

**TEORIA DOS CONJUNTOS DIFUSOS
E SUA APLICAÇÃO A PROJETOS DE
RECURSOS HÍDRICOS**

Vicente P.P.B. Vieira

VICENTE P.P.B. VIEIRA

Dep. de Engenharia Hidráulica e Ambiental
CT/UFC - Campus do Pici - bl. 713
Caixa Postal 6018 - Ag. Pici - CEP 60451-970
Fortaleza - CE

RESUMO

A Teoria dos Conjuntos Difusos deu nova perspectiva ao tratamento das incertezas inerentes aos projetos. Este trabalho discorre sobre alguns conceitos básicos da teoria, faz uma rápida digressão sobre sua aplicação à engenharia e aos recursos hídricos e apresenta, ao final, três estudos de caso, mostrando a validade do uso dessa abordagem em projetos hídricos específicos.

INTRODUÇÃO

A Teoria dos Conjuntos Difusos (nebulosos ou imprecisos), iniciada por Lofti Zadeh, em 1965, deu nova perspectiva ao tratamento matemático das incertezas da vida e do pensamento humano.

A imprecisão do linguajar cotidiano, na qualificação de eventos, coisas ou comportamentos, encontrou, na conceituação dos *fuzzy sets*, abrigo adequado e conveniente. Que temperaturas caracterizam um dia *muito quente*? Que valores de precipitação pluvial caracterizam um *toró*? Quantos anos de vida têm as pessoas de *meia idade*?

Os conjuntos difusos permitem dar resposta a essas perguntas. A ampliação do conceito tradicional de conjunto, com a introdução da idéia de nível ou grau de pertinência, associada aos elementos do conjunto, possibilitou a solução do problema.

Nos conjuntos tradicionais - *crisp sets* - a função de pertinência assume apenas 2 níveis, 0 ou 1, ou seja, determinado elemento pertence (1) ou não pertence (0) ao conjunto. Nos conjuntos difusos, a função de pertinência pode assumir valores no intervalo de 0 a 1.

Assim, o conjunto de dias *muito quentes* compreenderia dias com temperaturas de, por exemplo: 40°C, com nível de pertinência 1,0; 38°C com nível de pertinência 0,8; 30°C, com nível de pertinência 0,7; 25°C, com nível de pertinência 0,1.

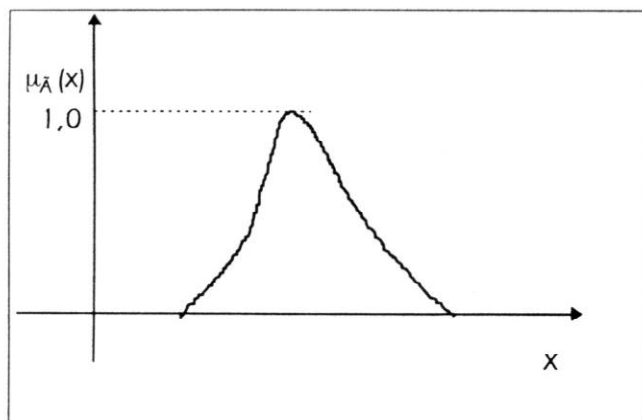
CONCEITOS BÁSICOS

Conjunto Difuso

Se X é uma coleção de elementos genericamente designados por x , então um conjunto difuso \tilde{A} em X é um conjunto de pares ordenados

$$\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) | x \in X\}$$

onde $\mu_{\tilde{A}}(x)$ é chamada de função de pertinência de x em \tilde{A} e que mapeia X no espaço de pertinência M . Em geral M é um subconjunto dos números reais não negativos cujo valor máximo é finito (Zimmermann, 1991). Quando esse valor máximo é 1 ou transformado em 1, o conjunto é dito normal ou normalizado (Fig.1). No caso do espaço M se reduzir a dois pontos, 0 e 1, \tilde{A} passa a ser um conjunto clássico e $\mu_{\tilde{A}}(x)$ sua **função característica**.



CONJUNTO DIFUSO NORMAL

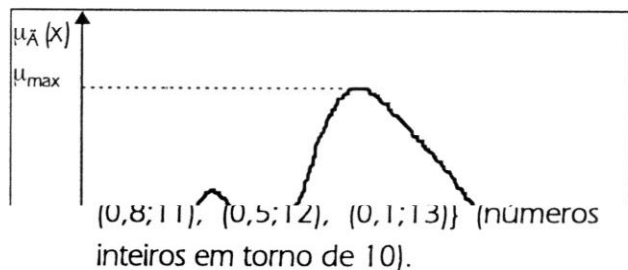
Figura 1

Conjunto Difuso Convexo

Um conjunto difuso \tilde{A} é **convexo** se:

$$\mu_{\tilde{A}}(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \geq \min(\mu_{\tilde{A}}(x_1), \mu_{\tilde{A}}(x_2)), x_1, x_2 \in X, \lambda \in [0, 1].$$

O conjunto representado na Fig.1 é **convexo** enquanto o da Fig.2 é **não convexo**.



CONJUNTO DIFUSO NÃO CONVEXO

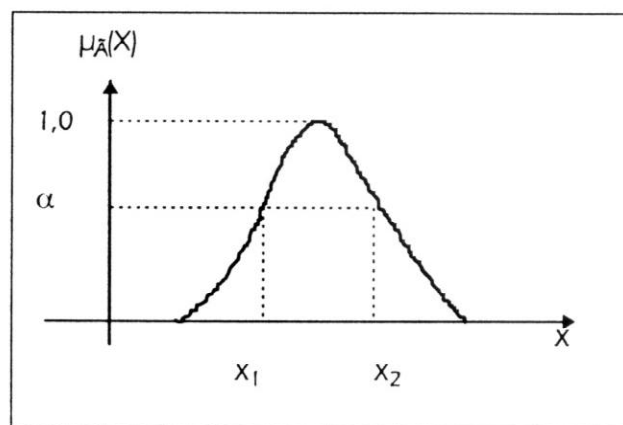
Figura 2

Número Difuso (ND)

Um número difuso em X é um conjunto difuso em X , ao mesmo tempo **convexo** e **normal** (Fig.1).

