

## Aplicação da Transformada de Hilbert-Huang para Caracterização da Dinâmica Costeira - Parte 2: Grandezas Vetoriais

Theo Garcia Rolim de Moura, Conceição Juana Fortes

Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisboa, Portugal

theo.grm@gmail.com; jfortes@lnec.pt

Claudio Freitas Neves

Programa de Engenharia Oceânica/COPPE/UFRJ

neves@peno.coppe.ufrj.br

Recebido: 17/01/11 - revisado: 08/03/11 - aceito: 26/04/12

---

### RESUMO

*Este trabalho tem o objetivo de apresentar uma comparação entre três técnicas de análise de dados vetoriais que utilizam como base a Transformada de Hilbert-Huang (HHT) e as técnicas tradicionais para caracterização da direcionalidade do estado de mar baseadas na análise espectral de Fourier, quando aplicadas ao estudo de ondas geradas por vento. Apresentam-se exemplos de séries sintéticas da velocidade orbital horizontal, destacando processos não lineares e não estacionários, bem como a representação de cada processo através de análises espectrais. Como ilustração da potencialidade dos métodos HHT, efetuam-se análises de séries temporais de velocidades medidas na segunda campanha de campo desenvolvida no âmbito do projeto BRISA ("BReaking waves and Induced SAnd transport"), na Costa da Caparica, Portugal.*

**Palavras Chave:** análise de dados vetoriais; espectro direcional de Fourier; transformada de Hilbert-Huang; interação não linear onda-onda.

---

### INTRODUÇÃO

A percepção da influência do ângulo de ataque das ondas sobre a dinâmica da zona de arrebatção remonta aos primeiros estudos de engenharia costeira. Empiricamente avaliava-se o transporte longitudinal ou a velocidade da corrente litorânea como uma função do ângulo de arrebatção. Coube a Longuet-Higgins a introdução do conceito de tensão de radiação, que permitiu explicitar teoricamente a expressão matemática da influência do ângulo de incidência das ondas na formação da corrente longitudinal.

As técnicas para medir com precisão o ângulo de incidência ou de propagação das ondas, no entanto, demoraram a ser aprimorados. Observações visuais ou com auxílio de instrumentos óticos, a partir de um ponto mais elevado em relação à praia, sofriam de várias limitações: a precisão do equipamento (e do olho humano), a impossibilidade de operação noturna, a reduzida faixa de variação do ângulo das ondas ao chegar em águas rasas, entre outras. Vários equipamentos foram então desenvolvidos com a capacidade de caracterizar o espectro

direcional de energia das ondas: bóia folha de trevo (*cloverleaf buoy*) (New Scientist, 1965, p.267; Mitsuyasu et al., 1975), arranjos (*arrays*) de 4 ou mais sensores de elevação (Panicker e Borgman, 1970), DPG – *Differential Pressure Gauge* (Bodge, 1982), bóias munidas de acelerômetros, tipo Waverider, correntômetros eletromagnéticos associados a sensores de pressão, e, mais recentemente, os instrumentos acústicos, tipo PUV ou ADCP, que medem a pressão e duas componentes de velocidade horizontal (onda e corrente). Todos esses equipamentos são "pontuais", fornecem uma série temporal de parâmetros característicos do estado de mar e, através de correlações espectrais, calcula-se a distribuição direcional da energia a partir de hipóteses sobre a expressão matemática de tal distribuição. A utilização de radares costeiros é sem dúvida a ferramenta mais nova e, ao mesmo tempo, a única capaz de caracterizar espacialmente o estado de mar e até mesmo quantificar uma corrente subjacente. Esta nova geração de equipamentos, ao contrário, baseia-se na correlação espacial das medições de elevação da superfície livre e certamente exigirão uma nova forma de apropriação das informações a fim de fornecer parâmetros de uso para engenharia.

Este trabalho enfatizará os equipamentos tipo PUV e abordará criticamente a capacidade dessa classe de equipamento em caracterizar corretamente a direção de propagação de um estado de mar quando da presença de ondas fortemente não lineares, multidirecionais e não estacionárias.

É conhecimento corrente que a ocorrência de ondas provenientes de diversas direções e com períodos diferentes pode ocasionar situações não estacionárias (não ergódicas) que resultam de interações não lineares entre as diversas componentes fundamentais presentes (e.g. Mitsuyasu, 2002). Se em segunda ordem na esbeltez da onda aparecem grupos de onda forçados, em terceira ordem admitem-se tríades ressonantes, que produzem uma quarta frequência que não estava presente originalmente no estado de mar. Supondo que este trem de ondas, complexo, se propagasse ao longo da plataforma continental, numa região de profundidades variáveis, cada componente fundamental (primeira ordem) sofreria refração diferenciada, forçando a formação espacialmente variável de grupos de onda. Como o efeito sobre a elevação é pequeno (segunda ordem), e possivelmente também sobre a pressão e a aceleração vertical, estes grupos teriam manifestação restrita, quando muito poderiam ser identificados incorretamente como componentes livres de primeira ordem com reduzida amplitude. No entanto, pode-se demonstrar teoricamente que a contribuição sobre o campo de velocidades orbitais não seria tão desprezível.

O espectro direcional de Fourier pressupõe a superposição linear de um número infinito de contribuições infinitesimais. Enquanto os harmônicos de uma frequência fundamental podem ser identificados, o mesmo não acontece com as interações entre componentes fundamentais num contexto direcional. Mais ainda, ao se construir o espectro cruzado entre os sinais de velocidade horizontal e de pressão, a fim de se caracterizar uma (única) direção de propagação, é evidente que tal procedimento somente pode ser válido para o caso de uma onda, de crista longa, que se propague numa única direção. O campo de velocidades orbitais horizontais, resultante da superposição de ondas, com períodos e direções diferentes, é um estado de mar caótico. Face à impossibilidade de identificação correta do sinal através da análise espectral, outros métodos devem ser investigados.

Na Parte 1, Neves et al. (2011) discutiram três métodos de análise de séries temporais constituídas por grandezas escalares. Nesta segunda parte, procura-se estender as idéias fundamentais da

Transformada de Hilbert-Huang (HHT) de modo a aplicá-las a séries temporais de dados vetoriais.

Na seção 2 discutem-se os fundamentos teóricos da interação não linear de ondas que se propagam em diversas direções, com ênfase para a composição de velocidades orbitais resultantes. Na seção 3, investigam-se três técnicas de decomposição empírica e aplicação da Transformada de Hilbert, comparando-se os resultados com a metodologia espectral adotada para tratamento de dados por instrumento tipo PUV. Tais equipamentos fornecem em geral direção principal e período de pico. Na seção 4 discute-se a fragilidade do conceito de direção principal para estados de mar multi-direcionais, não estacionários e não lineares. Finalmente, na seção 5, as técnicas adaptativas tipo HHT serão aplicadas a dados medidos durante uma campanha de campo efetuada na Costa da Caparica, Portugal, no âmbito do projeto BRISA - “*BR*aking waves and *Induced S*And transport”, cujo objetivo é a análise da re-bentação de ondas e sua influência no transporte de sedimentos. Finaliza-se o artigo com a seção das conclusões e os comentários motivadores para a terceira e última parte desta série de artigos.

## FUNDAMENTOS TEÓRICOS

As equações do movimento (1 a 4) em função do potencial de velocidade,  $\phi$ , são escritas como:

$$\nabla^2 \phi = 0, \text{ em } -h < z < \eta, \quad (1)$$

$$\phi_z = 0, \text{ em } z = -h, \quad (2)$$

$$\phi_t + g\eta + \frac{1}{2}(\nabla\phi \cdot \nabla\phi) = C, \text{ em } z = \eta(x, y, t), \quad (3)$$

$$\eta_t + \eta_x \phi_x + \eta_y \phi_y = \phi_z, \text{ em } z = \eta(x, y, t), \quad (4)$$

onde  $\eta$  é a superfície livre, os índices  $( )_x$ ,  $( )_y$ ,  $( )_z$  e  $( )_t$  representam, respectivamente, as derivadas parciais no espaço  $x$ ,  $y$ ,  $z$  e no tempo  $t$ ,  $h$  representa a profundidade,  $C$  é a constante de Bernoulli e  $g$  é a gravidade.

