

## Modelos Regionais para Curvas de Permanência de Vazões de Rios Perenes, Intermitentes e Efêmeros, com Emprego da Distribuição Burr XII Estendida

Veber Afonso Figueiredo Costa, Wilson Fernandes, Mauro Naghettini

Universidade Federal de Minas Gerais

veberc@gmail.com; wilson@ehr.ufmg.br; naghet@netuno.lcc.ufmg.br

Recebido: 14/01/11 - revisado: 23/11/11 - aceito: 09/01/12

---

### RESUMO

*Um dos principais obstáculos enfrentados pela Engenharia Hidrológica é estimação de variáveis necessárias à adequada gestão dos recursos hídricos em bacias hidrográficas desprovidas de monitoramento fluviométrico sistemático. Com intuito de contornar este problema, técnicas de transposição de informações, tais como a regionalização hidrológica, têm sido amplamente empregadas. No presente artigo, descreve-se a construção de modelos regionais para curvas de permanência de rios perenes, intermitentes e efêmeros. Preconiza-se para esse fim o emprego da distribuição de probabilidades Burr XII estendida, a qual apresenta grande flexibilidade e aderência aos dados empíricos, sendo capaz de representar de maneira acurada os extremos das curvas de permanência. Os modelos regionais foram construídos para duas regiões de estudos, nos estados de Minas Gerais e Ceará, contemplado assim cursos d'água perenes, intermitentes e efêmeros. A análise de desempenho mostrou que, de modo geral, os modelos propostos são adequados à síntese de curvas de permanência em locais desprovidos de monitoramento, com certas ressalvas pertinentes às aplicações em rios intermitentes e efêmeros.*

**Palavras chave:** regionalização, curva de permanência, distribuição de probabilidades Burr XII estendida

---

### INTRODUÇÃO

As curvas de permanência representam a relação entre a magnitude e a frequência de vazões em um curso d'água, associando a cada valor de descarga o percentual do tempo em que a mesma foi igualada ou excedida ao longo de um dado período de observação. De maneira alternativa, pode-se entender a curva de permanência de vazões como o complemento da função acumulada de probabilidade das vazões.

As curvas de permanência sintetizam de maneira simples o regime hidrológico de uma bacia hidrográfica. Sua forma e declividade expressam a variabilidade das vazões e são determinadas por características físicas, climáticas, morfológicas e de cobertura vegetal da bacia em questão. A área sob a FDC corresponde ao volume de escoamento total, ao fim do período de observações.

Diversas são as aplicações das curvas de permanência de vazões na Engenharia de Recursos Hídricos. Dentre elas, destacam-se: estudos de disponibilidade hídrica, avaliações de aproveitamento hidrelétrico e operação de reservatórios, projetos de irrigação, estudos de qualidade das águas e calibra-

ção indireta de modelos chuva-vazão (Pinheiro e Naghettini, 2010).

A construção de curvas de permanência de vazões pode ser realizada segundo duas abordagens. Na primeira, todos os dados do período de observação são utilizados. A curva assim obtida é denominada curva de longo termo e comumente denotada por FDC (do inglês “flow duration curve”). Na segunda abordagem, as curvas são construídas para cada civil ou hidrológico, gerando as chamadas curvas de permanência anuais, ou AFDC (do inglês “annual flow duration curve”).

A interpretação probabilística das curvas de longo termo é restrita ao período utilizado em sua construção e sua utilização é recomendada quando este período é suficientemente longo para caracterizar a distribuição limite das vazões. Apesar destas limitações, as FDC's podem ser utilizadas para preenchimento de falhas e geração de séries de vazão em bacias desprovidas de monitoramento (Hughes e Smakhtin, 1996).

O uso das curvas anuais vem crescendo, uma vez que a estas pode ser conferido um tratamento estatístico convencional: a variabilidade interanual entre as curvas pode ser avaliada, bem como tempos de retorno podem ser atribuídos às mesmas. Além disso, pode-se construir a curva anual media-

na, característica de um ano hidrológico típico e não afetada por extremos.

Independentemente da abordagem utilizada, a construção das curvas de permanência consiste na ordenação crescente das vazões e atribuição de probabilidades de superação às mesmas. Diversos estimadores podem ser empregados para este fim, como mostrou o trabalho de Vogel e Fennessey (1994). O mais usual deles é baseado na posição de plotagem de Weibull, que expressa as permanências da seguinte maneira:

$$p_i = \frac{i}{n+1} \quad (1)$$

na qual  $i$  denota o número de ordem das vazões e  $n$  o número total de dados utilizados.

Neste artigo, faz-se a proposta de construção de modelos regionais de curvas de permanência de vazões (FDCs), concebidos com a generalidade exigida para representar regimes hidrológicos de rios perenes e intermitentes. Os modelos têm como base o complemento da função acumulada de probabilidades Burr XII estendida, cuja forma paramétrica lhe confere grande flexibilidade e capacidade de aderência aos dados empíricos. Os modelos regionais foram aplicados a distintas regiões de estudo, nos estados de Minas Gerais e Ceará, contemplando cursos d'água perenes, intermitentes e efêmeros, com resultados promissores e coerentes com a síntese de FDC's em locais desprovidos de monitoramento.

Este artigo é organizado em seis seções adicionais a esta introdução, nas quais são apresentadas as particularidades relativas às FDCs de rios intermitentes e efêmeros, seguidas da descrição formal da distribuição Burr XII estendida. Na sequência, faz-se a apresentação dos fundamentos empregados na construção dos modelos regionais, seguida da descrição das aplicações pertinentes às distintas regiões de estudo. Por fim, na última seção, apresenta-se uma breve discussão dos resultados aqui obtidos, com as principais conclusões do presente estudo.

