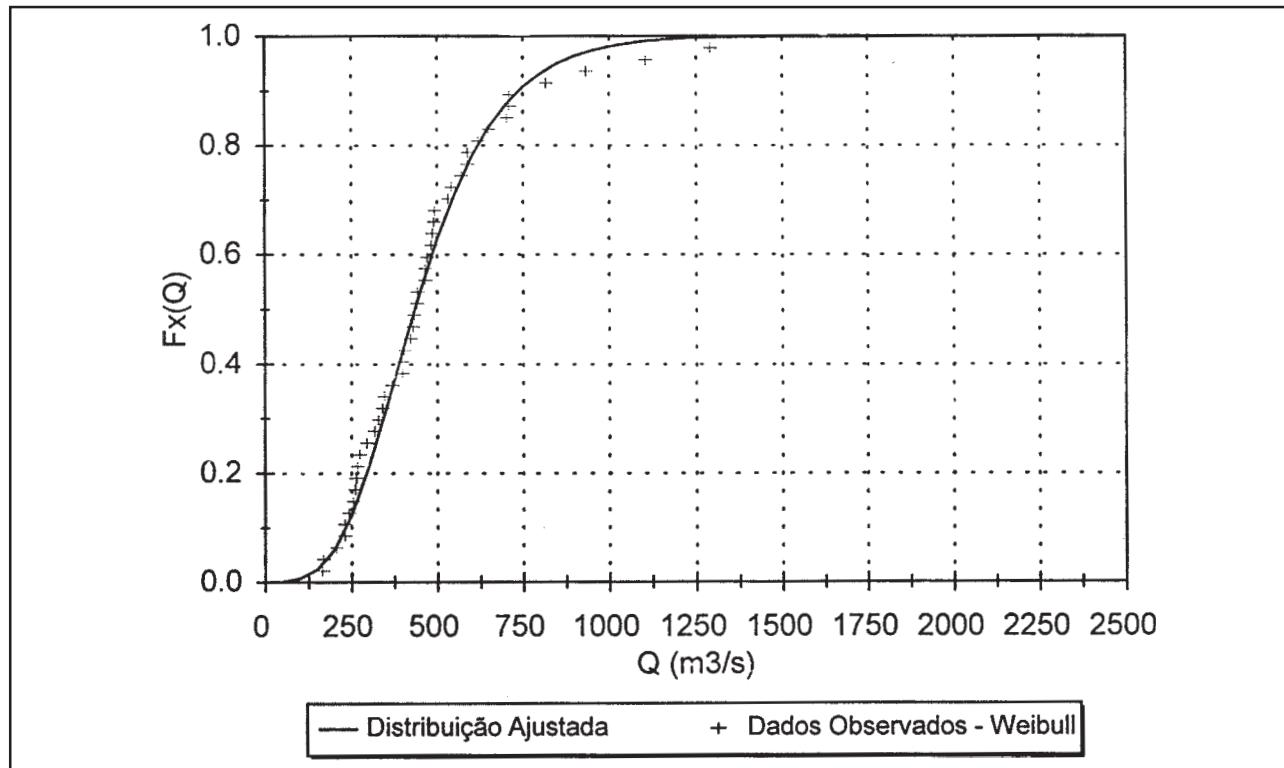
As curvas da distribuição probabilística ajustadas para as diferentes séries são apresentadas na Figura 7.

A Tabela 9 apresenta as vazões máximas para diferentes períodos de retorno, inferidas a partir das distribuições ajustadas.

**Tabela 8. Parâmetros da AFC para análise da influência da extensão das séries.**

nº	Série de vazões Período	Análise de freqüência conjugada	
		Método da máxima verossimilhança	Parâmetros
		Forma k	Posição u (m <sup>3</sup> /s)
1	1948-1962	34,6417	373,6231
2	1948-1977	33,3416	387,4870
3	1948-1994*	34,1810	374,2683
4	1974-1994*	29,9361	389,4959
5	1964-1994*	33,5374	381,3762

\* a vazão do ano hidrológico de 1978 foi eliminada por ser considerada um "outlier"

**Figura 6. Análise de freqüência conjugada - exemplo da distribuição probabilística.****Tabela 9. Análise da influência da extensão das séries de valores.**

Probabilidade de excedência	Período de retorno (anos)	Vazões máximas (m <sup>3</sup> /s) série de vazões					Diferença máxima (%)
		48-62	48-77	48-94*	74-94*	64-94*	
0,0001	10000	1699	1754	1715	1889	1743	11
0,0005	2000	1492	1542	1506	1659	1531	11
0,001	1000	1400	1447	1413	1556	1436	11
0,002	500	1306	1350	1318	1450	1340	11
0,005	200	1178	1219	1189	1307	1209	11
0,01	100	1079	1117	1089	1196	1108	11
0,02	50	978	1013	987	1081	1004	11
0,05	20	840	870	847	924	862	10
0,10	10	731	757	736	799	749	9

\* A vazão do ano hidrológico de 1978 foi eliminada por ser considerada um "outlier".