Variáveis adimensionais são introduzidas através das transformações

$$\begin{aligned} (x', y', z') &= k(x, y, z), \quad t' = \sqrt{gk} \, t, \\ \eta' &= \frac{\eta}{a}, \quad \phi' = \frac{k}{a\sqrt{gk}} \phi \end{aligned} \quad (5)$$

onde  $a=H/2$  é a amplitude da onda (metade da altura,  $H$ ) e  $k=2\pi/L$  é o número de onda, sendo  $L$  o comprimento da onda. Reescrevendo as equações governantes e condições de contorno nessas variáveis e expandindo as condições de contorno na superfície livre em torno de  $z=0$ , Stokes (1947) propôs uma expansão em série de potências de um parâmetro de perturbação, a esbelteza da onda  $\varepsilon=ka=O(H/L)$ , para obter soluções aproximadas do potencial de velocidades ( $\phi$ ), da superfície livre ( $\eta$ ) e da constante de Bernoulli ( $C$ ). Assim, escreve-se, respectivamente,

$$\phi = \varepsilon \phi^{(1)} + \varepsilon^2 \phi^{(2)} + \varepsilon^3 \phi^{(3)} + \dots \quad (6)$$

$$\eta = \varepsilon \eta^{(1)} + \varepsilon^2 \eta^{(2)} + \varepsilon^3 \eta^{(3)} + \dots \quad (7)$$

$$C = \varepsilon C^{(1)} + \varepsilon^2 C^{(2)} + \varepsilon^3 C^{(3)} + \dots \quad (8)$$

Obtém-se então uma hierarquia de equações diferenciais, ordenadas pela esbelteza da onda, cujas três primeiras ordens são mostradas a seguir:

Primeira ordem:

$$\nabla^2 \phi^{(1)} = 0, \text{ em } -h < z < \eta, \quad (9)$$

$$\phi_z^{(1)} = 0, \text{ em } z = -h, \quad (10)$$

$$\phi_{tt}^{(1)} + \phi_z^{(1)} = 0, \text{ em } z = 0, \quad (11)$$

Segunda ordem:

$$\nabla^2 \phi^{(2)} = 0, \text{ em } -h < z < \eta, \quad (12)$$

$$\phi_z^{(2)} = 0, \text{ em } z = -h, \quad (13)$$

$$\phi_{tt}^{(2)} + \phi_z^{(2)} = c_2' - \left( \phi_{ttz}^{(1)} + \phi_{zz}^{(1)} \right) \eta^{(1)} - 2\phi_{x_m}^{(1)} \phi_{x_m t}^{(1)}, \quad (14)$$

em  $z = 0$ ,

Terceira ordem:

$$\nabla^2 \phi^{(3)} = 0, \text{ em } -h < z < \eta, \quad (15)$$

$$\phi_z^{(3)} = 0, \text{ em } z = -h, \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \phi_{tt}^{(3)} + \phi_z^{(3)} = & c_3' - \left( \phi_{ttz}^{(1)} + \phi_{zz}^{(1)} \right) \eta^{(2)} - \left( \phi_{ttz}^{(2)} + \phi_{zz}^{(2)} \right) \eta^{(1)} \\ & - 2\phi_{x_m}^{(1)} \phi_{x_m t}^{(2)} - 2\phi_{x_m}^{(2)} \phi_{x_m t}^{(1)} - \\ & - \frac{1}{2} \left( \eta^{(1)} \right)^2 \left( \phi_{ttzz}^{(1)} + \phi_{zzz}^{(1)} \right) - \\ & - 2\eta^{(1)} \frac{\partial}{\partial z} \left( \phi_{x_m}^{(1)} \phi_{x_m t}^{(1)} \right) - \\ & - \phi_{x_m}^{(1)} \phi_{x_n}^{(1)} \phi_{x_m x_n}^{(1)}, \end{aligned} \quad (17)$$

Nas equações (14) e (17), os termos em notação indicial envolvendo  $x_m$  e  $x_n$  indicam derivadas espaciais em relação às três coordenadas  $x$ ,  $y$  e  $z$ .

### Superposição de ondas multi-direcionais: superfície livre

Numa situação real de agitação marítima, existe a presença de inúmeras ondas com diferentes amplitudes, períodos e direções. A combinação dessas ondas gera padrões extremamente complexos e muitas vezes de difícil interpretação. Para exemplificar o aumento da complexidade apresenta-se aqui a solução de  $\eta$  para a soma de  $I$  ondas de primeira e de segunda ordem, com características distintas, propagando-se em diferentes direções (equação 23 comparada com equação 25). As equações (18) a (23) representam a soma ou subtração das fases  $\chi$  de duas ondas  $i$  e  $j$ :

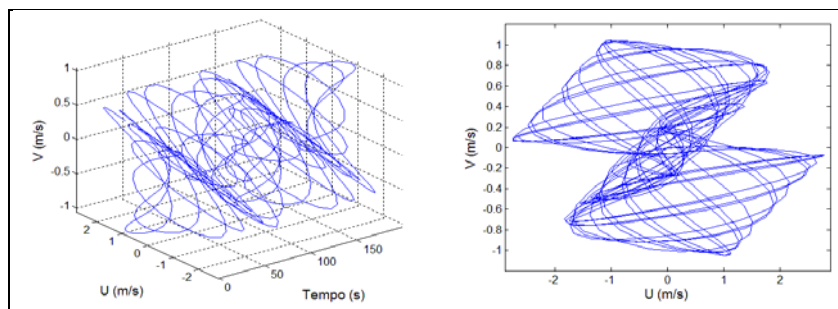
$$\chi_i = k_i x \cos \theta_i - k_i y \sin \theta_i - \sigma_i t + \delta_i \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \chi_{ij}^{\pm} = & \chi_i \pm \chi_j = \\ = & (k_i x \cos \theta_i \pm k_j x \cos \theta_j) + (k_i y \sin \theta_i \pm k_j y \sin \theta_j) - \\ & - \sigma_{ij}^{\pm} t + \delta_{ij}^{\pm} \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} k_{ij}^{\pm} = & \left| \mathbf{k}_i \pm \mathbf{k}_j \right| = \\ = & \sqrt{(k_i x \cos \theta_i \pm k_j x \cos \theta_j)^2 + (k_i y \sin \theta_i \pm k_j y \sin \theta_j)^2} \end{aligned} \quad (20)$$

$$\sigma_{ij}^{\pm} = \sigma_i \pm \sigma_j, \quad \delta_{ij}^{\pm} = \delta_i \pm \delta_j. \quad (21)$$

onde  $\mathbf{k}_*$  designa o vetor número de onda,  $k_*$  o módulo deste vetor,  $\sigma_*$  é a frequência angular,  $\theta_*$  é a direção de propagação e  $\delta_*$  é um valor de fase constante. Nas equações anteriores os índices  $i$  e  $j$  indicam as ondas primárias, os termos que apresentam



**Figura 1 - Velocidades horizontais resultantes da superposição de 3 ondas primárias (amplitude, período e direção indicados na Tabela 1).**

$( )^+$  são resultado da interação em segunda ordem entre as ondas primárias.

Em primeira ordem, as soluções para o potencial de velocidades e para a elevação da superfície livre são dadas pelas expressões, respectivamente,

$$\phi^{(1)}(x, y, t) = -\sum_{i=1}^I a_i \frac{g}{\sigma_i} \frac{\cosh[k_i(z+h)]}{\cosh k_i h} \sin \chi_i \quad (22)$$

$$\eta^{(1)}(x, y, t) = -\sum_{i=1}^I a_i \cos \chi_i \quad (23)$$

Mesmo quando se considera apenas a superposição linear de dois ou três trens de ondas em segunda ordem, o campo de velocidades resultante já é suficientemente complexo, como se pode observar na Figura 1 que representa a hodógrafa do campo de velocidades horizontais resultante da superposição das ondas indicadas na Tabela 1. Surgem órbitas e ciclos, ora as velocidades giram num sentido, ora em outro, ou seja, forma-se um padrão aparentemente caótico. Na hipótese de ocorrer uma quantidade maior de ondas fundamentais, como é o caso da ocorrência simultânea de vagas (*sea*) e ondulações (*swell*), o padrão torna-se evidentemente caótico, já em primeira ordem.