## MODELAÇÃO DE CURVAS DE PERMANÊNCIA DE RIOS INTERMITENTES E EFÊMEROS COM O TEOREMA DA PROBABILIDADE TOTAL

A modelação convencional de curvas de permanência de rios intermitentes e efêmeros, con-

cebida sobre um período de tempo fixo para o cálculo das permanências, é inadequado em decorrência das descontinuidades relacionadas às vazões nulas.

Diversas técnicas têm sido sugeridas para contornar este inconveniente. Haan (1977) propôs a utilização do teorema da probabilidade total, o qual estabelece que a probabilidade de ocorrência de um evento  $A$ , pertencente ao espaço amostral  $S$ , e constituído pela união de  $k$  eventos  $B_i$  mútua e coletivamente excludentes, é dada por

$$P(A) = \sum_{i=1}^k P(B_i) P(A|B_i) \quad (2)$$

No caso das descargas em um dado curso d'água, o espaço amostral é constituído por vazões nulas e não nulas. Aplicando-se o teorema da probabilidade total a esta situação, tem-se:

$$P(Q>q) = P(Q>q/Q=0)P(Q=0) + P(q>q/Q>0)P(Q>0) \quad (3)$$

Entretanto, como  $P(Q>q/Q=0)=0$ , segue-se que

$$P(Q>q) = P(Q>q/Q>0)P(Q>0) \quad (4)$$

Considerando-se a FDC como o complemento em relação a 1 da função acumulada de probabilidades, pode-se expressar a equação 4 da seguinte forma:

$$p(i) = p^*(i)P(Q>0) \quad (5)$$

na qual  $p^*(i)$  corresponde às permanências do conjunto de vazões não nulas enquanto  $p(i)$  se refere ao conjunto de todas as vazões. A equação 5 mostra que o termo  $P(Q>0)$  atua uma como correção das permanências associadas ao conjunto de vazões não nulas.

## A UTILIZAÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO BURR XII ESTENDIDA NA MODELAÇÃO DE CURVAS DE PERMANÊNCIA DE VAZÕES

Neste artigo, preconiza-se a utilização da distribuição Burr XII estendida na modelação das FDC's. Essa distribuição, em sua forma estendida, foi introduzida por Shao (2004), como uma alternativa,

de ajuste mais flexível, à forma original proposta por Burr (1942). A opção por essa distribuição foi baseada em 3 considerações: (1) é um modelo paramétrico que pode exibir uma ampla variedade de valores de assimetria e curtose, o que lhe confere grande flexibilidade de forma; (2) os modelos de FDCs para rios perenes, intermitentes e efêmeros podem ser acomodados na mesma formulação matemática; e (3) os parâmetros da distribuição possuem relações com certas características físicas, climáticas e morfológicas das bacias hidrográficas em estudo. A distribuição foi utilizada com sucesso na modelação pontual de curvas de permanência em bacias australianas (Shao, 2009).

Os modelos de FDCs ajustados pela distribuição Burr XII estendida podem ser postos na forma

$$Q_p = \lambda \left[ 1 - \left( \frac{p}{\tau} \right)^\beta \right]^\alpha, \text{ para } \beta \neq 0 \quad (6)$$

$$Q_p = \lambda \left[ -\ln(p/\tau) \right]^\alpha, \text{ para } \beta = 0$$

onde:

$Q_p$  – vazão associada à permanência  $p$ ;

$\lambda$  – parâmetro de escala;

$\alpha$  e  $\beta$  – parâmetros de forma; e

$\tau$  – parâmetro associado ao percentual do tempo em que ocorre vazão no curso d'água. Esse parâmetro foi denominado por (Shao, 2009) como “*cease-to-flow*”.

Para os fins de um estudo de regionalização, é conveniente que se entenda os efeitos da variação de cada parâmetro na FDC. O parâmetro  $\tau$  faz com que a extremidade direita da FDC se desloque no eixo das permanências. Já o parâmetro  $\lambda$  altera os quantis da FDC proporcionalmente. Os efeitos de variações nos parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  são mais complexos e são analisados mais detalhadamente, a seguir.

Quando  $\beta > 1$ , o aumento de  $\alpha$  faz com que a FDC apresente maior inclinação. Se  $\beta < 1$ , o aumento de  $\alpha$  faz com que as vazões aumentem para permanências inferiores a  $p = \tau(1 - \beta)^{1/\beta}$  e diminuam para as demais.

O parâmetro  $\beta$  afeta fortemente o ramo superior da FDC, e sua redução faz com que as vazões aumentem nessa região. Caso o referido parâmetro tenha valores positivos, a distribuição torna-se limitada superiormente e, à medida que o valor de  $\beta$  cresce, as vazões correspondentes diminuem.

## OS MODELOS REGIONAIS PARA FDCs

### Estimação de parâmetros da distribuição

Os parâmetros da distribuição Burr XII estendida foram estimados por dois métodos: o de máxima verossimilhança e o dos momentos-L. A qualidade do ajuste para cada um destes métodos foi aferida por um conjunto de indicadores, como o coeficiente de correlação linear entre vazões simuladas e observadas, o critério Nash-Sutcliffe e a média dos valores absolutos dos erros. De modo geral, o método dos momentos-L foi a opção preferencial de ajuste das FDCs estimadas pontualmente em cada estação.