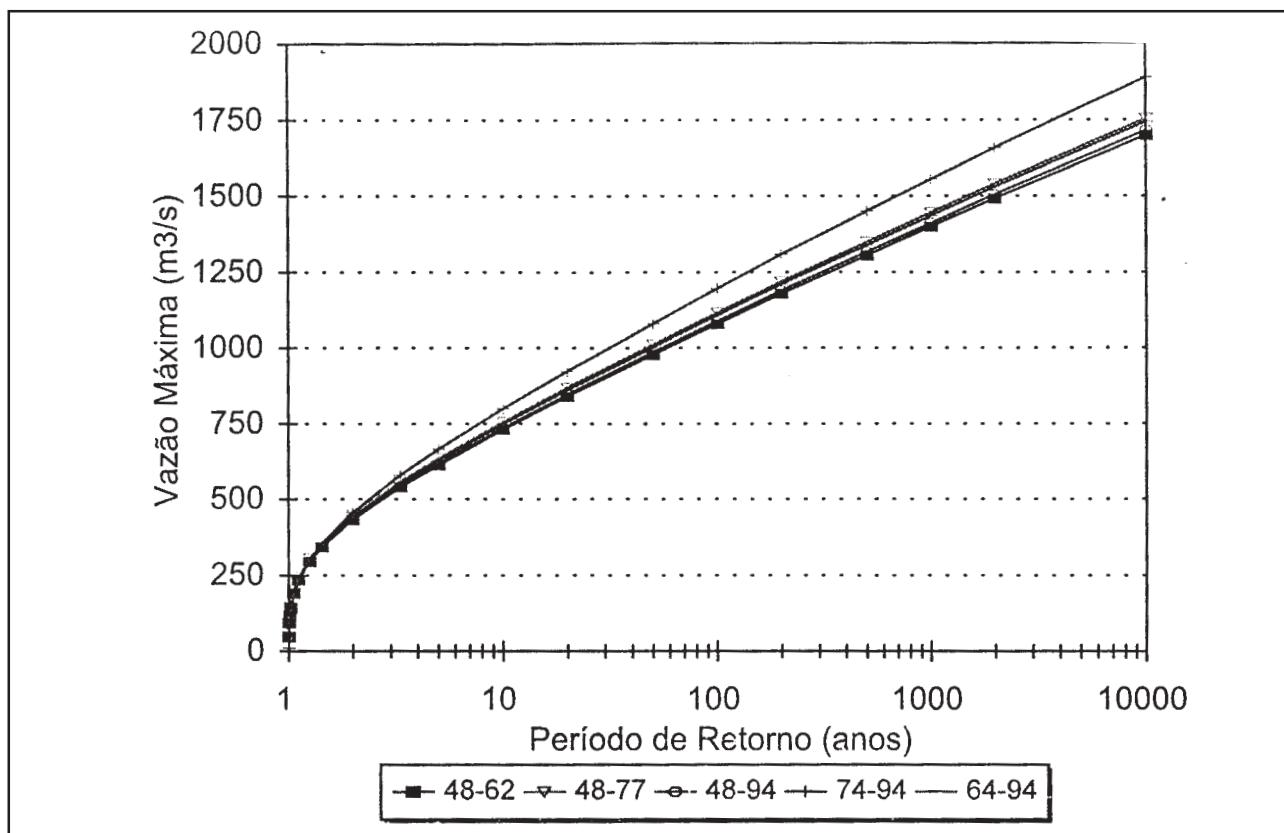


Figura 7. Análise de freqüência conjugada - análise da influência da extensão das séries.

A análise da Tabela 9 e da Figura 6 permite verificar que, para toda a gama de probabilidades, a diferença entre as vazões é, no máximo, de 11 %. Esta diferença é pouco significativa em termos tanto de segurança da barragem, quanto no aspecto de custo do vertedouro ou da obra.

Assim, através deste exemplo, demonstra-se que a Análise de Freqüência Conjugada depende muito pouco da extensão da série de vazões e os valores obtidos para as vazões de projeto (por exemplo, TR = 10.000 anos) não diferem significativamente.

#### Análise da influência da presença de “outliers” na série de valores

A análise a ser desenvolvida refere-se à influência da presença de eventos extraordinários (“outliers”) na série de valores. Para verificar esta influência, foi aplicada a Análise de Freqüência Conjugada para a série completa de vazões máximas anuais, com e

sem o “outlier”. Na Tabela 10 são apresentados os parâmetros da distribuição probabilística, obtidos pelo método da máxima verossimilhança, para os dois casos:

Tabela 10. Parâmetros da AFC para análise da influência da presença do “outlier”.