**Tabela 1 - Propriedades das ondas primárias em 14m de profundidade (Caso 1).**

onda	amplitude (m)	período (s)	direção (°)	comprimento (m)
A1	1,0	5	0	38
A2	1,0	8	30	80
A3	1,0	15	320	168

**Tabela 2 - Propriedades da interação aditiva e subtrativa (Caso 1).**

onda	amplitude (m)	período (s)	direção (°)	comprimento (m)
A1+A2	0,094	3,1	50	24
A2+A3	0,228	5,2	57	48
A3+A1	0,131	3,8	46	29
A1-A2	-0,051	13	30	71
A2-A3	-0,173	17	69	136
A3-A1	-0,106	7,5	43	49

Em segunda ordem, a solução para o potencial de velocidades (equação 24) inclui uma parcela de auto-interação, semelhante àquela obtida pela teoria de Stokes, uma segunda parcela denominada de *interação aditiva*, que se propaga na direção da soma dos vetores número de onda somados dois a dois, e uma terceira parcela denominada de *interação subtrativa*, que se propaga na direção dos vetores número de onda subtraídos dois a dois. É interessante observar que as parcelas de interação subtrativa e aditiva possuem uma escala de decaimento na direção vertical proporcional ao módulo do vetor soma (ou subtração), dois a dois, dos vetores número de onda das ondas primárias. Isto está exemplificado na Figura 2, que representa três vetores número de onda. Dependendo das diferenças de direção e dos módulos desses vetores, percebe-se que o decaimento vertical (equação 24) do potencial de velocidades pode ser muito pequeno. Isto significa que, mesmo próximo ao fundo, a velocidade de segunda ordem pode assumir um valor significativo o suficiente para afetar as tensões no fundo (transporte de sedimentos) ou induzir vibrações de estruturas em períodos mais longos devido às interações subtrativas.

$$\begin{aligned} \phi^{(2)}(x, y, t) = & - \sum_{i=1}^I \frac{3}{8} a_i^2 \sigma_i \frac{\cosh[2k_i(z+h)]}{\sinh^4(k_i h)} \sin 2\chi_i \\ & + \sum_{i=1}^I \sum_{j>i}^I A_{ij}^+ \cosh[k_{ij}^+(z+h)] \sin \chi_{ij}^+ + \sum_{i=1}^I \sum_{j>i}^I A_{ij}^- \cosh[k_{ij}^-(z+h)] \sin \chi_{ij}^- \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \eta^{(2)}(x, y, t) = & \sum_{i=1}^I \frac{a_i^2}{4g} (\sigma_i^2 + \frac{k_i^2 g^2}{\sigma_i^2}) + \sum_{i=1}^I \frac{a_i^2}{4g} \left\{ 3\sigma_i^2 \left[ \frac{\cosh(2k_i h)}{\sinh(k_i h)} + 1 \right] \right\} \cos 2\chi_i - \\ & - \sum_{i=1}^I \sum_{j>i}^I \left\{ \frac{\sigma_{ij}^+ A_{ij}^+}{g} \cosh k_{ij}^+ h + \frac{a_i a_j}{2g} \left[ \frac{\sigma_i \sigma_j \cos \Delta\theta}{\tanh k_i h \tanh k_j h} - \sigma_i \sigma_j - (\sigma_i^2 + \sigma_j^2) \right] \right\} \cos \chi_{ij}^+ \\ & - \sum_{i=1}^I \sum_{j>i}^I \left\{ \frac{\sigma_{ij}^- A_{ij}^-}{g} \cosh k_{ij}^- h + \frac{a_i a_j}{2g} \left[ \frac{\sigma_i \sigma_j \cos \Delta\theta}{\tanh k_i h \tanh k_j h} + \sigma_i \sigma_j - (\sigma_i^2 + \sigma_j^2) \right] \right\} \cos \chi_{ij}^- \end{aligned} \quad (25)$$

$$A_{ij}^+ = a_i a_j \frac{\frac{gk_i \sigma_i}{\sinh(2k_i h)} + \frac{gk_j \sigma_j}{\sinh(2k_j h)} + \sigma_i \sigma_j \sigma_{ij}^+ \left[ \frac{\cos \Delta\theta}{\tanh(k_i h) \tanh(k_j h)} - 1 \right]}{gk_{ij}^+ \sinh(k_{ij}^+ h) - (\sigma_{ij}^+)^2 \cosh(k_{ij}^+ h)} \quad (26)$$

$$A_{ij}^- = a_i a_j \frac{\frac{gk_i \sigma_i}{\sinh(2k_i h)} - \frac{gk_j \sigma_j}{\sinh(2k_j h)} + \sigma_i \sigma_j \sigma_{ij}^- \left[ \frac{\cos \Delta\theta}{\tanh(k_i h) \tanh(k_j h)} + 1 \right]}{gk_{ij}^- \sinh(k_{ij}^- h) - (\sigma_{ij}^-)^2 \cosh(k_{ij}^- h)} \quad (27)$$

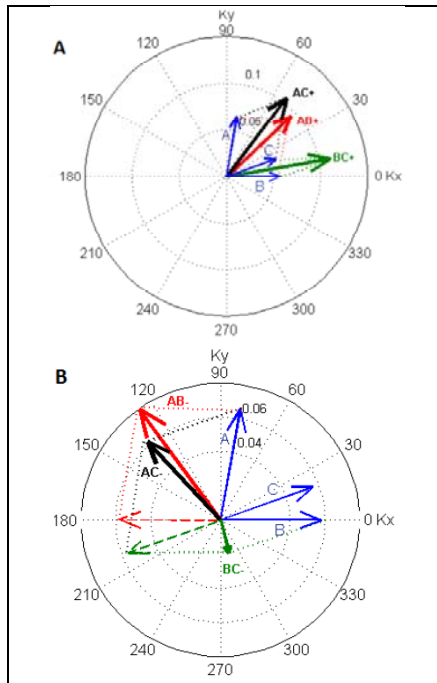


Figura 2 - Representação dos vetores número de onda associados às interações aditivas (A) e subtrativas (B).

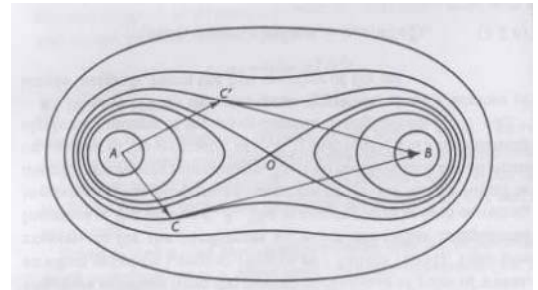
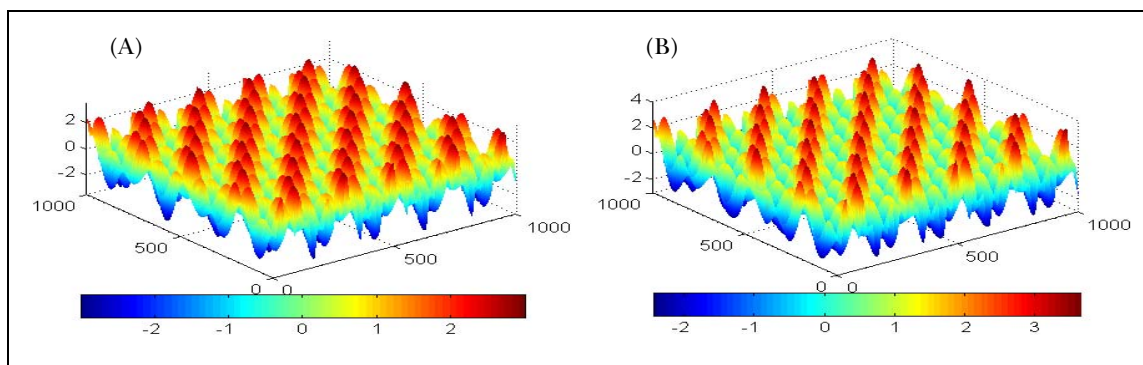
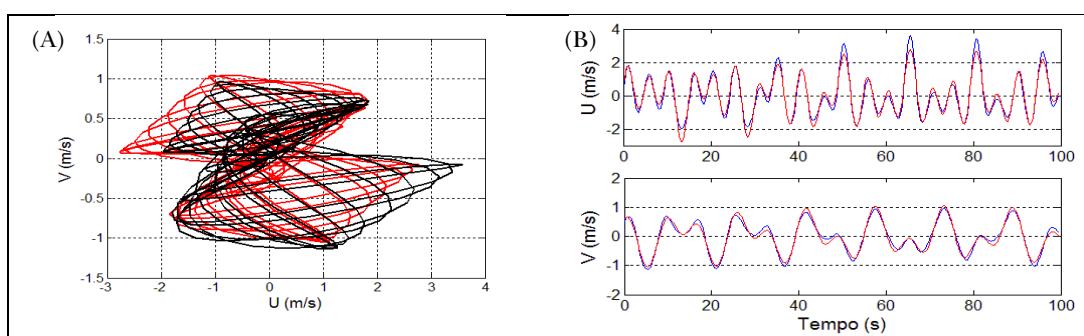


Figura 3 - Condições de ressonância (Phillips, 1960).