O número difuso pode ser interpretado como uma generalização do *intervalo de*

confiança. A cada nível de pertinência α corresponde um intervalo de confiança $A_\alpha = [x_1, x_2]$ (Fig.3).



INTERVALO DE CONFIANÇA A_α

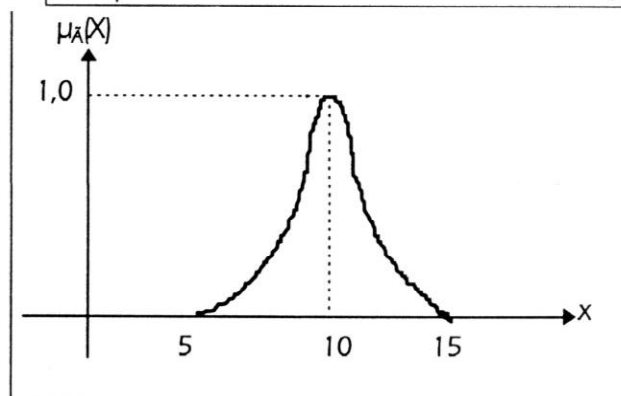
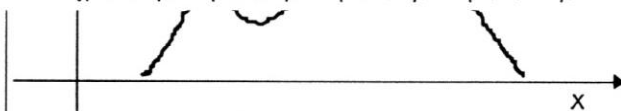
Figura 3

É importante observar que número difuso é um dado **subjetivo** e não equivale a uma variável aleatória. É uma **estimativa** e não uma **medida** (Kaufman e Gupta, 1991).

Exemplos de números difusos podem ser:

\tilde{A} = conjunto de números reais em torno de 10 (Fig.4)

$\tilde{N} = \{(0,1;7), (0,5;8), (0,8;9), (1,0;10),$

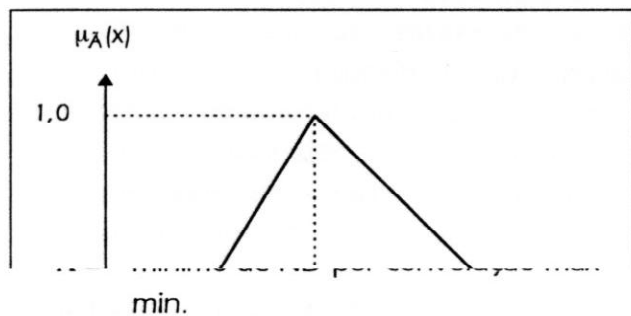


NÚMEROS REAIS EM TORNO DE 10

Figura 4

Número Difuso Triangular (NDT)

Quando a função $\mu_{\tilde{A}}(x)$ assume forma triangular, o número difuso correspondente é chamado de Número Difuso Triangular - NDT, ao qual se podem associar situações que se caracterizam através de três valores: um valor máximo, um valor mínimo e um valor mais provável (Fig.5).



A **subtração** de \tilde{A} e \tilde{B} é uma extensão da adição:

$$A_{\alpha} (-) B_{\alpha} = [a_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)}] (-) [b_1^{(\alpha)}, b_2^{(\alpha)}]$$

$$A_{\alpha} (-) B_{\alpha} = [a_1^{(\alpha)} - b_2^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)} - b_1^{(\alpha)}]$$

ou:

$$\mu_{\tilde{A}(-)\tilde{B}}(z) = \bigvee_{z=x-y} (\mu_{\tilde{A}}(x) \wedge \mu_{\tilde{B}}(y)).$$

A **multiplicação** de \tilde{A} por \tilde{B} , sendo $\tilde{A}, \tilde{B} \in R^+$ pode ser expressa por:

$$A_{\alpha} (.) B_{\alpha} = [a_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)}] (.) [b_1^{(\alpha)}, b_2^{(\alpha)}]$$

Intervalos de Confiança, realizadas para cada nível de pertinência α , $\alpha \in [0, 1]$.

Sejam dois números difusos \tilde{A} e \tilde{B} , e sejam A_{α} e B_{α} seus intervalos de confiança para o nível α :

$$A_{\alpha} = [a_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)}]$$

$$B_{\alpha} = [b_1^{(\alpha)}, b_2^{(\alpha)}].$$

A **soma** de \tilde{A} e \tilde{B} pode ser obtida através da soma desses intervalos:

$$A_{\alpha} (+) B_{\alpha} = [a_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)}] (+) [b_1^{(\alpha)}, b_2^{(\alpha)}]$$

$$A_{\alpha} (+) B_{\alpha} = [a_1^{(\alpha)} + b_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)} + b_2^{(\alpha)}].$$

Outra forma de definir A_{α} e B_{α} é a seguinte:

$$A_{\alpha} = \{x | \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\}$$

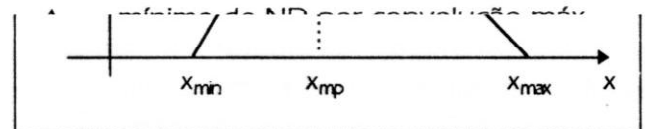
$$B_{\alpha} = \{x | \mu_{\tilde{B}}(x) \geq \alpha\}.$$

E a soma $\tilde{A} (+) \tilde{B}$ poderá ser expressa por:

$$\mu_{\tilde{A}(+)\tilde{B}}(z) = \bigvee_{z=x+y} (\mu_{\tilde{A}}(x) \wedge \mu_{\tilde{B}}(y))$$

onde:

\bigvee = máximo de ND por convolução máx-min



NÚMERO DIFUSO TRIANGULAR

Figura 5

Observe-se que um NDT não representa uma distribuição triangular de probabilidades.

