

Modelo de Otimização Combinado para a Operação de Sistemas de Distribuição de Água

Wilson Fadlo Curi; Alcigeimes Batista Celeste; Adalberto Aragão de Albuquerque

Centro de Tecnologia e Recursos Naturais CTRN – UFCG

wfcuri@yahoo.com.br, geimes@yahoo.com, aragaualbuquerque@hotmail.com

Recebido: 12/01/10 - revisado: 29/03/11 - aceito: 16/11/11

RESUMO

O crescente aumento da demanda e as limitações na oferta requerem, cada vez mais, a expansão da capacidade dos sistemas de abastecimento de água e, por consequência, maiores exigências de energia elétrica para operar tais sistemas. Desta forma, a minimização dos gastos com energia em sistemas de abastecimento de água torna-se fundamental no manejo destes sistemas. Vários modeladores vêm fazendo uso de modelos de simulação e otimização, incluindo aplicações de programação linear, não linear e algoritmos heurísticos (algoritmos genéticos, etc.) para atingir estes objetivos. No entanto, as soluções geralmente obtidas não são ótimas globais ou números binários (que refletem o liga-desliga dos conjuntos motores-bomba) e muitos modelos, sobretudo os baseados em estratégias evolucionárias, apresentam um tempo computacional de convergência proibitivo. Este artigo propõe uma metodologia combinada que faz uso, numa primeira etapa, de programação linear para determinar a solução ótima global e, numa segunda etapa, de programação quadrática para reduzir a quantidade de números fracionários encontrados na primeira fase, ou seja, aproximá-los de inteiros binários. O modelo é aplicado ao sistema principal de abastecimento da cidade de Campina Grande, Paraíba gerando resultados satisfatórios.

Palavras-chave: Eficiência energética, sistemas de abastecimento de água,, programação linear, programação quadrática.

INTRODUÇÃO

No intuito do desenvolvimento sócio-econômico, o homem sempre procurou, ao longo da história, aumentar suas fontes de energia para atender suas crescentes demandas. Na década de 90, deixando de lado os conceitos de desenvolvimento a “qualquer preço”, os países passaram a incorporar os valores de desenvolvimento sustentável e, por conseguinte, os usos de energia e recursos naturais sofreram uma grande valorização, refletindo uma mudança do puro aumento de oferta para controle da demanda e uso racional destes recursos. Os usos, envolvendo os recursos hídricos, não fugiram dessa regra e as empresas fornecedoras de energia elétrica e de saneamento vêm, cada vez mais, enfatizando e desenvolvendo conceitos de eficiência no uso da água e energia.

Os sistemas de abastecimento de água consomem entre dois e três por cento da energia do mundo, utilizando-a no bombeamento e tratamento de água para residências urbanas e industriais (USEPA, 1998). Por outro lado, a crescente demanda de consumo de água nas cidades tem tornado a operação dos sistemas de bombeamentos cada vez mais complexa. A dependência entre os sistemas

tarifários de energia, em conjunto com o desperdício e perdas de água nas cidades, vem causando onerosos custos às empresas de saneamento. A complexidade do sistema e a preocupação na redução dos custos de bombeamento de água evocaram a introdução de conceitos de políticas operacionais otimizadas para sistemas de abastecimento de água.

De acordo com Sampaio Filho e Alcalde (2004), o Brasil é o segundo país com maior tarifa de energia e o sétimo se não for incluído os impostos. Nesse contexto, na busca por redução dos custos tarifários a maioria das empresas de saneamento tem realizado esforço na automação do funcionamento das bombas e válvulas, principalmente com relação ao nível dos reservatórios e pressão na rede. Apesar dos altos investimentos, a automação por si só não pode garantir a redução no consumo de energia e financeiro. Na redução do custo de energia elétrica desses sistemas, diversas alternativas podem ser tomadas (Tsutiya, 2001): 1) Conhecimento do sistema tarifário; 2) Redução da potência do equipamento; 3) Alteração do sistema operacional; 4) Automação do sistema de abastecimento de água; e 5) Geração de energia via fontes alternativas de energia elétrica. Dentre as técnicas destacadas, uma vez que os sistemas de abastecimento já se encon-

tram implantados, ênfase tem se dado à determinação de regras operacionais ótimas que podem ser usadas em processos de automação.