A formação de grupos de onda no caso da interação multi-direcional difere bastante do que ocorre no caso de ondas unidirecionais. As envoltórias deslocam-se no espaço, nas direções coincidentes com o vetor adição e com o vetor subtração dos vetores número de onda das componentes fundamentais. Como cada componente fundamental refrata-se de maneira diferenciada, a observação em pontos isolados, em profundidades distintas, pode resultar em características espectrais bem diferentes, dificultando correlacionar os respectivos estados de mar.



**Figura 4 - Representação espacial da superfície livre para a interação entre as 3 ondas primárias indicadas na Tabela 1. (A) adição linear; (B) segunda ordem.**



**Figura 5 - Séries temporais sintéticas: (A) hodógrafa para superposição linear e não linear; (B) representação temporal para superposição não linear.**

Na equação (25) é possível identificar o surgimento de componentes resultantes da interação entre as ondas primárias. Cabe aqui ressaltar que as componentes da interação em segunda ordem são ondas forçadas, ou seja, não respeitam a respectiva relação de dispersão. As frequências das componentes da interação em segunda ordem são iguais à soma ou à diferença das frequências das ondas primárias (equação 20), já os respectivos comprimentos e direções de propagação são função do módulo da soma ou diferença das duas ondas primárias, ou seja, o comprimento da onda está associado ao ângulo de incidência das ondas (equação 19). Portanto, uma alteração apenas na direção das duas ondas de primeira ordem altera completamente as componentes de interação aditiva e subtrativa (Figura 4).

Em terceira ordem, os termos cúbicos (indicados na equação 17) podem dar origem a condições ressonantes entre três componentes fundamentais. Tal possibilidade foi proposta originalmente por Phillips (1960) buscando explicar a formação de trens de ondas com períodos mais longos a partir de

um estado “caótico” de ondas com períodos mais curtos. Este tipo de fenômeno somente pode ser explicado ao se considerar a interação de três ondas, com períodos e direções de propagação que satisfaçam as relações entre si,

$$\sigma_1 \pm \sigma_2 \pm \sigma_3 \pm \sigma_4 = 0, \quad \mathbf{k}_1 \pm \mathbf{k}_2 \pm \mathbf{k}_3 \pm \mathbf{k}_4 = 0. \quad (28)$$

As condições indicadas pela equação (28) são satisfeitas, em águas profundas, quando os vetores número de onda, representados graficamente na Figura 3 como AC, AC', CB e C'B, posicionam-se nas curvas indicadas, que representam o lugar geométrico dos vetores número de onda associados a triáde de ondas ressonantes.

### Superposição de ondas multi-direcionais: velocidade horizontal

Ao investigar o campo de velocidades resultante da superposição das ondas, verifica-se a importância das parcelas não lineares associadas às parce-

las subtrativa (baixa frequência) e aditiva (alta frequência). A Figura 5 ilustra estes efeitos.

Percebe-se como a análise independente das componentes horizontais U e V não fornece o mesmo padrão complexo que é observado através da representação hodógrafa. A Figura 6 mostra como a análise espectral separada de cada componente da velocidade orbital é incapaz de descrever a complexidade mostrada na Figura 5A.

Da análise dos espectros de Fourier (Figura 6) é impossível inferir a não estacionariedade do processo ou a direção principal de propagação; tampouco pode-se determinar a magnitude e direção de uma velocidade para projeto.

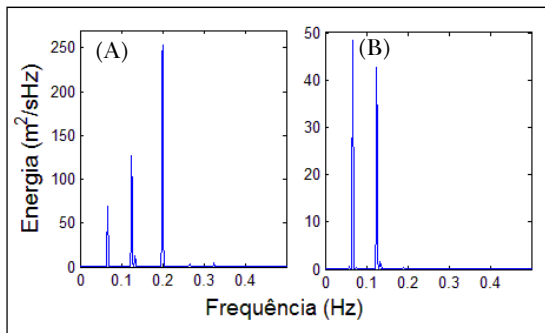


Figura 6 - Espectro das componentes horizontais de velocidade: (A) Velocidade U; (B) Velocidade V.

## MÉTODOS USUAIS DE ANÁLISE DE DADOS

### Análise espectral de Fourier

A análise espectral de Fourier aplicada a dados de equipamentos tipo PUV foi desenvolvida com o propósito de estabelecer o espectro direcional associado ao estado de mar, a fim de identificar a direção de propagação além de outras propriedades de período e altura. O cálculo da direção principal baseia-se na determinação dos espectros cruzados entre cada componente da velocidade horizontal e a pressão, de acordo com os estudos teóricos de Longuet-Higgins (e.g. Trageser e Elwany, 1990).

$$a_1 = \frac{S_{pU}}{[S_{pp}(S_{UU} + S_{VV})]^{\frac{1}{2}}}, \quad b_1 = \frac{S_{pV}}{[S_{pp}(S_{UU} + S_{VV})]^{\frac{1}{2}}}$$

$$a_2 = \frac{S_{UU} - S_{VV}}{S_{UU} + S_{VV}}, \quad b_2 = \frac{S_{UV}}{S_{UU} - S_{VV}} \quad (29)$$

onde  $S_{xy}$  representa o espectro cruzado (ou auto-espectro) entre as variáveis X e Y, que podem representar a pressão (p), a componente U da velocidade horizontal ou a componente V. O espectro direcional  $S_{\eta\eta}(\sigma, \theta)$  é definido como

$$S_{\eta\eta}(\sigma, \theta) = S(\sigma)D(\sigma, \theta) \quad (30)$$

onde  $\sigma$  é a frequência angular,  $\theta$  é a direção e a função de espalhamento espectral,  $D(\sigma, \theta)$ , é expressa de modo aproximado como

$$D(\sigma, \theta) = \frac{1}{\pi} \left\{ \frac{1}{2} + a_1 \cos \theta + b_1 \sin \theta + a_2 \cos 2\theta + b_2 \sin 2\theta \right\} \quad (31)$$

A direção média de propagação  $\Theta$  é então obtida pela relação:

$$\Theta(\sigma) = \arctan(a_1/b_1) \quad (32)$$

Apesar da sua ampla utilização e de ser válida para condições de ondulação, a transformada de Fourier tem algumas restrições. Para a representação de uma série temporal através de uma expansão em série de Fourier é necessário que o sistema seja linear e estacionário (ergódico). Por ser um método que trata das características globais das séries (decomposição da série em senos e cossenos com fases constantes ao longo de toda a série), é impossível obter informações relacionadas com a não estacionariedade de um determinado processo.

### EMD aplicada a séries bi-dimensionais

No primeiro artigo desta série (Neves et al. 2011), apresentou-se a formulação clássica da Transformada de Hilbert-Huang, que é aplicável a séries temporais de dados escalares com objetivo analisar processos não lineares e não estacionários. A HHT consiste numa decomposição em modos oscilatórios empíricos (EMD – “empirical mode decomposition”) do registro temporal, obtendo um conjunto de funções intrínsecas ao sistema (IMF – “intrinsic mode function”), às quais aplica-se a transformada de Hilbert. Esta técnica fornece informações sobre as frequências e amplitudes instantâneas, de cada IMF, ao longo do tempo. O conjunto das frequências e amplitudes instantâneas, para todas as IMF, gera o espectro de Hilbert, o qual permite identificar processos não estacionários e não lineares.



O processo de peneiramento (*sifting*) é um dos conceitos fundamentais da HHT que, no entanto, não pode ser imediatamente estendido a dados vetoriais, posto que não faz sentido determinar máximo e mínimo de vetores. Moura (2010) apresenta detalhadamente as várias opções de análise de dados vetoriais.