Operações Aritméticas

As operações aritméticas com números difusos podem ser consideradas operações com

ou $\forall x, y, z \in R^+$:

$$\mu_{\tilde{A}(.)\tilde{B}}(z) = \bigvee_{z=x \cdot y} (\mu_{\tilde{A}}(x) \wedge \mu_{\tilde{B}}(y)).$$

E, finalmente, a **divisão** de \tilde{A} por \tilde{B} , sendo $\tilde{A}, \tilde{B} \in R^+$, é dada por:

$$A_{\alpha} (:) B_{\alpha} = [a_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)}] (:) [b_1^{(\alpha)}, b_2^{(\alpha)}]$$

$$A_{\alpha} (:) B_{\alpha} = [a_1^{(\alpha)} / b_2^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)} / b_1^{(\alpha)}], b_1^{(\alpha)} > 0$$

ou, $\forall x, y, z \in R^+$:

$$\mu_{\tilde{A}(:) \tilde{B}}(z) = \bigvee_{z=x/y} (\mu_{\tilde{A}}(x) \wedge \mu_{\tilde{B}}(y)).$$

sendo k o coeficiente de segurança existente, presumivelmente maior que a unidade.

No caso de ρ e λ serem variáveis aleatórias, a relação ρ/λ será também uma variável aleatória, bem como a diferença $\rho-\lambda$, geralmente denominada *margem de segurança*. O **risco** será então a probabilidade $P(\rho < \lambda)$.

A terceira abordagem é considerar ρ e λ como **números difusos**, incorporando assim as incertezas de suas estimativas através da TCD, e conduzindo ao cálculo de $\rho-\lambda$, ou mesmo ρ/λ , em termos de números difusos: $\tilde{\rho} - \tilde{\lambda}$ ou $\tilde{\rho} : \tilde{\lambda}$ (Ganoulis, 1991).

É também possível uma abordagem mista, utilizando, ao mesmo tempo, variáveis aleatórias e números difusos, como por exemplo considerar λ uma variável aleatória e $\tilde{\rho}$ um número difuso. Nesse caso $P(\tilde{\rho} < \lambda)$ é uma função de distribuição de probabilidades cumulativa, expressa em números difusos, ou seja, uma distribuição difusa (fuzzy probability).

Em Recursos Hídricos

Como uma consequência natural, a TCD também é aplicável a ambos os aspectos - científico e de tomada de decisão - na área de recursos hídricos e engenharia ambiental (ASCE, 1992).

Variáveis hidrológicas, parâmetros, *inputs* ou *outputs*, analisados em projetos ou obras hídricas, podem ser considerados números ou variáveis difusas, aí incluídos vazões, níveis de água, volumes acumulados, ofertas e demandas de água, tensões em estruturas hidráulicas ou barragens, ou até mesmo custos e benefícios econômicos.

Supõe-se, portanto, que a resistência de uma obra seja dada por:

Se ρ e λ forem calculados de forma determinística, então:

$$\rho = k \cdot \lambda$$

APLICAÇÕES

Em Engenharia

As principais aplicações da Teoria dos Conjuntos Difusos (TCD), além das generalizações que vem proporcionando à matemática tradicional no campo da Topologia, Lógica, Álgebra, etc., estão relacionadas ao desenvolvimento de algoritmos e modelos voltados para atividades de controle, sistemas especialistas, tomadas de decisão (Zimmermann, 1991).

Na engenharia, embora o uso da Teoria dos Conjuntos Difusos seja menos extensiva do que em outras áreas, um largo espectro de aplicações tem ocorrido, variando desde a engenharia civil e arquitetura até controles automáticos e robótica (Klir e Folger, 1988).

Uma das mais promissoras aplicações da TCD em engenharia é na análise de risco, pois adiciona-lhe uma nova abordagem, em alguns casos mais realista do que os convencionais modelos determinísticos e estocásticos.

A análise de uma obra ou projeto de Engenharia, de caráter eminentemente físico, envolve a comparação entre duas variáveis características: a *carga* ou *solicitação* λ e a *resistência* ou *capacidade* física ρ .

O que se deseja é que ρ seja sempre superior a λ , isto é, $\rho > \lambda$ ou $\rho - \lambda > 0$. Toda vez que isto não acontece, ou seja $\lambda > \rho$, estamos em presença de uma **falha** de funcionamento, de capacidade de suporte

De particular interesse é o caso de eventos hidrológicos extremos - secas ou cheias - onde as pequenas amostras estatísticas dificultam a estimação de quantis raros das distribuições de probabilidades correspondentes.

Dois interessantes exemplos de aplicação de números difusos em recursos hídricos foram apresentados por Duckstein e Bogardi (1991): um relacionado à análise econômica de uma obra de proteção contra cheias e outro correspondente ao cálculo da carga poluidora total em um determinado rio, proveniente de várias sub-bacias. No primeiro exemplo, foram considerados números difusos a probabilidade de excedência de vazões de cheia, os custos de construção e os prejuízos das inundações. No segundo exemplo, as concentrações de poluentes e a carga poluidora total foram representadas por números difusos.

ESTUDO DE CASOS

Façamos algumas aplicações em situações ou problemas já resolvidos com outras abordagens, a fim de facilitar a análise comparativa.