Várias técnicas têm sido desenvolvidas para a determinação da seqüência de liga-desliga de conjuntos motores-bomba em sistemas de abastecimento de água. Neste foco, a literatura apresenta os seguintes tipos de aplicações:

- **Métodos heurísticos:** Tarquin e Downdy (1989); Ormsbee e Reddy (1995); Pezeshk e Helweg (1996); Leon *et al.* (2000); Barbosa (2001); Carrijo e Reis (2006); Wood e Reddy (1994); Righetto (2002); Machado *et al.* (2005)
- **Programação dinâmica:** Zessler e Shamir (1989); Lansey e Awumah (1994); Nitivattananon *et al.* (1996)
- **Programação linear:** Little e McCrodden (1989); Jowitt e Germanopoulos (1992); Venturini (1997); Francato e Barbosa (1999), Barbosa *et al.* (1999)
- **Programação linear inteira:** Firmino *et al.* (2006)
- **Programação não linear:** Brion e Mays (1991); Sakarya e Mays (2000); Albuquerque *et al.* (2004)
- **Programação não linear inteira:** Almeida e Barbosa (2005)

No entanto, estas técnicas geralmente apresentam problemas relacionados ao tempo de convergência computacional e à capacidade de memória requerida assim como em relação à solução encontrada e considerada ótima, que pode ser local ou apresentar valores fracionários quando o desejado seria números inteiros binários, 0 ou 1, que representam um sistema motor-bomba desligado ou ligado, respectivamente.

Assim sendo, o foco deste trabalho está no desenvolvimento de uma metodologia que tenha baixo requerimento de capacidade de memória e tempo computacional, assim como obtenha uma solução que seja muito próxima da ótima global (que gera uma menor quantidade de valores fracionários). Dentro deste contexto, numa primeira etapa é aplicada uma metodologia envolvendo programação linear, com a finalidade de se obter uma solução ótima global. Numa segunda etapa, procura-se, via programação quadrática (otimização de uma função objetivo quadrática, mas com restrições lineares), aproximar os valores fracionários para números inteiros binários, buscando-se manter os custos

obtidos na etapa inicial e satisfazendo as restrições físicas e operacionais do sistema.

METODOLOGIA

O processo de otimização utilizado neste estudo visa encontrar a quantidade de acionamentos horários de conjuntos motores-bomba instalados em estações elevatórias de um determinado sistema de distribuição de água que minimizem o gasto com energia elétrica na operação do sistema durante um período de 24 horas, mantendo condições finais sustentáveis nos reservatórios para que o sistema opere da mesma forma no dia seguinte.

A primeira etapa do processo utiliza programação linear considerando um intervalo de acionamento contínuo para garantir a solução ótima global das frações horárias de acionamento das máquinas e dos volumes nos reservatórios. A segunda etapa utiliza programação quadrática para minimizar a quantidade de valores fracionários encontrados durante a etapa inicial, mantendo-se o número de horas em que as bombas ficam ligadas (e, portanto, o gasto com energia) estabelecidos pelo modelo linear. As duas etapas e seus respectivos modelos são discutidos nas seções a seguir.

Etapa 1 – Modelo de programação linear

O objetivo nesta etapa é determinar a fração $\alpha(i, j, t)$ da hora t para o funcionamento do conjunto motor-bomba j da estação elevatória i em cada uma das 24 horas de um dia de operação ($t = 1, \dots, 24$) de forma a minimizar o gasto total com energia elétrica. Além disso, deve-se manter um volume mínimo no final do último intervalo de tempo ($t = 24$) para garantir a sustentabilidade hídrica dos reservatórios para a operação no próximo dia.

Sejam $E(i, j)$ o acréscimo de energia (KWh) quando se liga o conjunto motor-bomba (CMB) j da estação elevatória (EE) i , $\Delta Q(i, j)$ o acréscimo de vazão (m^3/h) da colocação do j -ésimo CMB em paralelo na EE i , e $T(t)$ a tarifa de consumo (R\$/KWh) no período de tempo t . O custo de energia C por unidade de vazão deste CMB durante a percentagem de tempo em que o mesmo trabalha durante o período t é, portanto,

$$C(i, j, t) = \alpha(i, j, t) \cdot \frac{T(t) \cdot E(i, j)}{\Delta Q(i, j)} \quad (1)$$

Para uma dada estação elevatória i , o custo total diário de operação será, assim, a soma dos $C(i, j, t)$ para todos os $nCMB$ conjuntos motores-bomba desta EE durante todas as 24 horas do dia:

$$C(i) = \sum_{j=1}^{nCMB} \sum_{t=1}^{24} \alpha(i, j, t) \cdot \frac{T(t) \cdot E(i, j)}{\Delta Q(i, j)} \quad (2)$$

Como o objetivo é minimizar este custo, uma função objetivo apropriada para o problema de otimização pode, então, ser escrita da forma:

$$\min Z(i) = \sum_{j=1}^{nCMB} \sum_{t=1}^{24} \alpha(i, j, t) \cdot 10^{j-1} \cdot \frac{T(t) \cdot E(i, j)}{\Delta Q(i, j)} \quad (3)$$