Com a intenção de identificar e separar componentes com frequências de rotação positivas e negativas, Tanaka e Mandic (2006) propuseram a decomposição do sinal complexo em dois sinais analíticos, um com frequências positivas e outro frequências negativas, cada qual associada a diferentes sentidos de rotação. Inicialmente o método segue a mesma idéia do Espectro Rotatório (Gonella 1972) onde as velocidades decompostas em série de Fourier (equações 33 e 34),  $a_{nu}$ ,  $b_{nu}$ ,  $a_{nv}$ ,  $b_{nv}$  são os coeficientes de Fourier de U e V, respectivamente:

$$U = \sum_{n_u} a_{n_u} \cos(n_u t) + b_{n_u} \sin(n_u t) \quad (33)$$

$$V = \sum_{n_v} a_{n_v} \cos(n_v t) + b_{n_v} \sin(n_v t) \quad (34)$$

As velocidades U e V podem ser representadas na forma complexa, supondo que a série possa ser decomposta em uma soma de componentes com frequências angulares positivas  $+\sigma$  e negativas  $-\sigma$ :

$$U + iV = u_{+\sigma} e^{i\sigma t} + u_{-\sigma} e^{-i\sigma t} \quad (35)$$

A partir dessa relação dividem-se as componentes positivas e negativas:

$$u_{+\sigma} = \frac{1}{2} (a_{n_u} + b_{n_v}) + \frac{i}{2} (a_{n_v} - b_{n_u}) \quad (36)$$

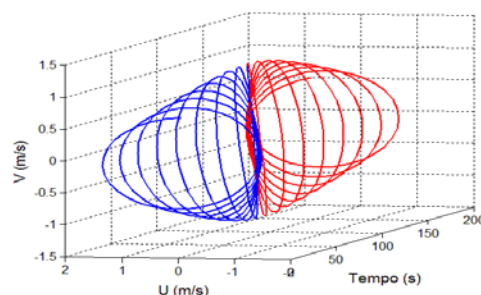
$$u_{-\sigma} = \frac{1}{2} (a_{n_u} - b_{n_v}) + \frac{i}{2} (a_{n_v} + b_{n_u}) \quad (37)$$

onde  $i = \sqrt{-1}$

Aplicando a transformada inversa de Fourier em  $u_{+\sigma}$  e  $u_{-\sigma}$  é possível recompor duas séries temporais com as frequências positivas e negativas separadas. Com as séries recompostas, aplica-se a EMD univariada individualmente e, para cada IMF, aplica-se a transformada de Hilbert.

A possibilidade de identificar os sentidos de rotação de diferentes frequências ao longo do tem-

po é uma grande ferramenta para analisar vários fenômenos físicos, como por exemplo correntes oceânicas, vórtices, ondas de plataforma, ondas internas, entre outras, que sofrem influência da rotação da Terra. Tal fato porém não ocorre com as ondas curtas geradas por vento, pois sua dinâmica não é afetada pelo efeito de Coriolis. Se houver apenas uma onda se propagando, as velocidades horizontais U e V estarão em fase. Os padrões que surgem da interação de diferentes ondas variam de acordo com as características das ondas incidentes. Mesmo em situações onde ocorre a formação de elipses, por exemplo em grupo de ondas, ao longo do tempo os sentidos de rotação se alternam (Figura 7). Sendo assim, para esse caso, identificar sentidos de rotação não propicia obter informações direcionais. Por esse motivo essa técnica não será aplicada aos casos investigados nesse trabalho.



**Figura 7 - Série temporal das velocidades U e V para a superposição linear de duas ondas do caso 2 (Tabela 3), com períodos de 10,2 e 10,6 s. Em azul, sentido de rotações anti-horário e, em vermelho, sentido horário.**

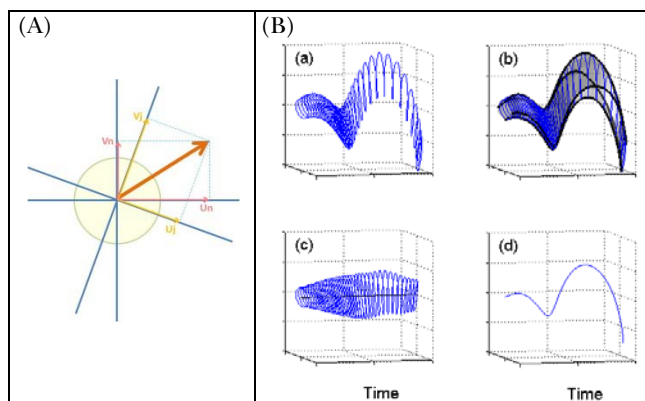
Rilling et al. (2007) propuseram um método adaptativo baseado na idéia de separar uma série de dados complexa em rotações mais rápidas e mais lentas. O método consiste em projetar o sinal bidimensional (U,V) em diferentes direções ( $U_j, V_j$ ) (Figura 8) e, separadamente em cada projeção, aplicar a EMD tradicional. Somando as envoltórias geradas pela interpolação spline, forma-se uma envoltória tridimensional, onde a linha central é uma IMF a qual possui parte real e imaginária, como no exemplo da Figura 8B.

Como o método é aplicado a uma série de dados complexa os modos empíricos possuem característica relacionadas às duas componentes vetoriais, proporcionando uma análise acoplada do sinal.



### EMD aplicada a séries tri-dimensionais

Mais recentemente o conceito da projeção de um sinal complexo em diferentes planos foi expandido para séries vetoriais com três dimensões, onde os valores da média local e as envoltórias são obtidos através da projeção do sinal em três direções ortogonais (Rehman e Mandic, 2010).



**Figura 8 - (A) Decomposição do vetor em diferentes orientações ( $U_j, V_j$ ). (B) Envoltória tridimensional (Riling et al. 2007).**

O processo de peneiramento, denominado neste trabalho como EMDtri, é feito em quatro dimensões, constituindo um quatérnio. O conceito de quatérnio foi desenvolvido por Hamilton, de modo a estender a um espaço de quatro dimensões a estrutura algébrica de um corpo (como o dos reais e o dos números complexos), porém não comutativo. Assim, se dois quatérnios  $p$  e  $q$  são representados por

$$p = p_1 + p_2i + p_3j + p_4k \quad \text{e} \quad q = q_1 + q_2i + q_3j + q_4k \quad (38)$$

seu produto será dado pela expressão:

$$pq = (p_1q_1 - p_2q_2 - p_3q_3 - p_4q_4) + (p_1q_2 + p_2q_1 + p_3q_4 - p_4q_3)i + (p_1q_3 + p_3q_1 + p_4q_2 - p_2q_4)j + (p_1q_4 + p_4q_1 + p_2q_3 - p_3q_2)k \quad (39)$$

onde  $i, j$  e  $k$  correspondem aos quatérnios, tais que  $i^2 = j^2 = k^2 = -1$  e  $ij = -ji$ . O resultado são IMFs com quatro dimensões (três espaciais e uma temporal), ou “IMF quatérnio pura”.

Como os aparelhos tipo PUV assimilam um sinal com três componentes ao longo do tempo e como se sabe que a ocorrência de ondas de gravidade multi-direcionais provoca padrões aparentemente caóticos tanto nas velocidades como na pressão (elevação), torna-se interessante utilizar a EMDtri para analisar aquelas três grandezas de forma acoplada.

Na seção seguinte serão apresentados exemplos da aplicação da HHT para séries temporais sintéticas de elevação e velocidades horizontais  $U$  e  $V$  através da utilização da EMDtri.

### APLICAÇÃO A DADOS SINTÉTICOS

Nesta seção são propostos dois casos gerados através de um algoritmo desenvolvido para calcular a superposição não linear de três ondas em segunda ordem, com as respectivas interações onda-onda. O primeiro baseia-se nas condições indicadas na Tabela 1; o segundo caso utiliza as condições apresentadas nas Tabelas 3 e 4.