Caso I

Em uma certa área inundável, foi feito um estudo para determinar as relações entre frequência e danos de cheias, e entre frequência de cheias e respectivos custos de medidas de proteção. Os custos foram calculados em bases anuais, incluindo operação e manutenção:

Frequência	60	50	40	30	20	15	10	6	2	0,5
%										
Danos	0	20	30	40	90	145	215	310	435	500
\$1000										
Custos	0	10	15	18	20	21	23	28	40	80
\$1000										

Suponha que as medidas estruturais evitam todos os danos de cheias inferiores as de projeto e não têm efeito sobre os danos de cheias superiores.

Um projeto de proteção contra a cheia de frequência 6% está sendo considerado. Qual será a relação benefício/custo deste projeto? (James e Lee, 1971).

Os benefícios do projeto correspondem aos danos evitados pelas medidas estruturais. Ou seja, as cheias de frequência superior a 6% não mais provocarão danos. Teremos então:

$$B = \sum \Delta F_i D_i$$

onde ΔF_i e D_i correspondem aos intervalos de frequência (ou probabilidades) e respectivos danos (valores médios nos intervalos):

ΔF_i	0,10	0,10	0,10	0,10	0,05	0,05	0,04
D_i	10	25	35	65	117,5	180,0	262,5

$$B = 38,875$$

$$C = 28$$

$$B/C = 1,388$$

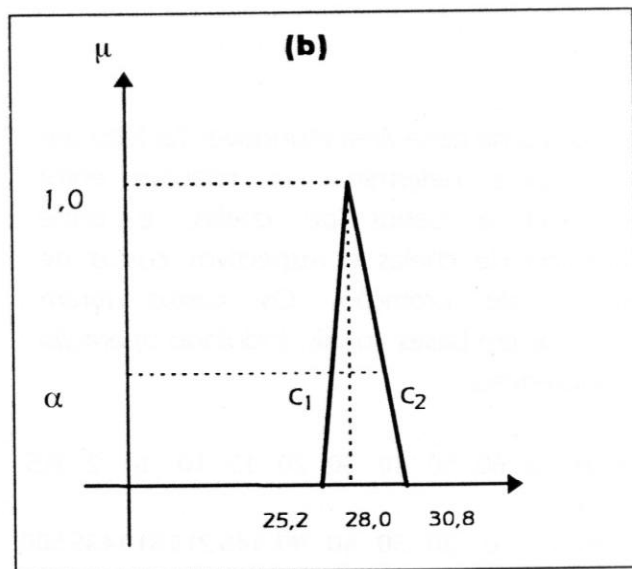
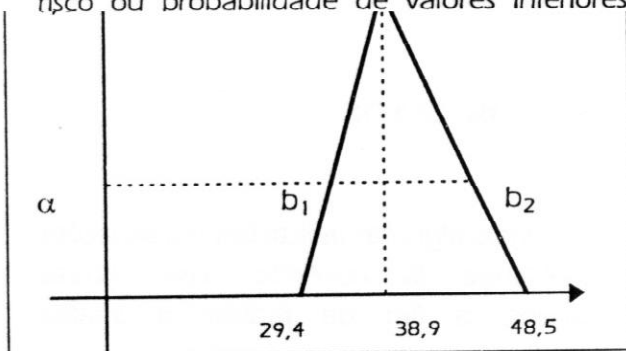
A abordagem convencional, acima procedida, conduziu ao valor da relação benefício/custo de aproximadamente 1,39.

Por outro lado, a abordagem probabilística, com a geração dos benefícios anuais pelo Método Monte Carlo de simulação, levou à determinação de uma curva de distribuição de probabilidades da relação benefício-custo B/C (Vieira e Vieira, 1991), representada pela Tabela 1. No caso, foram geradas 10000 séries de 50 anos de benefícios anuais, correspondentes aos danos evitados pelo dique em cada ano, e a partir daí o valor presente dos benefícios de cada série e a respectiva relação benefício-custo.

DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADES Tabela 1
ACUM. DE B/C

Valores de B/C (b/c)	P (B/C < b/c) (%)
0,20	0,00
0,40	0,07
0,60	1,21
0,80	6,46
1,00	18,41
1,20	35,64
1,40	54,97
1,60	71,98
1,80	84,15
2,00	91,90

Destaca-se o ponto b/c = 1, que define o risco ou probabilidade de valores inferiores à



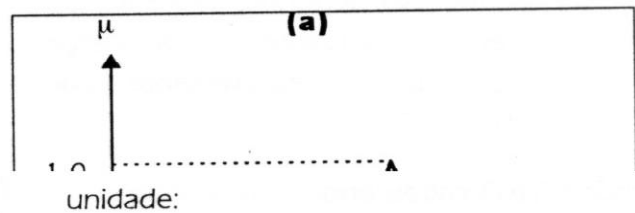
a) BENEFÍCIO \tilde{B} ; b) CUSTO \tilde{C} **Figura 6**

Se, em função das incertezas no cálculo de C, considerarmos variações de, por exemplo, $\pm 10\%$, \tilde{C} poderia ser também um NDT:

$$\tilde{C} = (25,2; 28,0; 30,8).$$

E, conseqüentemente, $\tilde{B} (:) \tilde{C}$ seria ainda um ND (Fig.6 e 7):

$$\tilde{B} (:) \tilde{C} = (29,4; 38,9; 48,5) (:) (25,2; 28,0; 30,8)$$



$$R = P (B/C < 1) = 18,41 \%$$

Consideremos, agora, a utilização do conceito de conjuntos difusos na caracterização dos danos D_i em particular como números difusos triangulares, do tipo $\tilde{D} (d_1, d_2, d_3)$. Então, o benefício \tilde{B} passará a ser também um NDT (Tab. 2):