O termo 10^{j-1} foi acrescentado para priorizar o acionamento dos CMBs que produzem maiores vazões. A função objetivo final Z é composta pela soma da função (3) para todas as elevatórias:

$$\begin{aligned} \min Z &= \sum_{i=1}^{nEE} Z(i) \\ &= \sum_{i=1}^{nEE} \sum_{j=1}^{nCMB(i)} \sum_{t=1}^{24} \alpha(i, j, t) \cdot 10^{j-1} \cdot \frac{T(t) \cdot E(i, j)}{\Delta Q(i, j)} \end{aligned} \quad (4)$$

em que nEE é o número de estações elevatórias e $nCMB(i)$ é o número de conjuntos motores-bomba na elevatória i .

Esta função está sujeitas as restrições operacionais do sistema. Uma primeira delas é devido ao princípio da continuidade, que estabelece que o volume em um reservatório no final de um período, $V_R(t)$, é igual ao volume no início do período, $V_R(t-1)$, mais o saldo de vazão que entra e sai das e para as adutoras, subtraído da demanda neste reservatório, $D_R(t)$:

$$\begin{aligned} V_R(t) &= V_R(t-1) + \\ &\underbrace{\sum_{i=1}^{nAE} \sum_{j=1}^{nCMB(i)} \Delta Q(i, j) \cdot \alpha(i, j, t)}_{\text{entrada de adutoras}} - \underbrace{\sum_{i=1}^{nAS} \sum_{j=1}^{nCMB(i)} \Delta Q(i, j) \cdot \alpha(i, j, t)}_{\text{saída de adutoras}} \\ &- \underbrace{D_R(t)}_{\text{demanda no reservatório}}; \forall t \end{aligned} \quad (5)$$

na qual nAE e nAS são, respectivamente, o número de adutoras que contribuem ao reservatório e que retiram água do mesmo. A soma do terceiro e quarto termos da equação é o saldo de vazão.

Outro tipo de restrição é a quantidade máxima de bombas que devem trabalhar em cada estação:

$$\sum_{j=1}^{nCMB(i)} \alpha(i, j, t) \leq nCMB_{\max}(i); \forall i, t \quad (6)$$

Os armazenamentos nos reservatórios devem também estar dentro de limites mínimos (V_R^{\min}) e máximos (V_R^{\max}):

$$V_R^{\min} \leq V_R(t) \leq V_R^{\max}; \forall t \quad (7)$$

Finalmente, as variáveis de decisão principais, ou seja, as frações de funcionamento dos CMBs em cada hora ($\alpha(i, j, t)$) devem estar entre zero e um:

$$0 \leq \alpha(i, j, t) \leq 1; \forall i, j, t \quad (8)$$

Dependendo da configuração do sistema, outros tipos de restrições podem ser adicionadas às listada acima, como será visto na aplicação ao estudo de caso.

Etapa 2 – Modelo de programação quadrática

O modelo linear da primeira etapa fornece como resultados as frações de hora para acionamento das bombas que causam o menor gasto com energia no sistema. Devido a natureza do modelo, estes valores de $\alpha(i, j, t)$ são fracionários e correspondem a uma das soluções ótimas globais, já que o problema pode ter infinitos ótimos de operação com vários $\alpha(i, j, t)$ fracionários nos horários de ponta e fora de ponta. No entanto, não basta minimizar o custo total de operação se a quantidade de liga-desliga das bombas permanecer alta, já que isso implicaria em uma maior necessidade de manutenção das máquinas. Dessa forma, o objetivo da segunda etapa do modelo é minimizar a quantidade de $\alpha(i, j, t)$ fracionários encontrados na Etapa 1 mas com a conservação do número de horas em que as bombas ficam ligadas já estabelecidos pelo modelo linear.

Neste novo modelo, a função objetivo, de natureza quadrática, é baseada na maximização da soma do produto dos $\alpha(i, j, t)$ em uma dada hora pelo seu valor na hora anterior:

$$\max Z_Q = \sum_{i=1}^{nEE} \sum_{j=1}^{nCMB(i)} \sum_{t=2}^{24} \alpha(i, j, t-1) \cdot \alpha(i, j, t) \quad (9)$$