### Construção dos modelos regionais

A construção dos modelos regionais seguiu uma abordagem estatística, na qual os parâmetros da distribuição de probabilidades, estimados em cada estação, são relacionados às correspondentes características físicas, climáticas e morfológicas da bacia, por meio de regressão linear múltipla.

A partir da análise dos efeitos das variações de cada parâmetro na FDC, foi possível identificar as variáveis explicativas que melhor descrevem o comportamento dos mesmos e empregá-las na construção das equações de regressão. Os modelos assim obtidos foram denominados modelos regionais completos.

Após a obtenção dos modelos regionais, foi realizada uma breve análise de sensibilidade dos parâmetros, considerando-se variações de  $\pm 10\%$  em cada uma das variáveis explicativas e valores constantes das demais.

### Avaliação de desempenho dos modelos regionais

Tão importante quanto a definição das variáveis explicativas nos modelos regionais completos é avaliação de desempenho, confiabilidade e robustez dos mesmos. Neste trabalho, a referida avaliação foi realizada através do procedimento de validação cruzada denominado “*jack-knife*”, conforme sugerido por Castellarin *et. al* (2004). De maneira sucinta, este procedimento consiste nas seguintes etapas:

- Um modelo regional é construído a partir do conjunto de  $N$  estações disponíveis na região em estudo;

- Uma dada estação, denotada por  $s$ , é removida do conjunto;
- Um novo modelo regional é elaborado para as  $N-1$  estações restantes, empregando-se as mesmas variáveis explicativas consideradas no modelo da etapa 1;
- O modelo regional construído na etapa 3 é então utilizada para estimar a FDC sintética da estação fluviométrica  $s$ ;
- As etapas 2 a 4 são repetidas  $N-1$  vezes, retirando-se uma estação remanescente a cada passo.
- Por fim, cada uma das  $N$  FDC's sintéticas obtidas através da validação cruzada é comparada com a curva empírica (obtida diretamente a partir dos dados locais), por meio dos índices de desempenho descritos a seguir.

Em uma dada estação  $s$ , o erro  $\varepsilon_{s,j}$  entre as vazões correspondentes à  $j$ -ésima permanência, denotadas por  $\hat{q}_{s,j}$  e  $q_{s,j}$ , tais como obtidas respectivamente pelas FDCs regional e empírica, é dado por

$$\varepsilon_{s,j} = \frac{\hat{q}_{s,j} - q_{s,j}}{q_{s,j}} \quad (7)$$

O erro relativo médio, entre as  $N_D$  estações, é expresso por

$$\bar{\varepsilon}_s = \frac{1}{N_D} \sum_{N=1}^{N_D} \varepsilon_{s,j} \quad (8)$$

O desvio padrão dos erros relativo médios é dado por

$$\sigma_{\varepsilon,s} = \sqrt{\frac{1}{N_D - 1} \sum_{N=1}^{N_D} \left( \varepsilon_{s,j} - \bar{\varepsilon}_s \right)^2} \quad (9)$$

enquanto a expressão que define o coeficiente de Nash-Sutcliffe é

$$E_s = 1 - \frac{\sum_{N=1}^{N_D} \left( \hat{q}_{s,j} - q_{s,j} \right)^2}{\sum_{N=1}^{N_D} \left( q_{s,j} - \bar{q}_s \right)^2} \quad (10)$$

Por fim, foram avaliados os indicadores  $P$ , que expressam a porcentagem de casos, em relação às  $N$  estações, para os quais  $E_s > 0,75$  ( $P_1$ , ajuste de regular a bom),  $0,50 < E_s < 0,75$  ( $P_2$ , ajuste de ruim a regular) e  $E_s < 0,50$  ( $P_3$ , ajuste ruim).

A metodologia de regionalização proposta foi aplicada a duas regiões de estudo. A primeira delas, em Minas Gerais, é caracterizada pela presença de cursos d'água perenes. A segunda, que abrange quase todo o estado do Ceará, é caracterizada pela presença de rios intermitentes e efêmeros.

## MODELOS REGIONAIS DE FDCs PARA AS BACIAS DE RIOS PERENES NO ESTADO DE MINAS GERAIS

A região de estudo selecionada em Minas Gerais é constituída pelas bacias dos rios Pará e Paraopeba, afluentes do alto rio São Francisco pela margem direita (Figura 1). Foram utilizadas 10 estações fluviométricas na construção dos modelos regionais, com período comum de observação de dados de 29 anos.

A estimação dos parâmetros foi realizada pelo método de máxima verossimilhança e pelo método dos momentos-L. Os resultados decorrentes da aplicação de cada um desses métodos foram bastante diferenciados. O primeiro ajusta melhor o ramo inferior da FDC, em detrimento da região de vazões altas. Já o segundo método mostrou melhor ajuste do ramo superior da curva, em detrimento do ramo inferior. A análise dos índices de ajuste mostrou que os erros associados ao método dos momentos-L são menores, e este método foi então selecionado para estimação dos parâmetros. Passou-se então à construção dos modelos regionais.

As equações de regressão obtidas para cada parâmetro da distribuição de probabilidades são apresentadas na Tabela 1. O leitor deve consultar a lista de notações, apresentada no Apêndice 1, para a identificação das variáveis explicativas.