$$\tilde{B} = \sum_i (\Delta F_i) (:) (\tilde{D}_i)$$

$$\tilde{B} = (29,4; 38,9; 48,5).$$

A relação $\tilde{B} (:) C$ será, também, um NDT:

$$\tilde{B} (:) C = (1,05; 1,39; 1,73).$$

CÁLCULO DOS BENEFÍCIOS, COMO NDT Tabela 2

ΔF_i	\tilde{D}_i	$(\Delta F_i) (:) (\tilde{D}_i)$
0,10	(0, 10, 20)	(0, 1, 2)
0,10	(20, 25, 30)	(2; 2,5; 3)
0,10	(30, 35, 40)	(3; 3,5; 4)
0,10	(40, 65, 90)	(4; 6,5; 9)
0,05	(90;117,5;145)	(4,5; 5,9; 7,3)
0,05	(145;180;215)	(7,3;9,0;10,8)
0,04	(215;262,5;310)	(8,6;10,5; 12,4)

Equações:

$$\begin{aligned}
 \mu_{\bar{B}}(x) &= 0 & x \leq 29,4 \\
 &= (x-29,4)/9,5 & 29,4 \leq x \leq 38,9 \\
 &= (48,5-x)/9,6 & 38,9 \leq x \leq 48,5 \\
 &= 0 & x \geq 48,5 \\
 \mu_{\bar{C}}(x) &= 0 & x \leq 25,2 \\
 &= (x-25,2)/2,8 & 25,2 \leq x \leq 28,0 \\
 &= (30,8-x)/2,8 & 28,0 \leq x \leq 30,8 \\
 &= 0 & x \geq 30,8
 \end{aligned}$$

Intervalos B_α e C_α :

$$\alpha = (b_1 - 29,4)/9,5 \rightarrow b_1 = 9,5\alpha + 29,4$$

$$\alpha = (48,5 - b_2)/9,6 \rightarrow b_2 = 48,5 - 9,6\alpha$$

$$B_\alpha = [9,5\alpha + 29,4; 48,5 - 9,6\alpha]$$

$$\alpha = (c_1 - 25,2)/2,8 \rightarrow c_1 = 2,8\alpha + 25,2$$

$$\alpha = (30,8 - c_2)/2,8 \rightarrow c_2 = 30,8 - 2,8\alpha$$

$$C_\alpha = [2,8\alpha + 25,2; 30,8 - 2,8\alpha]$$

Relação benefício/custo (Fig.7):

$$B_\alpha(:)C_\alpha = (b_1/c_2; b_2/c_1)$$

$$B_\alpha(:)C_\alpha = [(9,5\alpha + 29,4)/(30,8 - 2,8\alpha); (48,5 - 9,6\alpha)/(2,8\alpha + 25,2)]$$

$$B_1(:)C_1 = (1,389; 1,389)$$

$$B_0(:)C_0 = (0,954; 1,924)$$

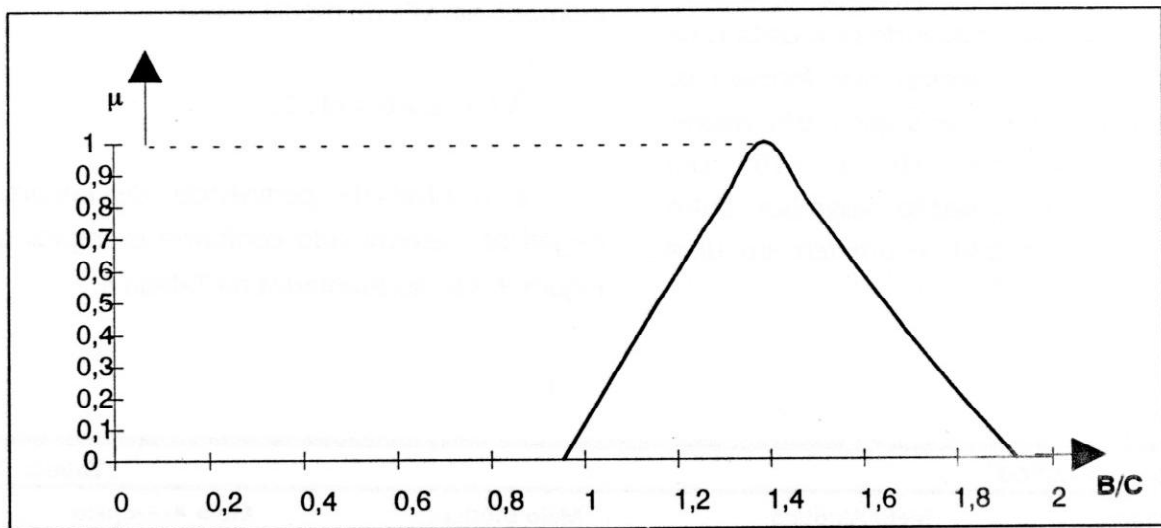
$$B_{0,2}(:)C_{0,2} = (1,035; 1,808)$$

$$B_{0,4}(:)C_{0,4} = (1,084; 1,696)$$

$$B_{0,6}(:)C_{0,6} = (1,205; 1,590)$$

$$B_{0,8}(:)C_{0,8} = (1,295; 1,487)$$

$$\begin{aligned}
 \mu_{\bar{B}}(:) \bar{C}(x) &= 0 & x \leq 0,954 \\
 &= (30,8x - 29,4)/(9,5 + 2,8x) & 0,954 \leq x \leq 1,389 \\
 &= (48,5 - 25,2x)/(2,8x + 9,6) & 1,389 \leq x \leq 1,924 \\
 &= 0 & x \geq 1,924
 \end{aligned}$$



RELAÇÃO BENEFÍCIO/CUSTO

Figura 7

Observe-se que $x = 1,0$ para $\alpha = 1,4/12,3 = 0,113$, isto é, a possibilidade de que a relação benefício/custo seja inferior a 1,0 corresponde a um nível de pertinência máximo de 0,113.