Série de vazões	Parâmetros	
	Forma k	Posição u
1948-1994 (sem outlier)	34,1810	374,2683
1948-1994 (com outlier)	29,5553	387,3801

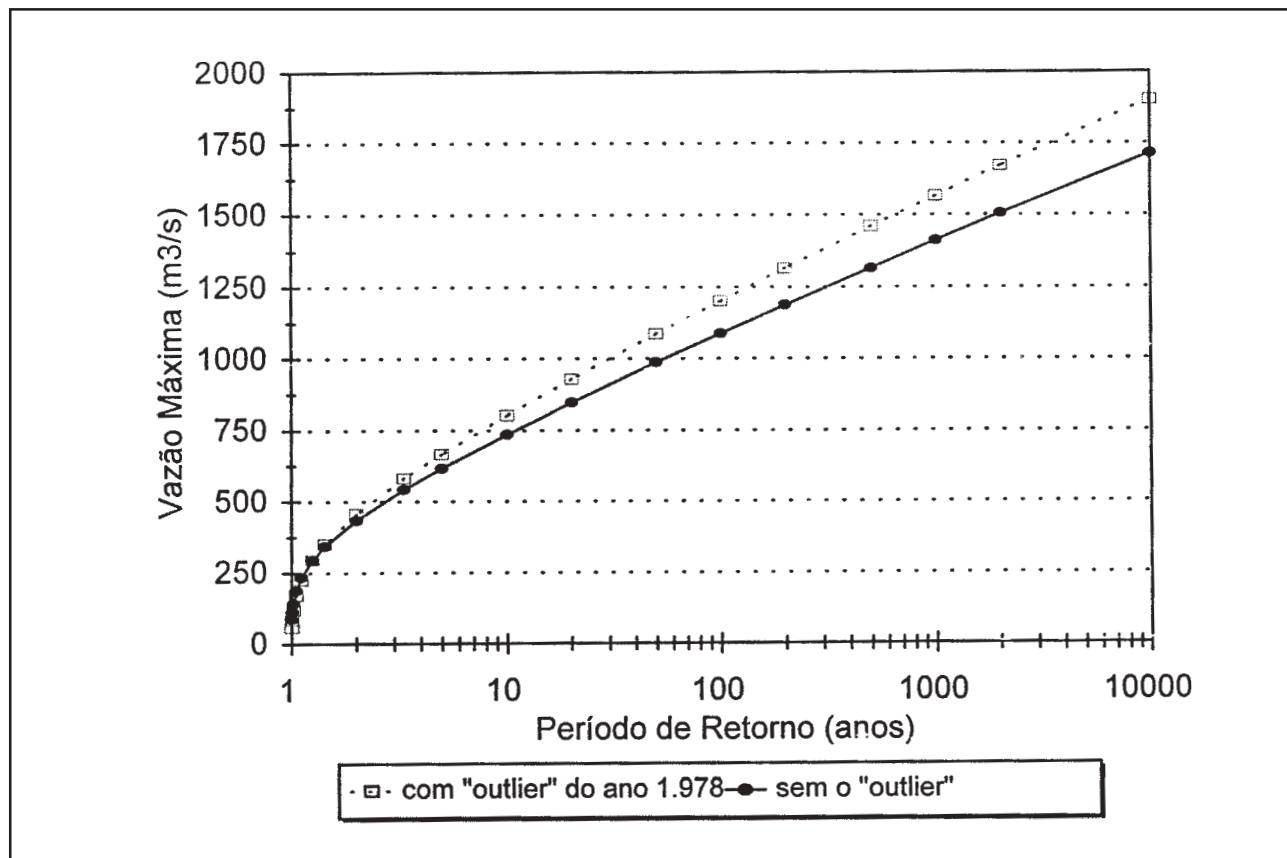
A Tabela 11 apresenta as vazões máximas para as diferentes probabilidades de excedência.

A Figura 8 apresenta as curvas obtidas para os casos de inclusão e exclusão do “outlier”.

A análise da Tabela 11 e da Figura 8 permite concluir que, utilizando-se a Análise de Freqüência Conjugada, a inclusão do evento extraordinário na série de vazões

**Tabela 11.** Análise da influência da presença do “outlier”.

Probabilidade de excedência	Período de retorno (anos)	Vazões máximas (m <sup>3</sup> /s) c/outlier	Vazões máximas (m <sup>3</sup> /s) s/outlier	Diferença (%)
0,0001	10000	1904	1715	11
0,0005	2000	1671	1506	11
0,001	1000	1568	1413	11
0,002	500	1461	1318	11
0,005	200	1316	1189	11
0,01	100	1204	1089	11
0,02	50	1088	987	10
0,05	20	929	847	10
0,10	10	803	736	9
0,2	5	668	618	8

**Figura 8.** Análise de freqüência conjugada - análise da influência da presença do “outlier”.

máximas não altera, significativamente, as vazões de projeto.