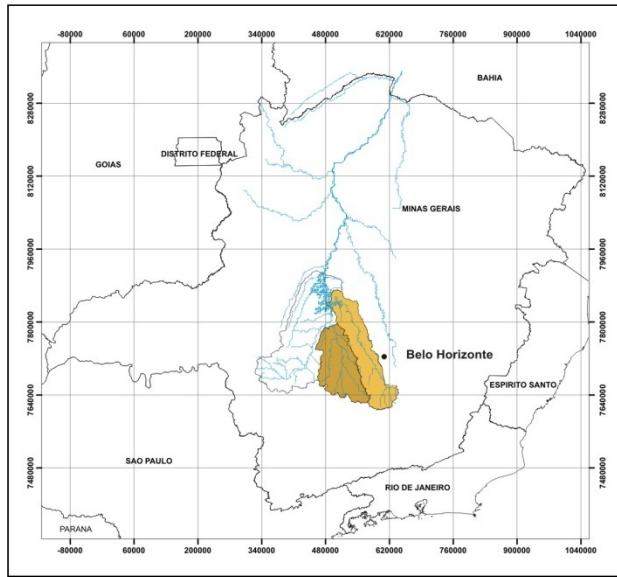


Figura 1 – Localização das bacias dos rios Pará e Paraopeba. Fonte: Pinheiro (2009)

Tabela 1 – Equações de regressão para os 3 parâmetros da distribuição Burr XII estendida

Equação Regional
$\lambda = 0,02003A^{0,97077}k_c^{-1,01951}$
$\alpha = -3,23919 + 0,0008H_{max} + 0,4406k_c + 0,00075P + 2,40647C_{esc}$
$\beta = -78,2421 + 11,4094 \ln(H_{max}) + 0,4341 \ln(k_i) + 5,5583 \ln(k_c) + 5,3273 \ln(C_{esc})$

### Análise de desempenho dos modelos regionais

Conforme menção anterior, a análise de desempenho se baseou no procedimento de validação cruzada proposto por Castellarin *et. al* (2004). Na Figura 2, mostra-se um gráfico de dispersão dos parâmetros dos modelos regionais completos (MRC) e dos modelos “jack-knife” (MJK) em relação às suas estimativas locais. Percebe-se que a dispersão não é acentuada, o que indica que a perda de informação decorrente da retirada de uma estação não acarreta de maneira significativa o desempenho dos modelos “jack-knife”. Esse fato também é um indicador da robustez da metodologia proposta.

A partir dos parâmetros estimados com os modelos “jack-knife”, foram calculados os índices de desempenho para 99 permanências notáveis no intervalo (1-99)%. Foi possível observar que todas as estações apresentaram índice  $E_S$  superior a 0,75 ( $P_1=100\%$ ).

Foi também avaliada a dispersão dos resíduos em relação à área de drenagem das estações, não sendo constatadas tendências de variação dos

mesmos com a citada variável. Esse fato é uma evidência da confiabilidade dos modelos regionais obtidos.

Por fim, na Figura 3, demonstra-se a boa qualidade dos resultados aqui obtidos, ressaltando-se a aderência visual entre as FDC's sintética e observada na estação de Jaguaruna, a qual apresentou o pior desempenho no conjunto das 10 estações.

A título ilustrativo, os mesmos indicadores foram calculados para os modelos regionais completos e também para as estimativas locais por momentos-L. Os indicadores de desempenho para os 3 modelos são apresentados na Tabela 2.

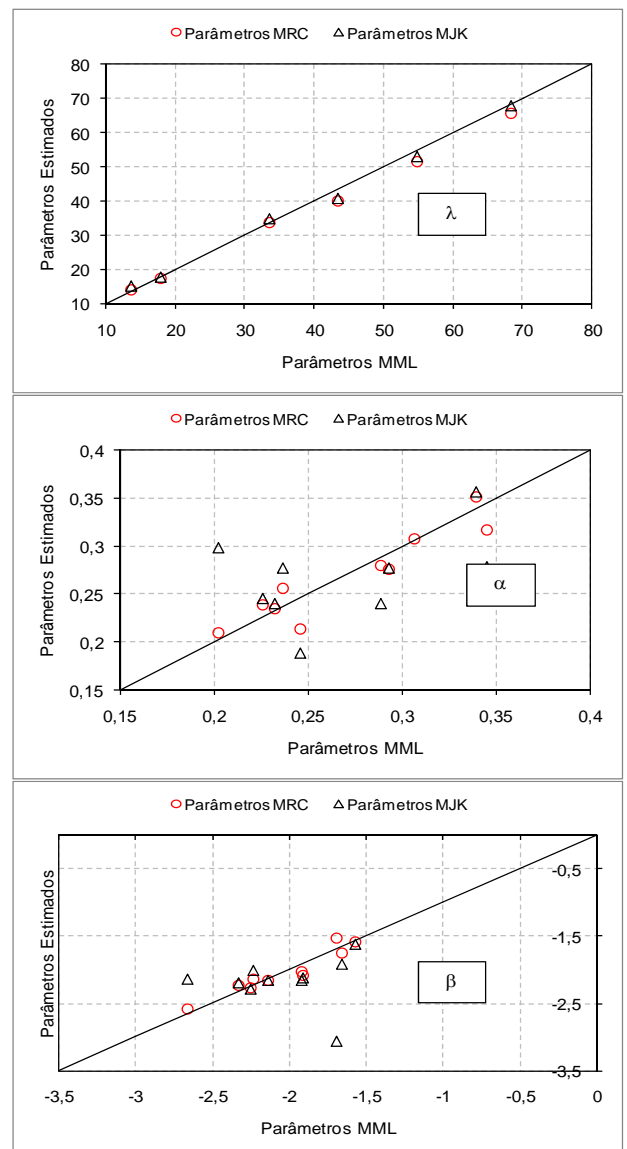
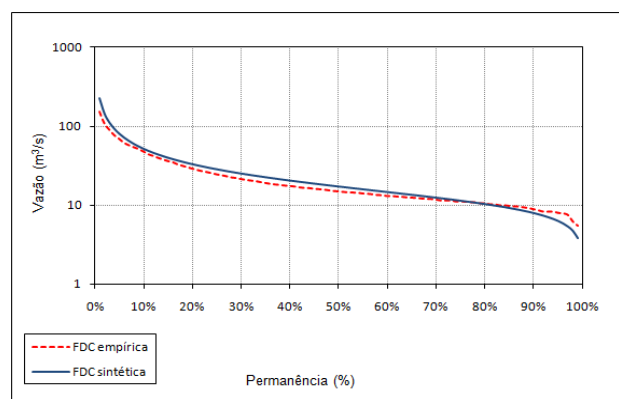