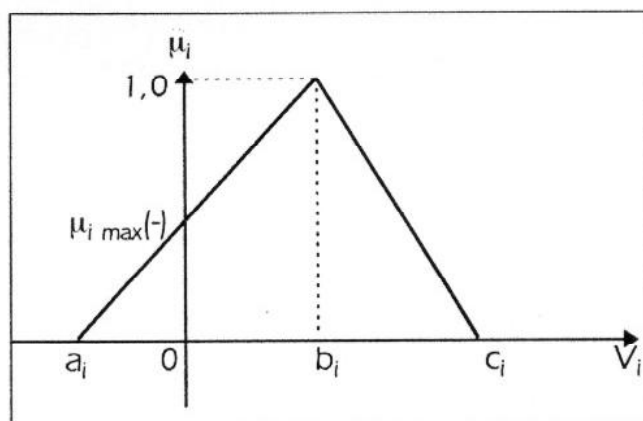
Conclui-se, neste caso, que a abordagem convencional, que apresenta apenas um valor único, determinístico, 1,388 para a relação benefício-custo, é efetivamente suplantada pelas abordagens probabilística e difusa. A primeira substitui o valor determinístico por uma distribuição de probabilidades, de onde se pode estimar, por exemplo, o risco de 18,41% de resultado econômico insatisfatório. A segunda caracteriza a relação benefício-custo como um número difuso, variando de 0,954 a 1,924, e detecta a possibilidade de fracasso econômico, $B/C < 1$, com nível de pertinência de até 0,113.

Caso II

A avaliação quantitativa dos impactos ambientais de um reservatório, a ser implantado no Nordeste, foi feita atribuindo-se a cada uma das componentes ambientais que formam os meios abiótico, biótico e antrópico, três valores estimativos na escala -10 a +10: um representando uma avaliação pessimista, outro a situação mais provável, e um terceiro uma avaliação otimista.

A matriz resultante dessa avaliação (Mota e Vieira, 1995) está apresentada na Tabela 3.

Considerando o valor estimado do impacto em cada componente como um número difuso triangular, teremos:



IMPACTO V_i E NÍVEL MAX. DE PERT. DE VAL. NEG. $\mu_{i \max}(-)$

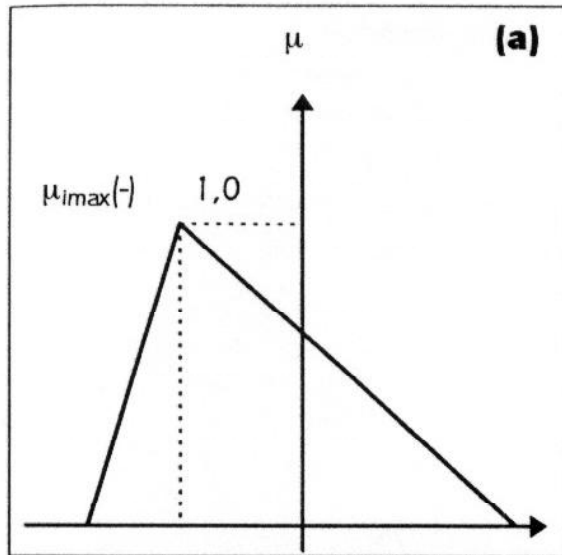
Figura 8

O impacto médio em cada componente, estimado através da média difusa:

$$\bar{V}_i = (a_i + b_i + c_i) / 3,$$

e o nível de pertinência de impactos negativos, determinado conforme exemplos da Figura 9, são apresentados na Tabela 4.

MATRIZ DE IMPACTOS							Tabela 3		
Valor Estimado	Meio Abiótico			Meio Biótico			Meio Antrópico		
(V_i)	Terr	Aquat	Atm	Flora	Fauna	A.Soc.	U.solo	U.Água	Des.
Pessimista (a_i)	-10	-10	-7	-10	-10	-10	-10	+7	+2
Mais prov. (b_i)	-6	-2	-4	+1	+1	+6	-4	+10	+8
Otimista (c_i)	+10	+10	+7	+10	+10	+10	+10	+10	+10