Verifica-se que a inclusão do “outlier” provoca um incremento de, apenas, 11 % na vazão milenar e decamilenar. Consequentemente, utilizando-se a Análise de Freqüência Conjugada, a decisão de considerar o “outlier” na série de vazões

implicará em um pequeno aumento no custo da obra.

Assim, este exemplo demonstra a diminuta influência de eventos extraordinários (“outliers”) na determinação dos valores máximos e na definição das vazões de projeto utilizando a Análise de Freqüência Conjugada.

## Análise da influência dos valores mínimos da série de valores máximos

A análise a ser desenvolvida, semelhante à apresentada no item 2, refere-se à verificação da influência da magnitude dos valores mínimos de uma série de valores máximos na definição dos valores extremos, utilizando a Análise de Freqüência Conjugada. Para essa análise, utilizou-se a série de vazões máximas do A. M. Jequitaí, excluindo-se o "outlier".

Foram selecionados os 3 menores valores das séries de vazões e minorados e majorados seus valores, da mesma forma que no item "Análise da influência dos valores mínimos da série de valores máximos", resultando duas novas séries de vazões máximas denominadas séries minoradas e majoradas. A Análise de Freqüência Conjugada foi aplicada a essas séries de vazões, utilizando o método da máxima verossimilhança para a determinação dos parâmetros. Na Tabela 12 são apresentados os parâmetros da distribuição para cada uma das séries.

**Tabela 12. Parâmetros da AFC para análise da influência dos valores mínimos da série.**

Série de vazões	Parâmetros	
	Forma k	Posição u (m <sup>3</sup> /s)
original	34,1810	374,2683
minorada	32,7010	369,6023
majorada	35,3529	378,0564

A Figura 9 apresenta os valores originais das vazões máximas observadas com posição de plotagem definida pela fórmula de Weibull e as curvas da distribuição probabilística ajustadas.

A Tabela 13 apresenta os valores máximos para diferentes probabilidades de excedência, inferidas através da Análise de Freqüência Conjugada para as séries de vazões máximas original, minorada e majorada.

A análise da Tabela 13 e da Figura 9 permite verificar que a minoração em 20% dos valores mínimos da série de vazões

resulta em diminuição dos valores extremos de, no máximo, 2,1 %. Por sua vez, a majoração entre 12 a 20 % dos valores mínimos da série de vazões resulta no incremento dos valores extremos de, no máximo, 2,9 %.

Assim, constata-se que, na Análise de Freqüência Conjugada, os valores extremos não são influenciados significativamente pelos valores mínimos da série de valores máximos. Isto mostra que a forma da cauda superior da distribuição sugerida pela Análise de Freqüência Conjugada é, em grande parte, independente da forma da cauda inferior.

Este comportamento revela que a Análise de Freqüência Conjugada está em concordância com o bom senso, ou seja, mostra a independência entre a probabilidade de excedência de uma enchente catastrófica com o regime de vazões dos anos menos severos.

## Análise de sensibilidade dos valores extremos em relação ao VMP

Um dos parâmetros principais da Análise de Freqüência Conjugada é o VMP, obtido através do método determinístico e que, conforme já comentado, apresenta imprecisões. Assim, o valor do VMP deveria ser fornecido em termos de limites ou ordem de magnitude.

Portanto, na Análise de Freqüência Conjugada, como em qualquer metodologia que utilize o VMP, deve ser verificada a sensibilidade dos resultados em função da sua imprecisão. Para o desenvolvimento desta análise foi utilizada a série de vazões máximas do A. M. Jequitaí, excluindo-se o "outlier".

A enchente máxima provável (EMP) obtida para este aproveitamento foi de 6.050 m<sup>3</sup>/s. Considerando-se esse valor como central, foram feitas variações de 20 % correspondendo à suposta imprecisão da EMP. Assim, a Análise de Freqüência Conjugada foi aplicada à série de vazões máximas, utilizando-se os seguintes valores de EMP: 4.840, **6.050** e 7.260 m<sup>3</sup>/s.