Figura 2 – Dispersão dos parâmetros estimados com os modelos regionais completos e “jack-knife” em relação às estimativas empíricas

**Tabela 2 – Índices de desempenho para os 3 modelos de estimação de parâmetros**

Estação	Modelos MML			Modelos Regionais Completos			Modelos "jack-knife"		
	e <sub>s</sub>	s <sub>e,s</sub>	E <sub>s</sub>	e <sub>s</sub>	s <sub>e,s</sub>	E <sub>s</sub>	e <sub>s</sub>	s <sub>e,s</sub>	E <sub>s</sub>
40130001-2	0,00065	0,059	0,973	-0,0264	0,059	0,950	-0,0039	0,085	0,979
40300001	-0,01411	0,080	0,985	0,0072	0,077	0,962	0,0822	0,129	0,823
40330000	-0,02464	0,090	0,955	-0,0613	0,084	0,946	-0,0228	0,083	0,963
40450001	-0,00143	0,080	0,957	0,0148	0,127	0,944	0,0712	0,193	0,884
40549998	0,00147	0,053	0,985	-0,0812	0,051	0,964	-0,0878	0,059	0,947
40680000	-0,00284	0,050	0,990	-0,0072	0,065	0,989	0,0390	0,108	0,981
40710000	-0,00921	0,076	0,990	-0,0108	0,069	0,978	0,0214	0,077	0,958
40740000	-0,01175	0,068	0,986	-0,0782	0,050	0,976	-0,0514	0,057	0,974
40800001	0,00038	0,061	0,978	-0,0345	0,062	0,938	0,0053	0,069	0,891
40865001	-0,00985	0,080	0,979	-0,1036	0,074	0,945	-0,0870	0,081	0,931
Descritores P	P1		100,00	P1		100,00	P1		100,00
	P2		0,00	P2		0,00	P2		0,00
	P3		0,00	P3		0,00	P3		0,00



**Figura 3 – Comparação entre as FDC's sintética e empírica na estação de Jaguaruna**

A análise da tabela 2 atesta a qualidade de ajuste proporcionada pela distribuição Burr XII estendida, haja vista os reduzidos erros médios e os elevados coeficientes de Nash-Sutcliffe observados. Além disso, observa-se que o desempenho dos modelos “jack-knife” não é muito inferior ao dos modelos regionais completos, evidenciando-se mais uma vez a robustez e confiabilidade da metodologia proposta.

# APLICAÇÃO DA METODOLOGIA A BACIAS COM RIOS INTERMITENTES E EFÊMEROS NAS BACIAS DO CEARÁ

As bacias selecionadas se dispersam por grande parte do estado do Ceará. Foram utilizadas

estações pertencentes às bacias dos rios Poti, Banabuiú, Jaguaribe, Acaraú e Salgado. Essas bacias são mostradas na Figura 4.



**Figura 4 – Localização das bacias do Ceará.**  
**Fonte: FUNCEME ([www.funceme.br](http://www.funceme.br))**

Nas bacias cearenses, foram adotados períodos de observação de dados variando entre 13 e 62