As restrições (6)-(8) continuam na formulação do modelo quadrático. Uma primeira restrição adicional visa manter a soma dos $\alpha(i, j, t)$ no horário de ponta igual à soma encontrada pelo modelo linear. Sendo P_i e P_j o início e final do horário de ponta, respectivamente, e $\sigma_P(i, j)$ a soma dos $\alpha(i, j, t)$ no horário de ponta do CMB j da EE i , temos:

$$\sum_{t=P_i}^{P_j} \alpha(i, j, t) = \sigma_P(i, j); j = 1, \dots, nCMB(i); \forall i \quad (10)$$

Analogamente, a segunda restrição adicional visa manter a soma dos $\alpha(i, j, t)$ no horário fora de ponta igual à soma encontrada pelo modelo linear. Sendo $\sigma_{FP}(i, j)$ a soma dos $\alpha(i, j, t)$ no horário fora de ponta do CMB j da EE i , temos:

$$\sum_{t=1}^{P_i-1} \alpha(i, j, t) + \sum_{t=P_j+1}^{24} \alpha(i, j, t) = \sigma_{FP}(i, j); \quad j = 1, \dots, nCMB(i); \forall i \quad (11)$$

O último tipo de restrição adicional é aquela que força os valores de $\alpha(i, j, t)$ iguais a 0 ou 1 obtidos pelo modelo linear a serem mantidos na solução do modelo quadrático. Para isso, usa-se um coeficiente $\omega(i, j, t)$ que é igual a zero quando o correspondente $\alpha(i, j, t)$ ótimo do modelo linear ($\alpha_{PL}^*(i, j, t)$) foi fracionário, e igual a um quando $\alpha_{PL}^*(i, j, t)$ foi binário. Assim, as restrições para o modelo quadrático tornam-se:

$$\omega(i, j, t) \cdot \alpha(i, j, t) = \alpha_{PL}^*(i, j, t); \quad j = 1, \dots, nCMB(i); \forall i, t \quad (12)$$

SISTEMA DE ABASTECIMENTO EM ESTUDO

O estudo de caso para aplicação do modelo que visa a minimização dos custos de energia na operação de conjuntos motores-bomba é o sistema de abastecimento de Campina Grande, cidade paraibana de aproximadamente 400 mil habitantes, situada a 120 km da capital João Pessoa, e um dos

mais importantes centros urbanos do interior do Nordeste Brasileiro. Esse sistema de abastecimento urbano é administrado pela CAGEPA – Companhia de Águas e Esgotos do Estado da Paraíba, uma empresa mista (pública e estadual).

O sistema começa com a captação na Barragem Epitácio Pessoa, mais conhecida como Boqueirão, de onde, através de uma junção, partem duas adutoras de 1.100 e 900 mm, que levam água bruta por gravidade até duas estações elevatórias (EE-I e EE-II). Destas estações saem duas adutoras, uma de 800 mm (EE-I) e outra de 900 mm (EE-II) para a Estação de Tratamento de Água (ETA), no município de Gravatá, com comprimentos de 21 km e vazão média de 61.000 m³/dia. A ETA de Gravatá tem uma capacidade máxima de tratamento de 6.000 m³/h. O sistema de bombeamento de Gravatá, com três elevatórias, é responsável pelo fornecimento de água para os reservatórios de distribuição R9, com capacidade de 3.400 m³, e R5, com capacidade de 8.000 m³, sendo ambos abastecidos pelo poço de sucção R0 junto à ETA. A água é transportada via três adutoras: uma de 500 mm (bombeada pela EE-III), uma de 700 mm (bombeada pela EE-IV) e outra de 800 mm (bombeada pela EE-V). O sistema principal é responsável pelo abastecimento de outros 29 reservatórios de distribuição, uma malha de 450 km de rede de distribuição de água, com um total de 83.500 ligações domiciliares.

A Figura 1 representa o sistema simplificado de abastecimento de Campina Grande, com as seis principais estações elevatórias e a ETA. A demanda principal de Campina Grande é suprida pelos reservatórios de distribuição R9 e R5. A partir deste, outros reservatórios são alimentados por gravidade e não têm interesse para o escopo deste trabalho. A distribuição da demanda horária média é representada na Tabela 1.

Para evitar transbordamento ou cavitação no poço de sucção (R0) e nos demais reservatórios foram adotados como volumes máximos e mínimos àqueles apresentados na Tabela 2. No Brasil, é adotado uma capacidade mínima de reserva igual a um terço do volume distribuído no dia de consumo máximo (Tsutiya, 2001). Foi aplicada esta condição ao reservatório R9 assegurando condições de emergência e mantendo pressões na rede distribuidora. Observa-se, também, na Tabela 2 o requerimento de um volume mínimo ao final do processo de otimização, como sendo igual ao volume inicial, que não permite deplecionar o reservatório no fim do período de um dia, permitindo a repetição do processo no dia seguinte (condição de sustentabilidade hídrica).