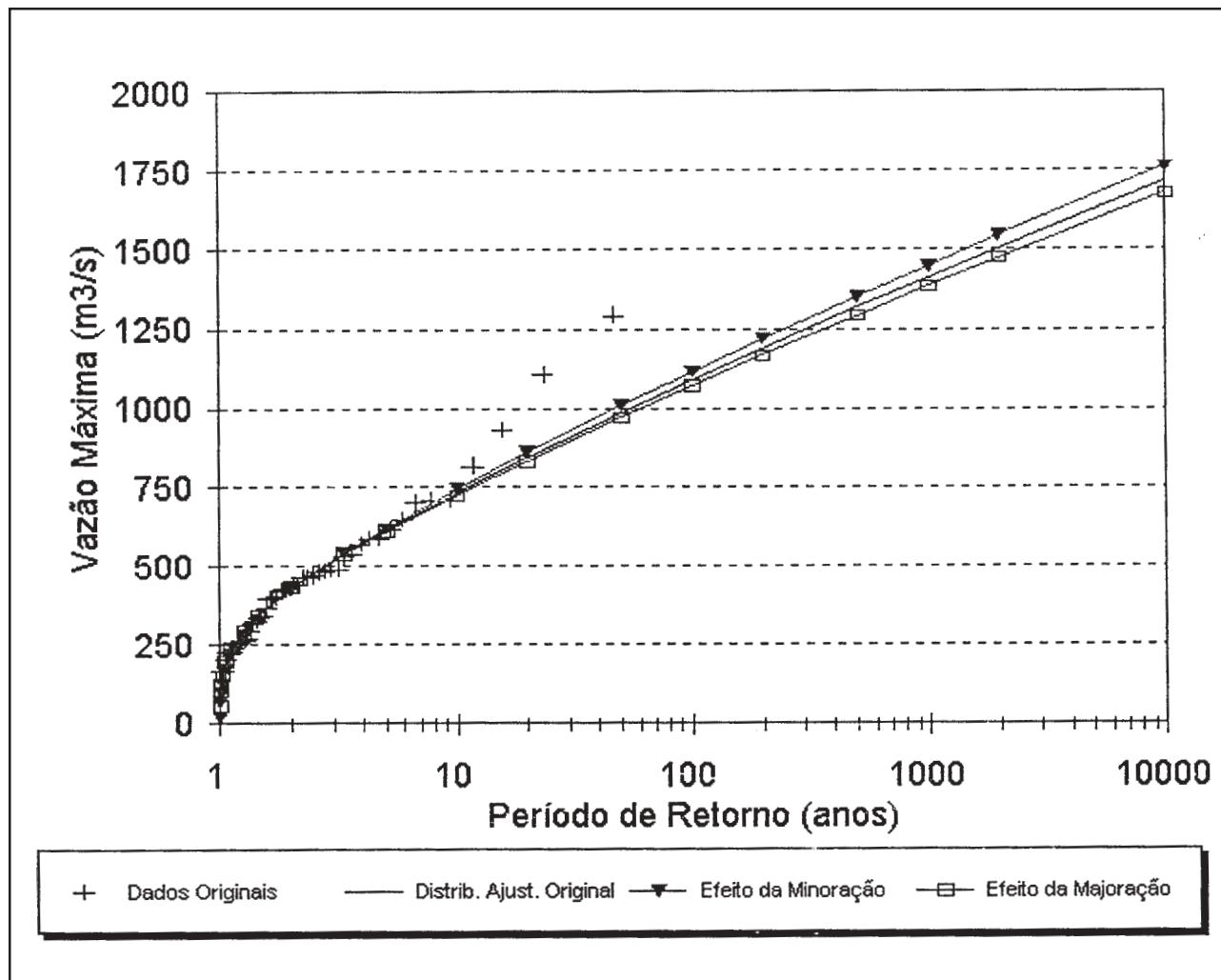


Figura 9. Análise de freqüência conjugada - análise da influência dos valores mínimos.

Tabela 13. Análise da influência dos valores mínimos da série de valores máximos.

Probabilidade de excedência	Período de retorno (anos)	Vazões máximas (m <sup>3</sup> /s) série de vazões original			Diferença (%)	
		minorados	majorados	minorados	majorados	
0,0001	10000	1715	1679	1764	-2,1	2,9
0,0005	2000	1506	1475	1548	-2,0	2,8
0,001	1000	1413	1385	1451	-2,0	2,7
0,002	500	1318	1292	1353	-1,9	2,6
0,005	200	1189	1167	1219	-1,8	2,5
0,01	100	1089	1070	1115	-1,7	2,4
0,02	50	987	971	1009	-1,6	2,2
0,05	20	847	835	863	-1,4	1,9
0,10	10	736	728	747	-1,1	1,6
0,20	5	618	614	624	-0,7	1,0

Os parâmetros da distribuição foram obtidos pelo método da máxima verossimilhança e são apresentados na Tabela 14.