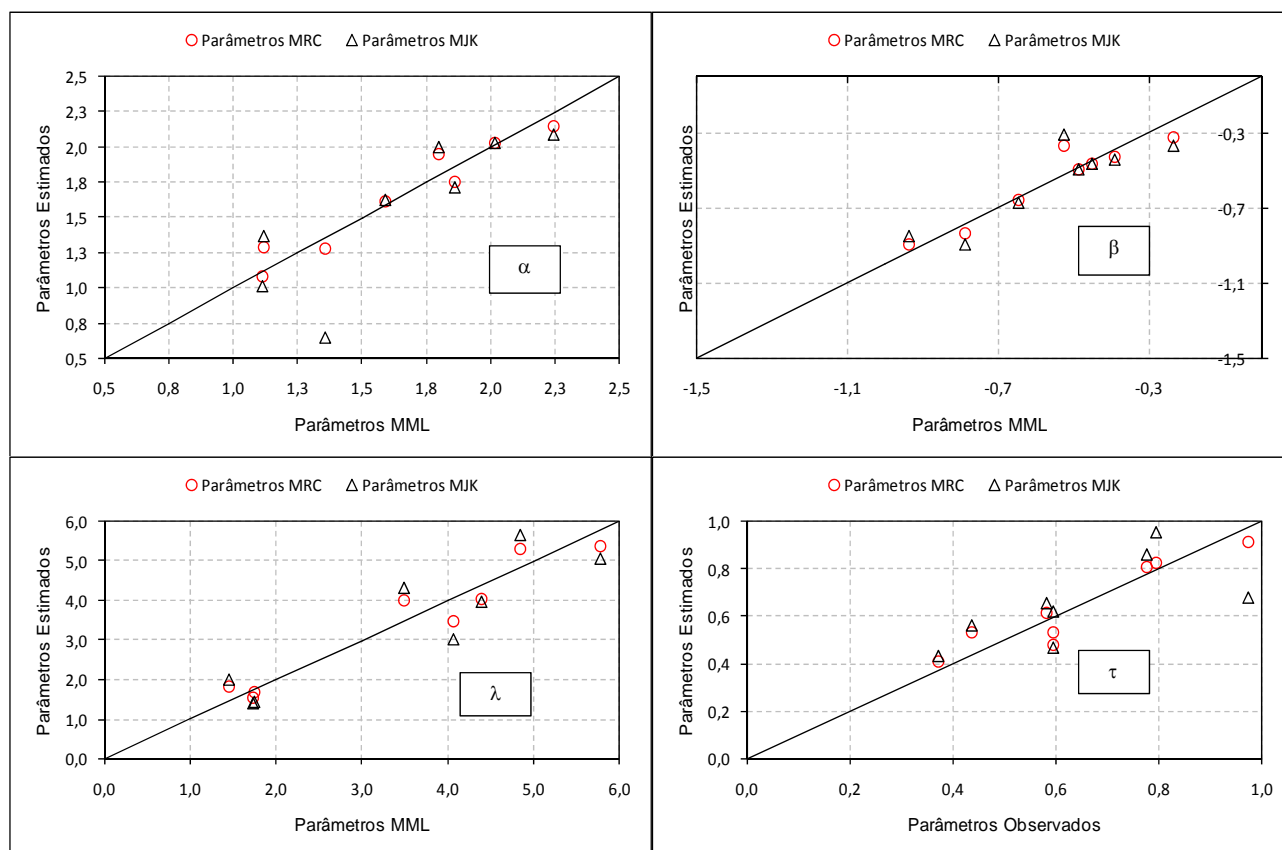


Figura 5 – Dispersão dos parâmetros estimados com os modelos regionais completos e “jack-knife” em relação às estimativas empíricas

anos, com média de 28 anos. Foram utilizados 8 postos na construção dos modelos regionais.

Também nessa região de estudo, o método dos momentos-L mostrou-se mais adequado à estimação dos parâmetros da distribuição de probabilidades. Passou-se então à construção dos modelos regionais. As equações de regressão acham-se apresentadas na Tabela 3. O leitor deve consultar a lista de notações do Apêndice 1 para das identificação das variáveis explicativas.

Tabela 3 – Equações de regressão para os 4 parâmetros da distribuição Burr XII estendida

Equação Regional
$\lambda = 0,18167CTD^{0,54533}C_{esc}^{0,6463}$
$\alpha = 1,49157 - 0,00538CT + 0,01298Cris$
$\beta = -0,68494 - 0,000041CTD + 0,004255Cris$
$\tau = 1,36013 - 0,01036P^{0,5} + 0,00503CTD^{0,5} - 0,08628Cris^{0,5}$

### Análise de desempenho dos modelos regionais

Na Figura 5, mostra-se um gráfico de dispersão dos parâmetros dos modelos regionais completos e dos modelos “jack-knife”, em relação às suas estimativas locais. Percebe-se que a dispersão não é acentuada para os parâmetros  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\lambda$ . Para o parâmetro  $\tau$ , no entanto, a dispersão é significativa. Esse fato se explica pelo valor do coeficiente  $R^2$  na equação de regressão do modelo regional completo, que explicou somente 87% da variância total.

Em função das estimativas ruins encontradas para o parâmetro  $\tau$ , o desempenho da metodologia não foi tão satisfatório quanto o apresentado nas bacias de Minas Gerais. Em 3 das estações utilizadas foram verificados valores inferiores a 0,50 para o índice  $E_s$ . Além disso, os erros relativos apresentaram valores extremamente elevados no ramo inferior das curvas de permanência, região esta em que a influência do parâmetro  $\tau$  é mais percebida.

**Tabela 4 – Índices de desempenho dos modelos de curvas de permanência do Ceará**

Estação	Parâmetros Burr XII estendida			MRC- $t_{obs}$			MRC- $t_{est}$			MJK - $t_{obs}$			MJK - $t_{est}$		
	$e_s$	$s_{a,s}$	$E_s$	$e_s$	$s_{a,s}$	$E_s$	$e_s$	$s_{a,s}$	$E_s$	$e_s$	$s_{a,s}$	$E_s$	$e_s$	$s_{a,s}$	$E_s$
34750000	0,08111	0,266	0,955	0,0636	0,302	0,821	0,5136	1,880	0,070	1,4262	6,231	0,845	3,9916	20,110	0,085
35210000	-0,09165	0,297	0,980	-0,1127	0,270	0,949	1,0383	3,502	0,961	-0,1852	0,238	0,886	2,1533	8,274	0,877
35260000	-0,07534	0,224	0,953	-0,1258	0,229	0,947	-0,6122	0,288	0,888	-0,1287	0,240	0,981	0,1012	0,202	0,971
36110000	-0,08934	0,289	0,967	0,1777	0,350	0,917	-0,2483	0,378	0,987	0,3034	0,387	0,939	-0,4813	0,357	0,967
36125000	0,17937	0,512	0,984	0,1890	0,721	0,933	1,2992	3,544	0,953	0,0511	0,414	0,946	2,4140	6,770	0,893
36210000	0,38941	1,274	0,981	0,2566	1,277	0,986	1,0529	3,550	0,978	-0,1563	0,459	0,908	4,2521	11,993	0,983
36290000	0,04519	0,362	0,919	0,1494	0,487	0,820	0,5081	0,403	0,587	0,1936	0,528	0,866	-0,5486	0,418	0,464
36470000	-0,09428	0,249	0,991	-0,1345	0,241	0,941	2,6483	4,340	0,912	-0,1382	0,244	0,684	3,8420	6,548	0,452
Descritores P	P1	100,00		P1	100,00		P1	75,00		P1	87,50		P1	62,50	
	P2	0,00		P2	0,00		P2	0,00		P2	12,50		P2	0,00	
	P3	0,00		P3	0,00		P3	25,00		P3	0,00		P3	37,50	