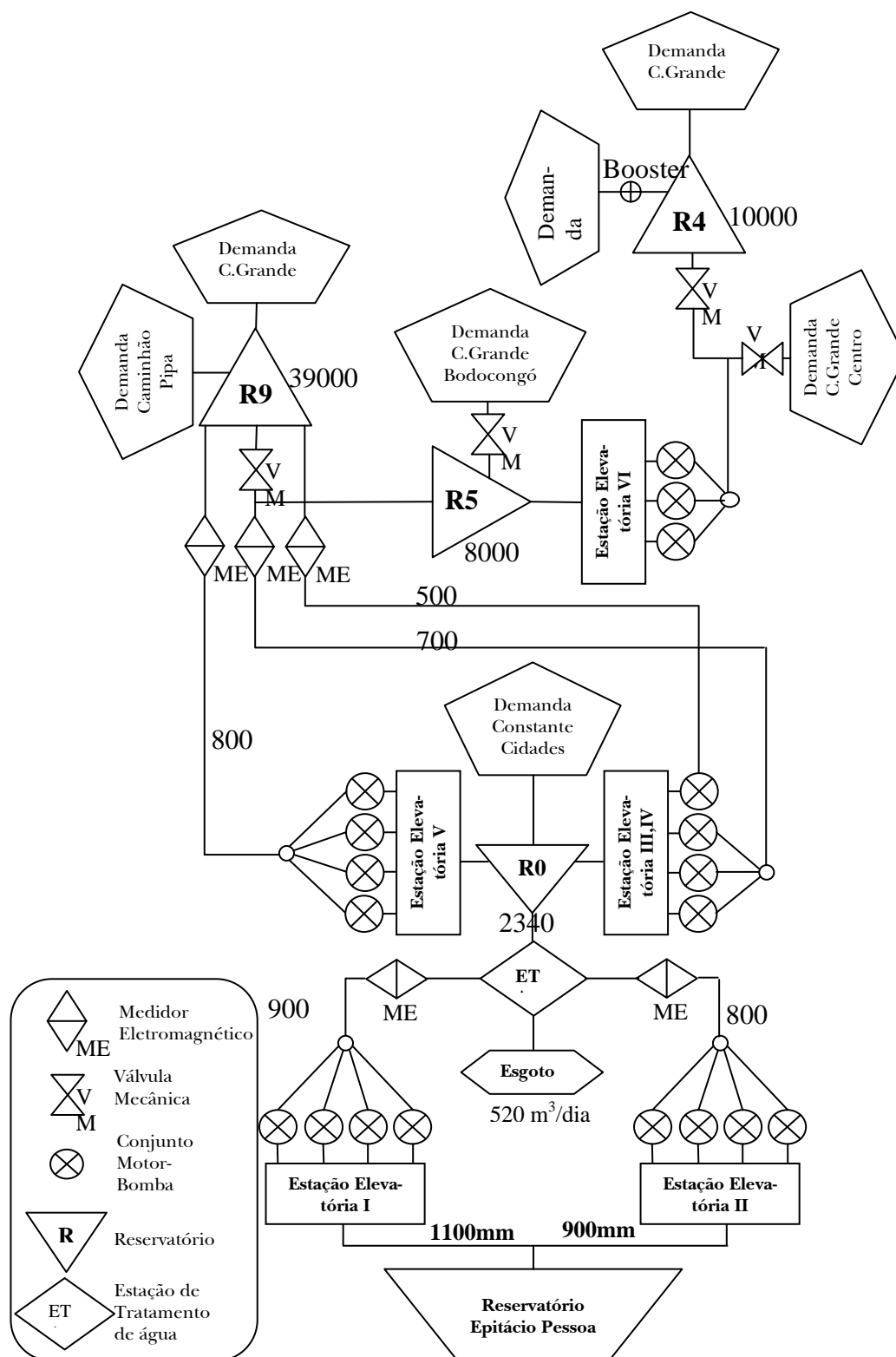


Figura 1 – Esquema do sistema principal de Distribuição de Campina Grande

Os sistemas de bombeamento nas elevatórias I, II, IV, V e VI ocorrem com o funcionamento de bombas em paralelo através da conexão em barriletes. Os acréscimos de vazão ao ser ligado em paralelo cada conjunto motor-bomba, para cada elevatória, são apresentados na Tabela 3. Os acréscimos de energia, considerando-se que cada conjunto motor-bomba ligado a elevatória trabalha a plena carga, são apresentados na Tabela 4.