**Tabela 14. Parâmetro da AFC para análise de sensibilidade em relação à EMP.**

EMP (m <sup>3</sup> /s)	Variação (%)	Parâmetros	
		Forma k	Posição u
4.840	-20	26,7485	375,0461
<b>6.050</b>	(original)	34,1810	374,2683
7.260	+20	41,6075	373,7723

A Figura 10 apresenta as vazões máximas observadas com posição de plotagem definida pela fórmula de Weibull e as curvas da distribuição ajustadas para o valor original da EMP e para as variações de 20%.

A Tabela 15 apresenta os valores máximos para diferentes probabilidades de excedência para os diferentes valores da EMP.

A análise da Tabela 15 e da Figura 10 permite verificar que as variações de 20% no valor da EMP refletem-se em variações de, no máximo, 2,3 % nos valores extremos. Isto se deve ao comportamento assintótico do ramo superior da distribuição.

Portanto, constata-se que as variações no valor da EMP devido, por exemplo, às imprecisões, não influenciam significativamente as vazões extremas.

## Conclusões

Pelo exposto neste item, fica evidenciado que a Análise de Freqüência Conjugada é consistente e reflete o comportamento físico das variáveis hidrológicas. Além disso, considera o comportamento estatístico das variáveis hidrológicas permitindo inferir uma distribuição com limite superior que, por sua vez, possibilita uma avaliação de risco. Verifica-se, também, que a imprecisão do VMP e as incertezas inerentes ao cálculo não resultam em diferenças significativas nos valores extremos inferidos.

## COMENTÁRIOS FINAIS

Com o objetivo de desenvolver uma análise comparativa final entre a metodologia estatística utilizada atualmente e a conjugada, proposta nesta tese, de forma a caracterizar a contribuição deste trabalho para os projetos de engenharia de obras hidráulicas, optou-se por aplicar estas duas técnicas ao mesmo conjunto de dados. Estes dados referem-se à série de vazões máximas anuais do A. M. Jequitaí e os exemplos de aplicação foram apresentados nos itens “Análise das Metodologias Atuais” e “Estudos de Casos”.

A análise comparativa pode ser feita confrontando-se as Tabelas 3, 4 e 6, referentes ao método estatístico, com as Tabelas 9, 11 e 13, correspondentes à Análise de Freqüência Conjugada. A comparação das diferenças dos valores das vazões máximas inferidas permite constatar que a Análise de Freqüência Conjugada é mais consistente e estável.

Outro aspecto importante na Análise de Freqüência Conjugada é que as imprecisões do procedimento de cálculo do método determinístico na definição da VMP não resultam em variações significativas dos valores extremos das variáveis hidrológicas, limitadas ao período de retorno de 10.000 anos. Não obstante, ressalta-se que os progressos que forem sendo conseguidos no cálculo da VMP, através das pesquisas que estão sendo desenvolvidas e da maior precisão nas observações das variáveis hidrometeorológicas, resultarão no consequente aprimoramento da Análise de Freqüência Conjugada.

Quanto ao aspecto conceitual, a Análise de Freqüência Conjugada tem a vantagem de transformar as extrapolações do método estatístico através de curvas de distribuições definidas com base em poucas observações, com limite infinito e forma convexa em interpolações com limite superior e forma assintótica, traduzindo, o que é intuitivo em relação à realidade física desses fenômenos.

Maiores detalhes, estudos de casos adicionais e um programa computacional para cálculo dos valores extremos podem ser encontrados em Garcia (1996).