Dada a sensibilidade das estimativas de vazão em relação ao parâmetro  $\tau$ , fez-se o cálculo dos índices de desempenho também para o valor observado do mesmo, mantendo-se as estimativas dos modelos “jack-knife” para os demais parâmetros. Foi possível observar uma redução sensível nos valores dos erros relativos. Além disso, apenas uma estação apresentou indicador  $E_s$  na faixa intermediária, o que mostra, por um lado, a robustez dos modelos regionais para esta situação, e, por outro, a necessidade de melhores estimativas para  $\tau$ .

As Figuras 6 e 7 mostram a comparação entre as curvas sintética e empírica para os valores modelados e observados de  $\tau$  na estação de Sítio Lapinha.

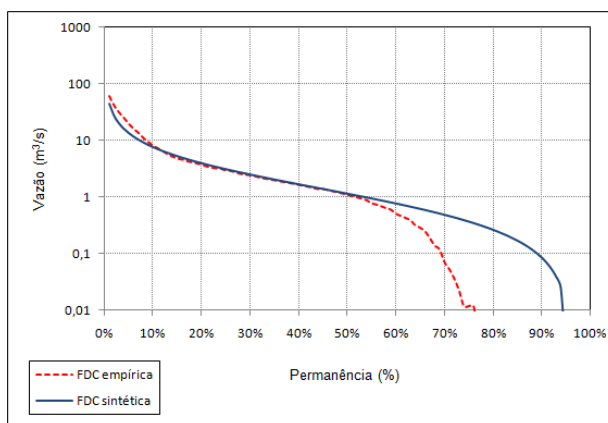
Foi avaliada também a dispersão dos resíduos em relação à área de drenagem das bacias. Não se constatou tendências de variação, mas observou-se que os erros relacionados aos modelos com  $\tau$  estimado são sensivelmente maiores.

A título ilustrativo, os mesmos indicadores foram calculados para os modelos regionais completos e também para as estimativas por momentos-L, considerando-se sempre as avaliações com valores estimados e observados de  $\tau$ . Os indicadores de desempenho para os 4 modelos estão sumariados na Tabela 4.

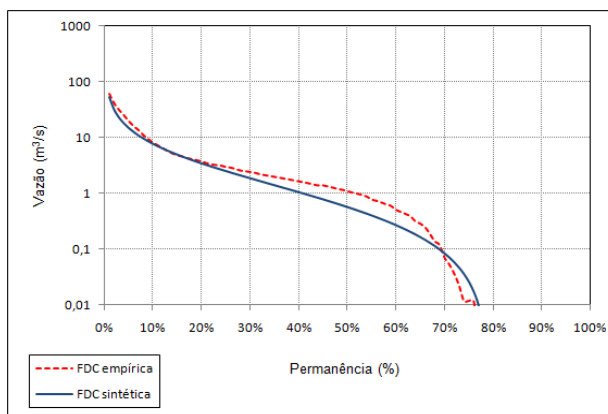
A análise da tabela 4 mostra que os erros relativos médios observados nas bacias cearenses são maiores do que aqueles das bacias mineiras. Atribui-se esse fato à dificuldade de se modelar o ramo inferior das curvas de permanência de cursos d’água intermitentes e/ou efêmeros. Fica clara também a influência do parâmetro  $\tau$  no desempenho dos modelos regionais completos e “jack-knife”.

Conclui-se assim que a robustez da metodologia é diretamente relacionada a boas estimativas do parâmetro  $\tau$ . Os resultados obtidos para valores

observados do referido parâmetro foram satisfatórios, demonstrando a confiabilidade e robustez da metodologia, sob tal cenário.



**Figura 6 – Comparação entre as FDC's sintética e empírica na estação de Sítio Lapinha –  $\tau$  modelado**



**Figura 7 – Comparação entre as FDC's sintética e empírica na estação de Sítio Lapinha –  $\tau$  observado**



## DISCUSSÃO E CONCLUSÕES

O principal objetivo do presente artigo foi o desenvolvimento de uma metodologia de regionalização de curvas de permanência aplicável indistintamente a cursos d'água perenes, intermitentes e efêmeros.

A metodologia preconizou o uso da distribuição Burr XII estendida na modelação das curvas de permanência. Essa distribuição mostrou-se bastante flexível, conseguindo reproduzir adequadamente os extremos das FDC's.

A análise dos erros relativos médios dos modelos ajustados pela referida distribuição de probabilidades mostrou uma tendência regional de subestimação de vazões. Essa tendência se acentua no ramo inferior das FDC's e pode ser atribuída ao método de estimação de parâmetros.

Os modelos regionais desenvolvidos para as bacias mineiras mostraram resultados bastante satisfatórios. Mesmo com a perda de informação decorrente da retirada de uma estação no procedimento de validação cruzada, os modelos "jack-knife" conseguiram reproduzir com razoável precisão a curva empírica da estação em questão.