Tabela 1 – Demandas durante as horas de um dia de operação no sistema

| Hora | Demanda (m ³ /h) | | | | |
|------|-----------------------------|----------|--------|--------|--------|
| | R0 | R9 | R5 | R4 | Centro |
| 1 | 1.050,00 | 1.065,00 | 659,58 | 486,36 | 699,88 |
| 2 | 1.050,00 | 1.068,00 | 658,71 | 540,00 | 700,00 |
| 3 | 1.050,00 | 1.079,00 | 659,58 | 534,00 | 698,15 |
| 4 | 1.050,00 | 1.089,00 | 659,16 | 555,84 | 699,88 |
| 5 | 1.050,00 | 1.100,00 | 660,03 | 402,23 | 700,00 |
| 6 | 1.050,00 | 1.250,00 | 659,16 | 486,36 | 699,88 |
| 7 | 1.050,00 | 1.450,00 | 660,16 | 486,00 | 699,88 |
| 8 | 1.050,00 | 1.860,00 | 658,78 | 551,00 | 698,00 |
| 9 | 1.050,00 | 2.030,00 | 661,45 | 555,84 | 698,00 |
| 10 | 1.050,00 | 2.035,00 | 659,16 | 486,00 | 700,00 |
| 11 | 1.050,00 | 2.555,00 | 658,71 | 486,36 | 700,00 |
| 12 | 1.050,00 | 2.620,00 | 661,43 | 402,23 | 699,88 |
| 13 | 1.050,00 | 2.621,00 | 659,58 | 540,00 | 698,00 |
| 14 | 1.050,00 | 1.720,00 | 658,71 | 486,36 | 698,00 |
| 15 | 1.050,00 | 1.500,00 | 659,58 | 486,00 | 696,00 |
| 16 | 1.050,00 | 1.530,00 | 659,16 | 540,00 | 698,88 |
| 17 | 1.050,00 | 1.670,00 | 660,03 | 540,00 | 700,00 |
| 18 | 1.050,00 | 1.865,00 | 659,16 | 486,00 | 698,00 |
| 19 | 1.050,00 | 1.871,00 | 660,16 | 540,00 | 700,00 |
| 20 | 1.050,00 | 1.735,00 | 658,78 | 486,36 | 699,88 |
| 21 | 1.050,00 | 1.641,00 | 661,45 | 555,00 | 699,88 |
| 22 | 1.050,00 | 1.510,00 | 659,16 | 486,36 | 700,00 |
| 23 | 1.050,00 | 1.412,00 | 658,71 | 540,00 | 699,88 |
| 24 | 1.050,00 | 1.295,00 | 661,43 | 486,36 | 699,88 |

A empresa responsável pelo fornecimento de energia é Companhia Energética da Borborema – CELB. A tarifa adotada é a horo-sazonal azul onde se pactua em demanda contratada no horário de ponta e fora de ponta com tarifas diferenciadas de R\$ 0,11324 e R\$ 0,07338, respectivamente. O horário de ponta, considerado neste problema, é das 16 horas às 19 horas, totalizando três horas corridas.

O processo de otimização utilizado neste estudo visa encontrar a percentagem horária de acionamento dos dezenove conjuntos motores-bomba instalados nas seis estações elevatórias do sistema de distribuição de Campina Grande que minimizem o gasto com energia elétrica na operação do sistema durante um período de 24 horas, mantendo condições finais sustentáveis nos reservatórios para que o sistema opere da mesma forma no dia seguinte.

A primeira etapa do processo utiliza programação linear considerando um intervalo de acionamento contínuo para garantir a solução ótima global das frações horárias de acionamento das máquinas e dos volumes nos reservatórios. A segunda etapa utiliza programação quadrática para minimizar a quantidade de valores fracionários encontrados durante a etapa inicial, mantendo-se o número de horas em que as bombas ficam ligadas (e, portanto, o gasto com energia) estabelecidos pelo modelo linear. As duas etapas e seus respectivos modelos são discutidos nas seções a seguir

Tabela 2 – Volumes operacionais dos reservatórios (m³)

| | R0 | R9 | R5 | R4 |
|--------------|-------|--------|-------|--------|
| Capacidade | 2.340 | 39.000 | 8.000 | 10.000 |
| Mínimo | 117 | 1.950 | 400 | 500 |
| Máximo | 1.989 | 33.150 | 6.800 | 8.500 |
| Inicial | 1.989 | 33.150 | 6.800 | 8.500 |
| Final Mínimo | 1.989 | 33.150 | 6.800 | 8.500 |