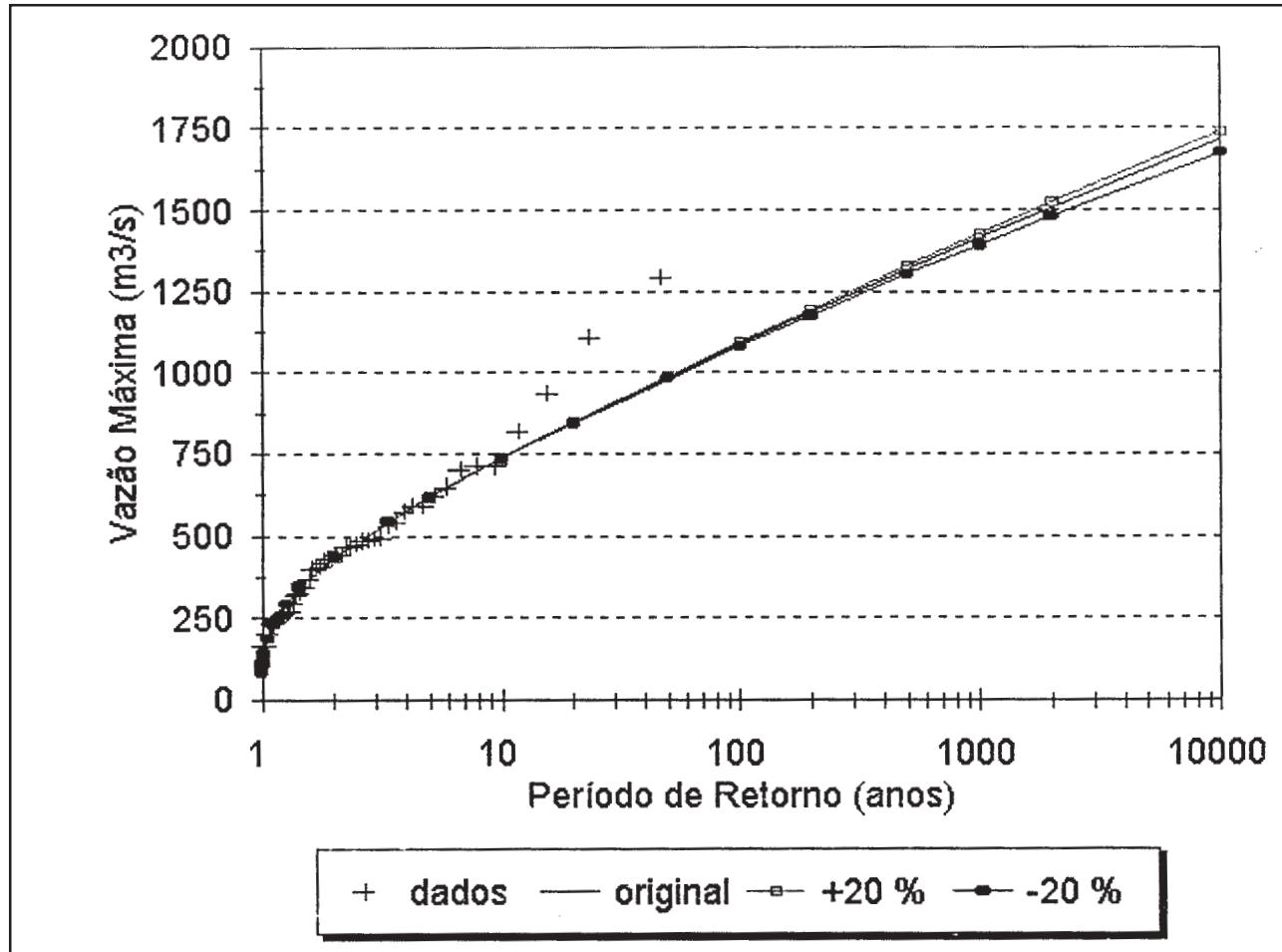


Figura 10. Análise de freqüência conjugada - análise de sensibilidade à EMP.

Tabela 15. Análise de sensibilidade das vazões extremas em relação ao valor da EMP.

Probabilidade de excedência	Período de retorno (anos)	Vazões máximas (m³/s)			Diferenças (%) em relação a EMP original	
		4840	6050	7260	4840	7260
0,0001	10000	1676	<b>1715</b>	1741	-2,3	1,5
0,0005	2000	1479	<b>1506</b>	1524	-1,8	1,2
0,001	1000	1391	<b>1413</b>	1427	-1,5	1,0
0,002	500	1301	<b>1318</b>	1329	-1,3	0,9
0,005	200	1177	<b>1189</b>	1197	-1,0	0,7
0,01	100	1081	<b>1089</b>	1095	-0,8	0,5
0,02	50	981	<b>987</b>	990	-0,6	0,4
0,05	20	844	<b>847</b>	848	-0,3	0,2
0,1	10	735	<b>736</b>	736	-0,1	0,1
0,2	5	619	<b>618</b>	618	0,1	-0,1

## CONCLUSÃO

A Análise de Freqüência Conjugada apresenta-se como uma nova metodologia para definição de valores extremos de variáveis hidrológicas, com as seguintes características:

- considera a série de dados hidrológicos observados;
- considera a existência de um limite superior das variáveis hidrológicas;
- define uma curva de distribuição probabilística e, através desta, permite a determinação dos valores máximos de projeto por interpolação;
- revela-se consistente, uma vez que a extensão da série de dados hidrológicos observados, a presença de "outliers" e a variação dos menores valores da série de máximos tem pouca influência nos valores máximos inferidos.

Conclui-se que a Análise de Freqüência Conjugada é mais consistente, precisa e segura que o método estatístico utilizado atualmente. Além disso, tem a vantagem em relação ao método determinístico de, considerando o limite superior inferido por este (VMP), determinar a curva de distribuição probabilística, permitindo análises de riscos, fundamentais para decisões em relação às obras hidráulicas, como é o caso das definições da vazão de projeto do vertedouro ou da verificação da segurança de barragens.