Nas bacias cearenses, entretanto, os resultados não foram tão bons. A influência do parâmetro  $\tau$  nas estimativas de vazão é muito acentuada, o que acarreta um grande aumento dos erros na região compreendida entre os valores modelados e observados do referido parâmetro.

A validação cruzada mostrou que a metodologia não apresenta robustez e confiabilidade quando se utilizam as estimativas de  $\tau$  no cálculo dos índices de desempenho. Em função disso, tais índices foram novamente calculados, considerando-se os valores observados do parâmetro.

Essa nova avaliação mostrou uma redução sensível dos erros, bem como um desempenho geral mais próximo daquele observado nas bacias de Minas Gerais. Este fato evidencia a necessidade de se melhorar as estimativas de  $\tau$ .

Diante do exposto, sugere-se a inclusão de outras variáveis hidrogeológicas, mais representativas ou mais associadas à variação do parâmetro  $\tau$ , nas equações de regressão, de forma a explicar de modo mais preciso o regime de vazões nestas bacias.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à FAPEMIG, pela bolsa de mestrado de Veber Costa e pelo apoio PPM-00158-09, assim como ao CNPq pelo auxílio conce-

dido no âmbito do projeto de pesquisa 301133/2009-3.

## APÊNDICE 1 – LISTA DE NOTAÇÕES

A – área de drenagem da bacia  
 AFDC – “*annual flow duration curve*” ou curva de permanência anual  
 $C_{esc}$  – coeficiente de escoamento da bacia, dado pela relação entre o volume escoado e o volume precipitado  
 Cris – percentual da bacia localizado na região do embasamento cristalino  
 CT – comprimento do curso d'água principal  
 CTD – comprimento total de drenagem  
 FDC – “*flow duration curve*” ou curva de permanência de longo termo  
 FUNCEME – Fundação Cearense de Meteorologia e Recursos Hídricos  
 $H_{máx}$  – cota máxima da bacia  
 $k_c$  – coeficiente de compacidade da bacia  
 $k_f$  – coeficiente de forma da bacia  
 P – chuva média anual

## REFERÊNCIAS

- BURR, I.W. Cumulative frequency functions. In: III Meeting of Institute of Mathematical Statistics, p. 215-232, 1942.
- CASTELLARIN, A.; GALEATI, G.; BRANDIMARTE, L.; MONTANARI, A.; BRATH, A. Regional flow-duration curves: reliability for ungauged sites. *Advances in Water Resources*, 27, p. 953-965, 2004.
- HAAN, C. T. *Statistical Methods in Hidrology*. 2a ed. Ames, Iowa: The Iowa State University, Press/Ames, 1977. 378 p.
- HUGHES, D. A.; SMAKHTIN, V. Y. Daily flow data time series patching or extension: a spatial interpolation based on flow duration curves. *Hydrological Sciences Journal*, 41 (6), p. 851-871, 1996.
- PINHEIRO, V.B. Calibração de um modelo chuva-vazão em bacias sem monitoramento fluviométrico a partir de curvas de permanência sintéticas. Departamento de Engenharia Hidráulica e Recursos Hídricos da UFMG, Belo Horizonte, 2009, 291 p.
- PINHEIRO, V.B.; NAGHETTINI, M. Calibração de um modelo chuva-vazão em bacias sem monitoramento fluviométrico a partir de curvas de permanência sintéticas. *Revista Brasileira de Recursos Hídricos*, 15 (2), p. 143-156, 2010.

- SHAO, Q., ZHANG, L., CHEN, Y.D., SINGH, V.P. A new method for modelling flow duration curves and predicting streamflow regimes under altered land-use conditions. *Journal des Sciences Hydrologiques* 54, p. 606-622, 2009.
- SHAO, Q., WONG, H., XIA, J., WAI-CHEUNG, I. Models for extremes using the extended three-parameter Burr XII system with application to flood frequency analysis. *Hydrological Sciences Journal* 49, p. 685-700, 2004.
- SMAKHITIN, V. Y.; HUGHES, D. A.; CREUSE-NAUDIN, E. Regionalization of daily flow characteristics in part of the Eastern Cape, South Africa. *Hydrological Sciences Journal*, 42 (6), p. 919-936, 1997.
- VOGEL, R.M.; FENNESSEY, N.M. Flow-duration curves I: new interpretation and confidence intervals *Journal of Water Resources Planning and Management*, 120 (4), p. 485-504, 1994.

***Regional Models for Flow Duration Curves of Perennial, Intermittent and Ephemeral Rivers Using the Extended Burr XXII Distribution***

**ABSTRACT**

*One of the current challenges faced by hydrologic engineers refers to the estimation of the variables needed to promote adequate actions for water resources planning and management in ungauged watersheds. In order to deal successfully with such a challenge, techniques of spatial transposition of hydrological information, as exemplified by regional methods, are widely employed. In this paper, we describe our experience in conceiving regional models of flow duration curves for perennial, intermittent, and ephemeral rivers. In this context, we explore the use of the complement of the Extended Burr XII cumulative probability distribution function as a model for flow duration curves, because of its flexible shape and its adherence to empirical data, including to observed extreme flows. The regional models were built for two study regions with distinct climate patterns, in the Brazilian states of Minas Gerais and Ceará, thus including perennial, intermittent, and ephemeral rivers. The performance analysis revealed that, in general, the proposed models are able to adequately synthesize flow duration curves in ungauged watersheds, with minor restrictions to their applications in intermittent and ephemeral rivers.*

**Key-words:** duration curve, extended Burr XII probability distribution