Tabela 3 – Acréscimo de vazão (m³/h) ao se ligar mais um conjunto motor-bomba (CMB) em paralelo em cada estação elevatória (EE)

| | CMB-1 | CMB-2 | CMB-3 | CMB-4 |
|--------|----------|--------|--------|----------|
| EE-I | 1.375,70 | 980,14 | 633,60 | 104,40 |
| EE-II | 1.419,48 | 935,64 | 422,48 | 1.125,86 |
| EE-III | 689,40 | – | – | – |
| EE-IV | 1.427,76 | 725,76 | 649,80 | – |
| EE-V | 1.472,40 | 943,92 | 958,88 | 305,80 |
| EE-VI | 538,90 | 571,99 | 400,43 | – |

Tabela 4 – Acréscimo de energia (KWh) ao se ligar mais um conjunto motor-bomba (CMB) em cada estação elevatória (EE)

| | CMB-1 | CMB-2 | CMB-3 | CMB-4 |
|--------|----------|----------|----------|----------|
| EE-I | 2.383,02 | 2.383,02 | 2.383,02 | 2.383,02 |
| EE-II | 1.721,07 | 1.721,07 | 1.721,07 | 1.721,07 |
| EE-III | 1.588,68 | – | – | – |
| EE-IV | 1.721,07 | 1.721,07 | 1.721,07 | – |
| EE-V | 2.416,07 | 2.416,07 | 2.416,07 | 2.416,07 |
| EE-VI | 397,17 | 397,17 | 397,17 | – |

A função objetivo final Z para este problema é:

$$\begin{aligned}
 \min Z = & \underbrace{\sum_{j=1}^4 \sum_{t=1}^{24} \left[\frac{T(t) \cdot E(1, j)}{\Delta Q(1, j)} \cdot 10^{j-1} \right] \cdot \alpha(1, j, t)}_{\text{EE-I}} \\
 & + \underbrace{\sum_{j=1}^4 \sum_{t=1}^{24} \left[\frac{T(t) \cdot E(2, j)}{\Delta Q(2, j)} \cdot 10^{j-1} \right] \cdot \alpha(2, j, t)}_{\text{EE-II}} \\
 & + \underbrace{\sum_{t=1}^{24} \left[\frac{T(t) \cdot E(3,1)}{\Delta Q(3,1)} \cdot 10^0 \right] \cdot \alpha(3,1, t)}_{\text{EE-III}} \\
 & + \underbrace{\sum_{j=1}^3 \sum_{t=1}^{24} \left[\frac{T(t) \cdot E(4, j)}{\Delta Q(4, j)} \cdot 10^{j-1} \right] \cdot \alpha(4, j, t)}_{\text{EE-IV}} \\
 & + \underbrace{\sum_{j=1}^4 \sum_{t=1}^{24} \left[\frac{T(t) \cdot E(5, j)}{\Delta Q(5, j)} \cdot 10^{j-1} \right] \cdot \alpha(5, j, t)}_{\text{EE-V}} \\
 & + \underbrace{\sum_{j=1}^3 \sum_{t=1}^{24} \left[\frac{T(t) \cdot E(6, j)}{\Delta Q(6, j)} \cdot 10^{j-1} \right] \cdot \alpha(6, j, t)}_{\text{EE-VI}} \quad (13)
 \end{aligned}$$

As restrições operacionais do sistema relativas ao balanço hídrico em cada reservatório do sistema são dadas por:

- Balanço hídrico no R4:

$$\begin{aligned}
 V_{R4}(t) = & V_{R4}(t-1) \\
 & + \underbrace{\sum_{j=1}^3 \Delta Q(6, j) \cdot \alpha(6, j, t)}_{\text{entrada adutora 500 da EE-VI}} \\
 & - \underbrace{D_{\text{centro}}(t)}_{\text{demanda derivada para o centro de C.G.}} - \underbrace{D_{R4}(t)}_{\text{demanda no R4}} ; \forall t
 \end{aligned} \quad (14)$$

- Balanço hídrico no R5

$$\begin{aligned}
 V_{R5}(t) = & V_{R5}(t-1) + \\
 & \underbrace{\sum_{j=1}^3 \Delta Q(4, j) \cdot \alpha(4, j, t)}_{\text{entrada adutora 700 da EE-IV}} \\
 & - \underbrace{\sum_{j=1}^3 \Delta Q(6, j) \cdot \alpha(6, j, t)}_{\text{saída adutora 500 da EE-VI}} \\
 & - \underbrace{D_{R5}(t)}_{\text{demanda no R5}} ; \forall t
 \end{aligned} \quad (15)$$