a) MEIO TERRESTRE; b) ASPECTOS SOCIAIS

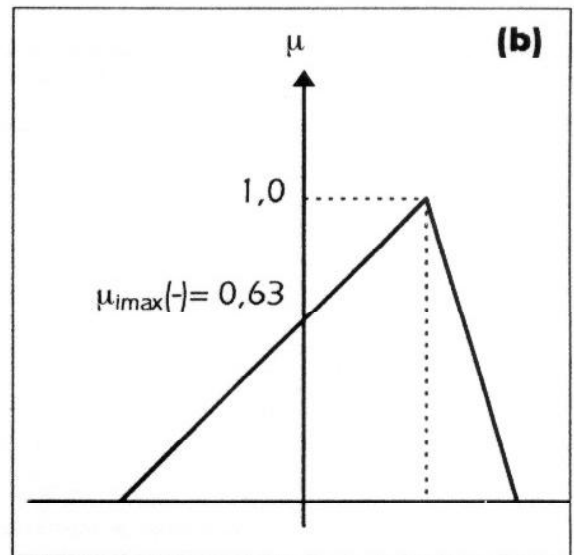


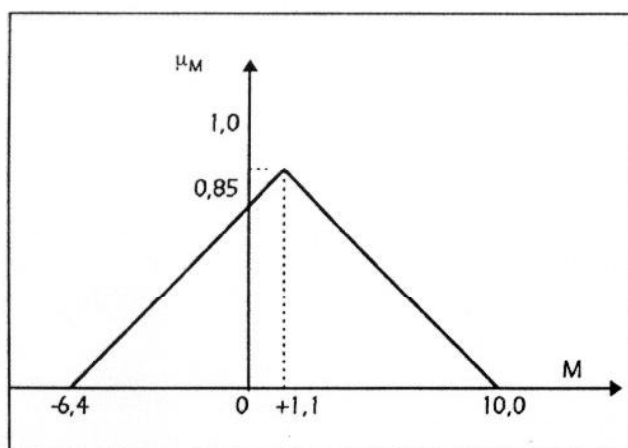
Figura 9

IMPACTOS MÉDIOS E NÍVEIS DE PERTINÊNCIA DE IMP. NEGATIVOS

Tabela 4

Componente	Meio Abiótico			Meio Biótico			Meio Antrópico		
	Terr	Aquat	Atm	Flora	Fauna	A.Soc.	U.solo	U.Água	Des.
\bar{V}_i	-2,0	0,7	1,3	+0,3	0,3	+2,0	-1,3	+9,0	+6,7
$\mu_{imax}(-)$	1,0	1,0	1,0	0,91	0,91	0,63	1,0	0,0	0,0

Podemos ainda calcular a média geral difusa de todos os impactos (Fig. 10):



IMPACTO GERAL MÉDIO M

Figura 10

$$\begin{aligned}\tilde{M} &= (\sum \tilde{V}_i) (:) (N) \\ \tilde{M} &= (\sum a_i, \sum b_i, \sum c_i) (:) (N) \\ \tilde{M} &= (-6,4; 1,1; 9,7) \\ \bar{M} &= 1,47\end{aligned}$$

O nível máximo de pertinência de impacto negativo geral será, então:

$$\mu_{Mmax}(-) = 0,85.$$

A título de comparação, eis o resultado da abordagem probabilística, para este mesmo exemplo, utilizando-se distribuições de probabilidades triangulares, a partir das quais foram calculados os respectivos valores esperados e os riscos ou probabilidades de ocorrência de impactos negativos (Mota e Vieira, 1995):

VALOR ESPERADO E RISCO **Tabela 5**
(PROB. DE IMP. NEG.)

Compon. Amb.	V. Esperado	Risco (%)
M. abiót. terr.	-2,0	69
M.abiót.aquát.	-0,7	58
M.abiót. atm.	-1,3	68
Flora	+0,3	45
Fauna	+0,3	45
Aspectos Soc.	+2,0	31
Usos do Solo	-1,3	64
Usos da Água	+9,0	0
Desenvolv.	+6,7	0

Note-se que as componentes que apresentam elevado risco correspondem àquelas de elevados níveis de pertinência de impactos negativos, na análise difusa.

Caso III

O Projeto McGee Creek, Oklahoma, USA, analisado como estudo de caso, em tese de doutoramento (Vieira, 1978), apresentou uma avaliação quantitativa dos impactos ambientais, a partir de estimativas de especialistas e compreendendo valores pessimistas, mais prováveis e otimistas (Tab. 6), numa escala de 0 a 10.

Associando àquelas estimativas números difusos triangulares, podemos calcular o impacto, em cada componente, através da diferença entre as situações futuras **com o projeto** (\tilde{B}) e **sem o projeto** (\tilde{A}).

Para a Componente 1 (Fig. 11), temos:

$$\tilde{B}_1 (-) \tilde{A}_1 = \{(5,3-7,0), (6,7-5,7), (8,3-3,7)\}$$

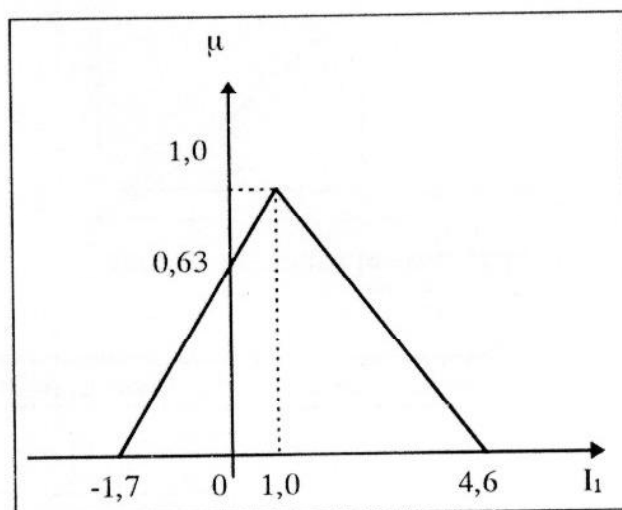
$$\tilde{B}_1 (-) \tilde{A}_1 = (-1,7 ; 1,0 ; 4,6)$$

Consequentemente:

$$\bar{I}_1 = +1,3 \text{ (impacto médio difuso)}$$

$$\mu_1 (-) = 0,63 \text{ (nível de pert. de impacto negat.)}$$

Fazemos, então, o mesmo cálculo para todas as componentes (Tab. 7).



$$\text{IMPACTO } \bar{I}_1 = \tilde{B}_1 (-) \tilde{A}_1$$

Figura 11

Note-se que, dentre as dezoito componentes (Tabela 7), seis apresentam impacto médio difuso negativo, e nove detêm elevados níveis de pertinência para impactos negativos (>0.5).