**Tabela 3 - Propriedades das ondas primárias em 10m de profundidade (Caso 2).**

onda	amplitude (m)	período (s)	direção (°)	comprimento (m)
A1	1,0	10	0	92,4
A2	1,0	10,2	30	94,5
A3	1,0	10,6	320	98,7

**Tabela 4 - Propriedades da interação aditiva e subtrativa (Caso 2).**

onda	amplitude (m)	período (s)	direção (°)	comprimento (m)
A1+A2	-0,345	5,05	14,83	48,4
A2+A3	-0,215	5,20	-4,13	58,9
A3+A1	-0,163	5,15	-19,31	50,8
A1-A2	0,0301	510	-72,58	180,3
A2-A3	0,0251	270,3	83,22	84,1
A3-A1	0,0011	176,67	64,81	138,9

Estes dois casos demonstram duas situações distintas. No primeiro caso, o conjunto de ondas apresenta relativa diferença entre frequências, sendo assim uma situação menos propícia à formação de grupos. Outra característica é que as ondas de interação subtrativa não possuem períodos muito longos (Tabela 2). No segundo caso, o conjunto de

ondas possui uma diferença de período muito menor, sendo assim uma situação propícia à formação de grupos de ondas, ocorrendo também ondas de longo período como resultado das interações subtrativas (Tabela 4).

A partir desses dois casos, é possível destacar diferentes características do método HHT, em especial da decomposição empírica (EMD), como por exemplo, o comportamento dos modos empíricos extraídos de uma série temporal com ou sem a presença de grupos de onda.

Observando o espectro de Hilbert para as IMFs do primeiro caso (Figura 10), nota-se que as três ondas primárias estão bem representadas tanto no espectro da elevação como nos espectros das velocidades U e V. No caso da velocidade U, ainda é possível identificar na IMF com frequência próxima a 0,12Hz (8 s) uma modulação na amplitude do sinal, o que realmente é bem marcado no registro de velocidade U (Figura 9). Essa característica indica que a IMF é composta não apenas pela onda primária de 8s mas também por outras ondas. No espectro de Hilbert para as IMFs da velocidade V observa-se que não existe uma componente marcante na frequência da onda primária de 5 s, o que se deve ao fato dela obter apenas componente de velocidade de U.

Analisando o espectro direcional para este caso observa-se que as três ondas não ficam claramente representadas (Figura 11), sendo a direção principal calculada pelo equipamento igual a 358°.

A Figura 12A mostra a coerência do sinal extraído através da EMDtri, onde cada IMF representa significativamente cada uma das três ondas primárias. Pode-se observar que, apenas observando a resposta da EMDtri para as velocidades horizontais, é possível identificar as direções de propagação das ondas em primeira ordem.

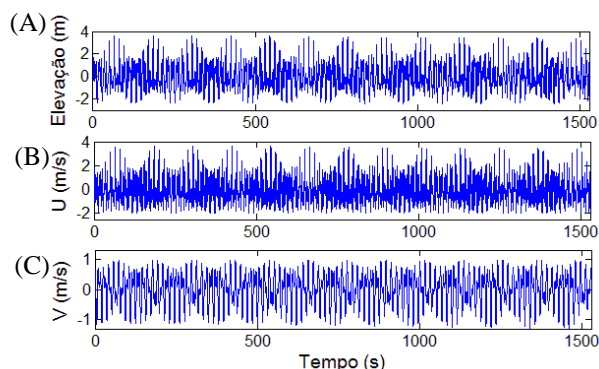


Figura 9 - Caso 1: Séries temporais de elevação, de velocidade U e de velocidade V.

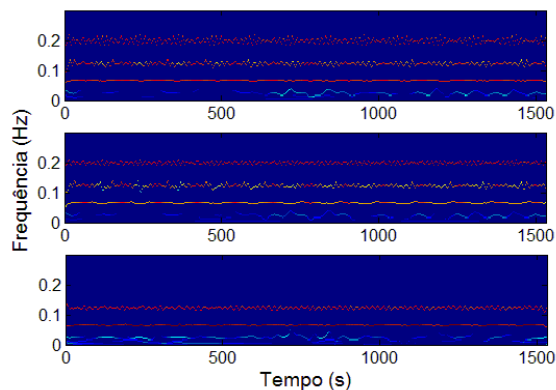


Figura 10 - Caso 1: Espectro de Hilbert para as IMFs de: (A) elevação; (B) velocidade U; e (C) velocidade V.

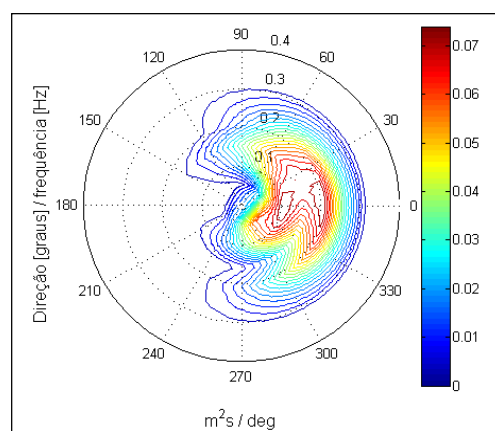


Figura 11 - Caso 1: Espectro de direcional.

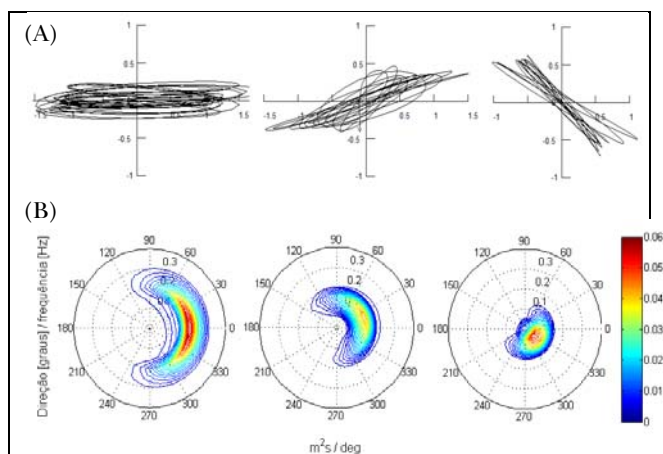


Figura 12 - Caso 1: IMFs correspondentes às frequências das três ondas primárias e respectivos espectros direcionais. (A) hodógrafa das velocidades horizontais. (B) Espectros direcionais das IMFs.

Outra abordagem interessante é aplicar a análise direcional de Fourier sobre as IMFs em separado. A Figura 12B reforça a idéia de que a EMDtri seja capaz de extrair corretamente as diferentes componentes, tanto a elevação como as velocidades horizontais. Através desses espectros direcionais em separado é possível uma melhor identificação das ondas e suas respectivas direções de propagação. Para cada espectro obteve-se uma direção principal, respectivamente  $0^\circ$ ,  $25^\circ$  e  $322^\circ$ , representando a direção principal de cada IMF.

Para o segundo caso, a resposta da EMD é diferente. Devido à proximidade das frequências entre as ondas primárias, o método identifica o grupo de ondas, formado por estas, em apenas uma IMF. Esse resultado pode ser observado através do espectro de Hilbert das IMFs na Figura 14. Para este caso, a IMF com frequência próxima a 0,1 Hz representa a resposta do grupo de ondas na elevação, U e V, respectivamente. Através da variação de cor nos espectros, detecta-se a não estacionariedade na amplitude do sinal e seus diferentes padrões temporais, especialmente em V.

Existe também uma componente com significativa amplitude próximo à frequência de 0,2 Hz. Tal componente pode ser associada às auto-interações e interações aditivas das três ondas primárias, pois todas possuem períodos próximos (Tabela 4).

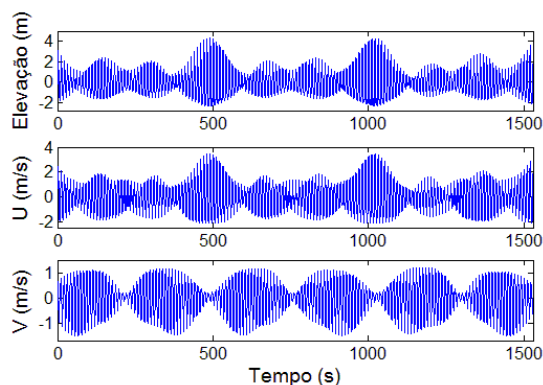


Figura 13 - Séries temporais de elevação, de velocidade U e de velocidade V.