## REFERÊNCIA

- ARORA, K. e V. P. SINGH *A comparative evaluation of the estimators of the Log Pearson Type 3 distribution*, Journal of Hydrology, 105, 1989
- ASHKAR, F. e B. BOBÉE *A discussion of statistical distribution and fitting techniques used in flood frequency analysis.*, Ninth Canadian Hydrotechnical Conf., St-Johns, Newfoundland, 1989
- ASHKAR, F. e B. BOBÉE *The Gamma Family and Derived Distributions Applied in Hydrology.*, Water Resources Publications, Colorado, 1991

- CLARKE, R. T., *Statistical Modelling in Hydrology.*, John Wiley & Sons, England, 1994
- CUNNANE, C. *Review of statistical models for flood frequency estimation.*, Hydrologic Frequency Modeling; Proceedings of the Int. Symp. on Flood Frequency and Risk Analysis, Baton.Rouge, La. U.S.A. (V. P. Singh ed.), D. Reidel Publishing Company, 1986
- ENGECORPS e ENGEVIX, A. M. *JEQUITAI I e II – Consolidação da Hidrologia*, Projeto Jequitai, Projeto Executivo dos Barramentos e Obras de Geração, para CODEVASF, 1995
- GARCIA, L.A.V. de *Método Conjugado – Combinação dos Métodos Estatísticos e Determinístico para a Determinação de Valores Máximos de Variáveis Hidrológicas*, Tese de Doutorado apresentada na Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 1996
- GRUBBS, F e G. BECK *Extension of sample sizes and percentage points for significance tests of outlying observations.*, Technometrics, 14(4), 1972
- HYDROLOGY SUBCOMMITTEE OF THE INTERAGENCY ADVISORY COMMITTEE ON WATER DATA Feasibility of assigning a probability to the Probable Maximum Flood, Office of Water Data Coordination, USGS, Reston, 1986
- KLEMES, V. *Dilettantism in Hydrology: Transition or Destiny?*, Water Resources Research, 22, 9, 1986
- KLEMES, V. *Estimating the probability of hydrometeorological extremes (Insights from an unorthodox approach).*, report for B.C. Hydro, Vancouver, B.C., Canada, 1996a
- KLEMES, V. *Fairy-Tales About Tails and Very Extreme Precipitation.*, Video-Tape of the Seminar, Visiting Scientists Program, Monash University, Australia, 1996b
- MORAN, P. M. P., *The Statistical Treatment of Flood Flow.*, Transactions AGU, 38, 1957
- NATIONAL RESEARCH COUNCIL *Estimating probabilities of extreme floods.* National Academy Press, Washington, D.C., 1988
- OCCHIPINTI, A. G. *Hidrometeorologia*, Em: Engenharia Hidrológica, Associação Brasileira de Recursos Hídricos (ABRH), Editora da UFRJ, Rio de Janeiro, 1989
- US WATER RESOURCES COUNCIL HYDROLOGY COMMITTE, *Guidelines for determining flood flow frequency*, Bulletin 17 B, Washington D.C., EUA, 1981
- WORLD METEOROLOGICAL ORGANIZATION (WMO), *Estimation of Probable Maximum Precipitation.*, WMO – N. 332, Secretariat of the WMO, Geneva, 1973

## **Constrained Frequency Analysis**

### **ABSTRACT**

*In this thesis a new methodology for the calculation of extreme hydrologic variables (rainfall and flow) for the design of hydraulic structures is presented. This approach is derived from the combination of the current procedures: the probabilistic and the deterministic approaches.*

*Initially, critical analysis of the current approaches are carried out, with numerical examples that demonstrate their inconsistencies, pointing out the need of concepts revision and improvement of the procedures for calculation of extreme hydrologic design variables.*

*The constrained frequency analysis is characterized through the combination of the virtues of the current approaches and the coherence with the physical phenomenon. Therefore, considers the hydrologic variables series, its statistical behavior and its physical limits, allowing the risk analysis of engineering hydraulic projects.*

*From a series of hydrologic variables and the value of the Probable Maximum Precipitation (PMP) or the Probable Maximum Flood (PMF), the probabilistic distribution parameters are estimated using different methods. The proposed distribution has an upper bound represented by the PMP/PMF value, whose exceedance probability is considered null.*

*Aiming to highlight the main contributions of this new approach to engineering, some study cases series are presented.*

*The conclusion is that the constrained frequency analysis approach represents an improvement in comparison with the current methods, once is consistent with the physical phenomenon and allows the assignment of probabilities to the hydrologic variables, resulting in design values that are more safe and realistic.*