VALORES MÉDIOS / CONDIÇÕES FUTURAS**Tabela 6**

Nº.de ordem	Componente Ambiental	Sem o projeto			Com o projeto		
		Pess.	Mais prov	Otim	Pess.	Mais prov	Otim
1	Esp.livres e áreas verdes	3,7	5,7	7,0	5,3	6,7	8,3
2	Rios e sistemas fluviais	3,7	5,0	6,7	2,8	4,0	5,3
3	Lagos e reservatórios	3,8	5,0	5,8	6,5	7,5	9,0
4	Margens praias	3,5	4,2	5,0	5,0	6,0	7,7
5	Áreas nat. e selvagens	2,8	4,0	6,2	5,7	6,5	7,5
6	Estuários e áreas úmidas	2,8	3,7	5,0	4,2	5,2	6,2
7	Outras áreas de beleza nat.	3,3	4,7	5,5	5,3	6,2	7,0
8	Recursos arqueológicos	3,2	4,7	5,8	2,7	3,8	5,3
9	Recursos históricos	3,7	4,5	5,5	3,2	4,0	4,8
10	Flora	3,2	4,5	6,0	4,7	5,7	6,8
11	Fauna	3,3	4,8	6,2	5,0	6,2	7,2
12	Recursos geológicos	4,0	4,5	5,0	3,0	3,5	4,0
13	Sistemas ecológicos	3,5	4,7	5,8	5,3	6,2	7,0
14	Qualidade da água	4,5	5,5	6,5	5,5	6,2	7,2
15	Qualidade do ar	6,0	7,0	8,2	5,7	6,7	7,5
16	Qualidade do solo	3,2	4,8	6,0	5,2	5,8	7,0
17	Qualidade do som	6,0	7,1	7,8	5,3	6,2	7,3
18	Qualidade visual	4,2	5,3	6,7	6,3	7,2	8,0

IMPACTOS NAS COMPONENTES**Tabela 7**

Comp.i		\tilde{I}_i		\bar{I}_i	$\mu_i (-)$
1	-1.71	1.0	4.6	1.3	0.63
2	-3.9	-1.0	1.6	-1.1	1.00
3	0.7	1.5	5.2	2.5	0.00
4	0.0	1.8	4.2	2.0	0.00
5	-0.5	2.5	4.7	2.2	0.14
6	-0.8	1.5	3.4	1.4	0.35
7	-0.2	1.5	3.7	1.7	0.12
8	-3.1	-0.9	2.1	-0.6	1.00
9	-2.3	-0.5	1.1	-0.6	1.00
10	-1.3	1.2	3.6	1.2	0.52
11	-1.2	1.4	3.9	1.4	0.46
12	-2.0	-1.0	0.0	-1.0	1.00
13	-0.5	1.5	3.5	1.5	0.25
14	-1.0	0.7	2.7	0.8	0.59
15	-2.5	-0.3	1.5	-0.4	1.00
16	-0.8	1.0	3.8	1.3	0.44
17	-2.5	-0.9	1.3	-0.7	1.00
18	-0.4	1.9	3.8	1.8	0.17

CONCLUSÕES

A lógica dos conjuntos difusos se aplica plenamente a várias situações e problemas, na área de recursos hídricos. Os casos apresentados comprovam essa versatilidade e adequabilidade de uso: caracterização de danos de inundação, benefícios econômicos, relação benefício/custo e possibilidades dessa relação ser inferior à unidade; quantificação de impactos ambientais e indicação de níveis de pertinência de impactos negativos (deterioração ambiental) para as diversas componentes ambientais.

Trata-se, portanto, de uma abordagem promissora, tendo em vista as diferentes formas de incertezas que envolvem os projetos de recursos hídricos. O assunto requer, evidentemente, aprofundamento de estudos, de forma a se captar melhor o alcance e as especificidades da abordagem difusa na análise e solução dos problemas hídricos.

REFERÊNCIAS

- ASCE (1992) *Risk-Based Decision Making in Water Resources V*. Ed. by Haimes, Moser and Stakhiv, New York.
- DUCKSTEIN L. e BOGARDI I. (1991) Reliability with Fuzzy Elements in Water Quantity and Quality Problems, *Water Resources Engineering Risk Assessment*. Ed. by J. Ganoulis, Springer-Verlag, Berlin.
- GANOULIS J. Editor (1991) *Water Resources Engineering Risk Assessment*, NATO ASI Series G: Ecological Sciences, vol. 29, Springer-Verlag, Berlin.
- JAMES L.D. e LEE R.R. (1971) *Economics of Water Resources Planning*, McGraw-Hill, New York
- KAUFMANN A. e GUPTA M.M. (1991) *Introduction to Fuzzy Arithmetic - Theory and Applications*, Van Nostrand Reinhold, New York.
- KLIR G.J. e FOLGER T.A. (1988) *Fuzzy Sets, Uncertainty and Information*, Prentice Hall, New Jersey.
- MOTA F.S.B. e VIEIRA V.P.P.B. (1995) Avaliação Qualitativa e Quantitativa dos Impactos Ambientais de Reservatórios de Água no Nordeste Brasileiro, *XI Simp. Brasileiro de Recursos Hídricos*. ABRH, Recife
- VIEIRA V.P.P.B. e VIEIRA L.A.A. (1991) Avaliação Econômica Probabilística de Obras de Proteção contra Inundações, *RBE/ Caderno de Recursos Hídricos*, vol. 9, n. 2, Rio de Janeiro.
- VIEIRA V.P.P.B. (1978) *Risk Assessment in the Evaluation of Water Resources Projects*. Dissertação de Doutorado, C.S.U./ U.S.A., Fort Collins.
- ZIMMERMANN H-J. (1991) *Fuzzy Set Theory and Its Applications - Second, Revised Edition*, Kluwer Academic Publishers, London.

ABSTRACT***The Theory of Fuzzy Sets and Its application to water resources projects***

The theory of Fuzzy Sets has given a new perspective to the treatment of project uncertainties. This paper points out some basic concepts of the theory, makes a quick digression about its application to engineering and water resources, and presents, at the end, three case studies showing the validity of this approach to specific water projects.