Além da identificação dos grupos de onda, através da EMDtri é possível identificar as diferentes ondas longas formadas da interação subtrativa, como se observa na Figura 15, onde é apresentada uma comparação entre as IMFs e as componentes de interação subtrativa. Tanto para elevação, como pa-

ra as velocidades U e V, as componentes são apresentadas de forma crescente em relação ao seu período. Com exceção da segunda IMF apresentada na Figura 15A, onde além de ocorrer defasagem próxima a  $90^\circ$  entre a componente de interação (na figura essa componente está amplificada em 10 vezes seu valor) e a IMF. Esta última ainda superestima a amplitude do sinal.

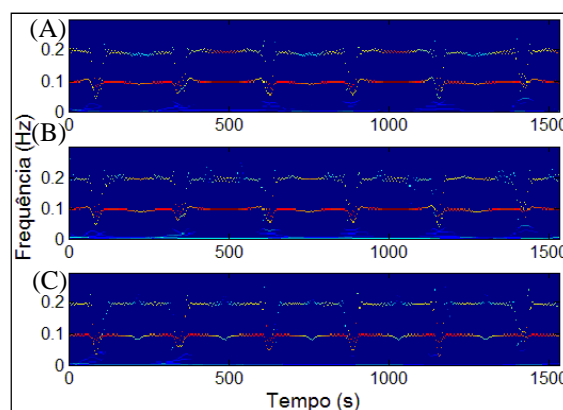
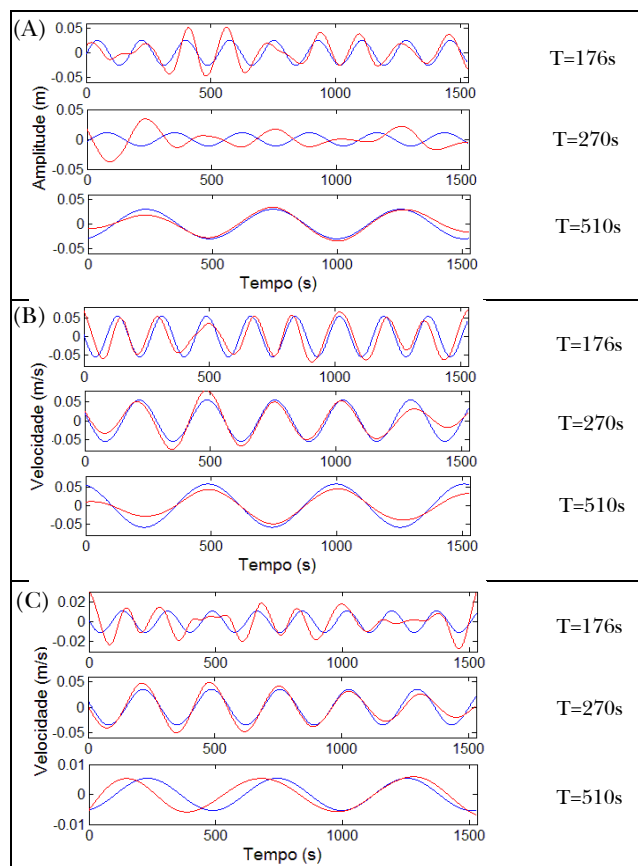


Figura 14 - Espectro de Hilbert para as IMFs de: (A) elevação; (B) velocidade U; e (C) velocidade V.

## APLICAÇÃO A DADOS DE PUV OBTIDOS NA COSTA DA CAPARICA

Para exemplificar a aplicação da HHT para análise de séries temporais de dados vetoriais, utilizaram-se as medições obtidas na segunda campanha de campo efetuada na Costa da Caparica, próximo da cidade de Lisboa, Portugal, no âmbito do Projeto BRISA (Fortes et al. 2010). Esta campanha, de 11 a 15 de maio de 2010, envolveu a coleta de informações sobre topografia, batimetria, agitação marítima, hidrodinâmica e sedimentos da zona em estudo.

Foi selecionado um registro de 15 minutos obtidos de um sensor de pressão do tipo Infinity e de um correntômetro eletromagnético, instalados em uma das estruturas dispostas ao longo do perfil perpendicular à linha de costa (Neves et al. 2011). Os dois equipamentos foram sincronizados e a taxa de aquisição de dados foi de 10 Hz. Os valores de pressão foram transformados em elevação da superfície livre supondo uma distribuição hidrostática de pressão. O correntômetro foi orientado de forma que U e V representassem, respectivamente, as velocidades perpendicular e paralela à linha de costa.



**Figura 15 - Caso 2: Comparação entre as IMFs de longo período e as respectivas componentes de interação subtrativa: (A) da elevação; (B) velocidade U; (C) velocidade V.**

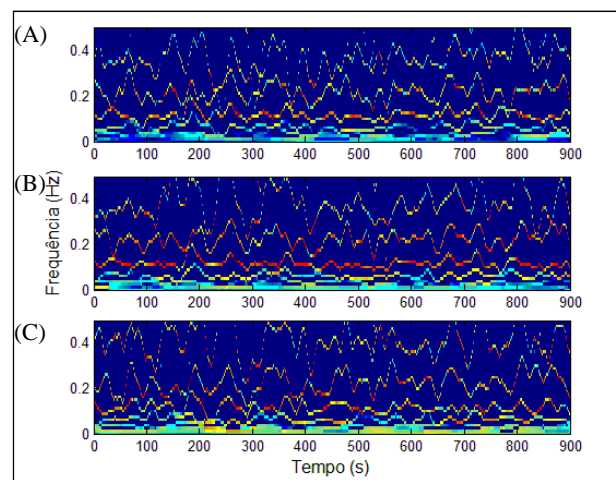
Através da aplicação da EMDtri sobre as séries temporais de elevação, U e V foi obtido um conjunto de 13 IMFs cujo espectro de Hilbert, para o conjunto, é apresentado na Figura 16. Apesar das IMFs apresentarem variações de frequências, observa-se uma separação, em termos de frequência, entre as IMFs.

A comparação entre o resultado da HHT e o espectro de Fourier para as três séries temporais (Figura 17) mostra que as frequências das IMFs em destaque oscilam próximo às frequências mais energéticas no espectro de Fourier (aproximadamente 0,3 Hz, 0,2 Hz e 0,1 Hz). Uma característica comum às três séries é a diminuição da amplitude da variação da frequência no caso das IMFs com oscilações mais longas.

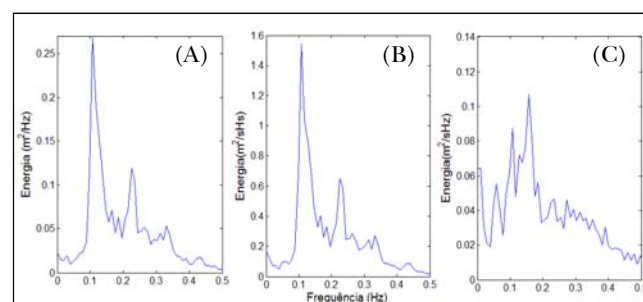
A IMF que representa frequências próximas a 0,1 Hz é a mais energética e sofre pouca alteração de frequência ao longo do tempo, no entanto observa-se que existe grande variação no comportamento da amplitude, indicando a ocorrência de gru-

pos de ondas, comportamento esse que não é possível de ser analisado através do espectro de Fourier.

Apesar de, na banda de frequência de ondas de gravidade geradas por vento, o espectro de U ser consideravelmente mais energético quando comparado ao espectro de V (inferindo que as ondas possuem uma direção de propagação aproximadamente perpendicular à linha de costa), o mesmo não ocorre com as baixas frequências, onde ambas oscilações são da mesma ordem de grandeza. A Figura 18 apresenta um conjunto de IMFs de baixa frequência para as velocidades U e V e os respectivos resíduos. O resíduo negativo da componente V indica a presença de uma corrente longitudinal.



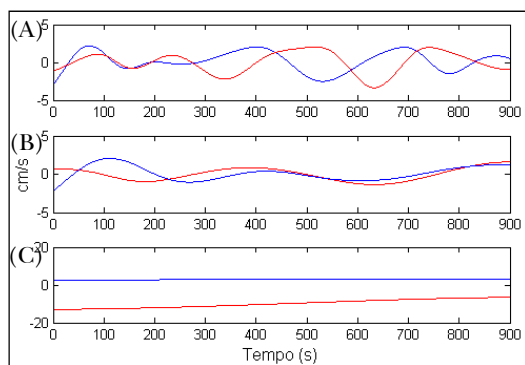
**Figura 16 - Espectro de Hilbert para algumas das IMFs obtidas da série temporal de (A) elevação, (B) U e (C) V.**



**Figura 17 - Espectros de Fourier para: (A) elevação; (B) velocidade U; e (C) velocidade V.**

Na terceira e última parte deste conjunto de comunicações será apresentada uma análise aprofundada dos dados de PUV coletados durante a campanha do projeto BRISA. Além da ocorrência de grupos de ondas e seus efeitos na morfodinâmica, é

proposta também uma análise de ondas de infra-gravidade através da aplicação da HHT para diferentes PUVs ditribuídos ao longo do perfil da praia onde foram feitas as coletas. Esse trabalho investigará possíveis correlações entre as IMFs de longo período que ocorrem nos diferentes sensores.



**Figura 18 - (A) e (B) comparação entre IMFs, (C) comparação entre os resíduos. Azul componentes de U e em vermelho componentes de V.**

## CONCLUSÕES

O trabalho apresenta uma breve revisão sobre os aspectos teóricos do campo de velocidades resultante da interação não linear, multi-direcional de ondas de gravidade. A seguir, discute os métodos atuais de análise de velocidades, que em geral são utilizados para caracterizar a direção de propagação das ondas. O método de Fourier apresenta, porém, a inconveniência de de caracterizar apenas uma direção quando existe um campo multi-direcional, bem como é incapaz de identificar grupos de onda resultantes da interação onda-onda. Por este motivo, investigam-se outras técnicas adaptivas de análise, especialmente a Transformada de Hilbert-Huang (HHT), devidamente modificada para dados vetoriais.

Através de testes com dados sintéticos, em que se procurou reproduzir situações propícias e não propícias à formação de grupos de onda, respectivamente pequena e grande diferença de frequência entre as componentes, comparam-se os resultados da análise de Fourier com aqueles obtidos pela HHT.

Os resultados indicaram que através da decomposição empírica denominada como EMDtri, obtiveram-se IMFs que, isoladamente, correspon-

am às componentes direcionais do trem de ondas. Em situações quando a diferença entre as frequências fosse pequena, embora houvesse grande variação de direção, o método conseguiu também identificar os grupos de onda associados às composições subtrativas entre as componentes fundamentais.

Quanto à análise dos dados de PUV obtidos na campanha do projeto BRISA, foi evidente que a HHT permitiu a caracterização do comportamento oscilatório tanto das amplitudes como das frequências das IMFs.

Uma análise aprofundada dos dados de PUV coletados durante a campanha do projeto BRISA constitui trabalho em desenvolvimento. Além da ocorrência de grupos de ondas e seu efeitos na morfodinâmica, pretende-se também uma análise de ondas de infra-gravidade através da aplicação da HHT para diferentes PUVs ditribuídos ao longo do perfil da praia onde foram feitas as coletas. Esse trabalho investigará possíveis correlações entre as IMFs de longo período que ocorrem nos diferentes sensores.

## REFERÊNCIAS

- BODGE, K., 1982, *The Design, Development, and Evaluation of a Differential Pressure Gauge Directional Wave Monitor*. Misc.Report 82-11. Coastal Engineering Research Center, Fort Belvoir. U.S. Army Corps of Engineers.
- FORTES, C.J.E.M.; FERREIRA, O.; SILVA, P.A.; MOURA, T.M.; CAPITÃO, R.; AMANTE, L.; VOUSDOKAS, M.; BEZERRA, M., 2010. Joint use of numerical models and wave data to characterize wave transformation and assist coastal management. *Journal of Coastal Conservation*. ISSN: 1400-0350. (em impressão).
- GONELLA, J., 1972. A rotary-component method for analysing meteorological and oceanographic vector time series, *Deep-Sea Research*, v. 19, p. 833-846
- HUANG N. E.; Z. SHEN; S.R. LONG; M. C. WU, 1998. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis. *Proc. R. Soc. London, Ser. A*, 454, p. 903-995.
- HUANG, N. E.; S. R. LONG; Z. SHEN, 1996. The mechanism for frequency downshift in nonlinear wave evolution. *Adv. Appl. Mech.*, v. 32, p. 59-111.
- LONGUET-HIGGINS, M.S.; D.E. CARTWRIGHT; N.D. SMITH, 1963. Observation for the directional spectrum of sea waves using the motions of a floating buoy. *Ocean Wave Spectra*, Prentice-Hall Inc.



- MITSUYASU, H., 2002. A Historical Note on the Study of Ocean Surface Waves. *J. of Oceanography*, v. 58, p.109-120.
- MITSUYASU, H.; F. TASAI; T. SUHARA; S. MIZUNO; M. OHKUSU; T. HONDA and K. RIKIISHI, 1975. Observation of the directional spectrum of ocean waves using a cloverleaf buoy. *J. Phys. Oceanogr.*, 5, 750-760.
- MOURA, T. G. R., 2010. *Aplicação da Transformada de Hilbert-Huang para o Estudo de Ondas Medidas por PUV*. Dissertação de Mestrado. Programa de Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio de Janeiro. 119p.
- NEVES, C.F., MOURA, T.G.R.; e FORTES, C.J., 2011. Aplicação da Transformada de Hilbert-Huang para caracterização da dinâmica costeira. Parte 1: grandezas escalares. *Rev. Bras. Rec. Hídricas* (em revisão).
- PANICKER, N.N. e BORGMAN, L.E., 1970. Directional Spectra from Wave-Gauge Arrays. *Proceedings, 12<sup>th</sup> Intern. Conf. Coastal Engineering*. ASCE.
- PHILLIPS, O. M., 1960. *The dynamics of the upper ocean*, Cambridge Univ. Press, 2nd edition.
- REHMAN, N. e MANDIC, D. P., 2010. Empirical mode decomposition for trivariate signals. *IEEE Trans. Signal Process.*
- RILLING, G., FLANDRIN, P., GONÇALVES, P., 2007. Bivariate Empirical Mode Decomposition, *IEEE Signal Processing Letters*.
- STOKES, G. G., 1847. On the theory of oscillatory waves, *Trans. Cambridge Phil. Soc.*, v. 8, n. 441-455.
- TANAKA, T., MANDIC, D. P., 2006. Complex Empirical Mode Decomposition, *IEEE Signal Processing Letters*, v. 14(2), p. 101-104.
- TRAGESER, J.H. e ELWANY, H., 1990, The S4DW An integrated solution to directional wave measurements. *Proceedings, IEEE Fourth Working Conference on Current Measurement*. p.154-168.

versidade Federal do Rio Grande do Norte e à Dra. Alessandra Mantovanelli pela motivação para este estudo e pela cedência de dados de PUV medidos na costa do Rio Grande do Norte para testes com a metodologia. Agradecem também ao eng. Francisco Sancho a cedência dos dados do correntômetro utilizado na campanha da Costa da Caparica. O primeiro e o segundo autores agradecem especialmente ao Professor José Claudio de Faria Telles da COPPE/UFRJ pelo apoio dado ao projeto de pesquisa sobre aplicação da HHT ao estudo das ondas.

### ***Application of Hilbert-Huang Transform for the Characterization of Nearshore Hydrodynamics. Part 2: Vector Quantities***

#### **ABSTRACT**

*This work presents adaptative techniques based on the Hilbert-Huang Transform for the analysis of vector time series data, and compares them to the traditional directional spectrum methods which are usually applied to wind waves. Examples of synthetic horizontal orbital velocities are presented, with emphasis on non linear, non stationary processes. The methodology was tested with current velocity data which were measured during the second campaign of the BRISA project ("BReaking waves and Induced SAnd transport").*

**Key-words:** *vector data analysis; Fourier directional spectrum; Hilbert-Huang Transform; non linear wave-wave interaction.*

### **AGRADECIMENTOS**

Este trabalho foi parcialmente financiado pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro (FAPERJ), pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES (Projeto PROCAD 0053/2007), pela Fundação de Ciência e Tecnologia (Portugal) (Projetos CAPES-FCT 242/09 e PTDC/ECM/67411/2006.) e pelo Programa de Engenharia Civil da COPPE/UFRJ. Os autores agradecem ao Professor Venerando Amaro e à Professora Ada Scudelari da Uni-