- Balanço hídrico no R0

$$\begin{aligned}
 V_{R0}(t) = & V_{R0}(t-1) \\
 & + \underbrace{\sum_{j=1}^4 \Delta Q(1, j) \cdot \alpha(1, j, t)}_{\text{entrada adutora 800 da EE-I}} \\
 & + \underbrace{\sum_{j=1}^4 \Delta Q(2, j) \cdot \alpha(2, j, t)}_{\text{entrada adutora 900 da EE-II}} \\
 & - \underbrace{\Delta Q(3,1) \cdot \alpha(3,1, t)}_{\text{saída adutora 500 da EE-III}} \\
 & - \underbrace{\sum_{j=1}^3 \Delta Q(4, j) \cdot \alpha(4, j, t)}_{\text{saída adutora 700 da EE-IV}} \\
 & - \underbrace{\sum_{j=1}^4 \Delta Q(5, j) \cdot \alpha(5, j, t)}_{\text{saída adutora 800 da EE-V}} \\
 & - \underbrace{D_{R0}(t)}_{\text{demanda no R0}} ; \forall t
 \end{aligned} \quad (16)$$

- Balanço hídrico no R9

$$\begin{aligned}
 V_{R9}(t) = & V_{R9}(t-1) \\
 & + \underbrace{\Delta Q(3,1) \cdot \alpha(3,1, t)}_{\text{entrada adutora 500 da EE-III}} \\
 & + \underbrace{\sum_{j=1}^4 \Delta Q(5, j) \cdot \alpha(5, j, t)}_{\text{entrada adutora 800 da EE-V}} \\
 & - \underbrace{D_{R9}(t)}_{\text{demanda no R9}} ; \forall t
 \end{aligned} \quad (17)$$

Conforme a configuração do sistema, o volume de água que sai pela adutora de 500 mm da EE-VI deve ser maior do que a demanda derivada para o centro da cidade:

$$\underbrace{\sum_{j=1}^3 \Delta Q(6, j) \cdot \alpha(6, j, t)}_{\text{saída adutora 500 da EE-VI}} \geq \underbrace{D_{\text{centro}}(t)}_{\text{demanda para o centro de C.G.}}; \forall t \quad (18)$$

Quanto as restrições sobre a quantidade de bombas que trabalham em cada estação, o número máximo de CMBs menos um (este poderá estar em manutenção), exceto para a EE-III, que contém apenas uma bomba, e EE-VI, com 3 bombas:

$$\sum_{j=1}^4 \alpha(1, j, t) \leq 3; \forall t \quad (19)$$

$$\sum_{j=1}^4 \alpha(2, j, t) \leq 3; \forall t \quad (20)$$

$$\sum_{j=1}^3 \alpha(4, j, t) \leq 2; \forall t \quad (21)$$

$$\sum_{j=1}^4 \alpha(5, j, t) \leq 3; \forall t \quad (22)$$

$$\sum_{j=1}^4 \alpha(6, j, t) \leq 3; \forall t \quad (23)$$

O volume de entrada na ETA de Gravatá das adutoras de 800 mm partindo da EE-I e da de 900 mm partindo da EE-II não deve ultrapassar a capacidade da estação de tratamento ($capETA = 6000 \text{ m}^3/\text{h}$):

$$\underbrace{\sum_{j=1}^4 \Delta Q(1, j) \cdot \alpha(1, j, t)}_{\text{entrada adutora 800 da EE-I}} + \underbrace{\sum_{j=1}^4 \Delta Q(2, j) \cdot \alpha(2, j, t)}_{\text{entrada adutora 900 da EE-II}} \leq capETA; \forall t \quad (24)$$

Os armazenamentos nos reservatórios devem estar dentro dos limites mínimos (V_R^{\min}) e máximos (V_R^{\max}) estabelecidos na Tabela 2:

$$V_{R0}^{\min} \leq V_{R0}(t) \leq V_{R0}^{\max}; \forall t \quad (25)$$

$$V_{R9}^{\min} \leq V_{R9}(t) \leq V_{R9}^{\max}; \forall t \quad (26)$$

$$V_{R5}^{\min} \leq V_{R5}(t) \leq V_{R5}^{\max}; \forall t \quad (27)$$

$$V_{R4}^{\min} \leq V_{R4}(t) \leq V_{R4}^{\max}; \forall t \quad (28)$$

Contudo, no fim da hora $t = 24$ os volumes de cada reservatório devem ser maiores do que valores pré-estabelecidos (V_R^{final} , neste estudo iguais aos respectivos volumes máximos) para garantir a sustentabilidade da operação no dia seguinte.

$$V_{R0}(24) \geq V_{R0}^{\text{final}}; \forall t \quad (29)$$

$$V_{R9}(24) \geq V_{R9}^{\text{final}}; \forall t \quad (30)$$

$$V_{R5}(24) \geq V_{R5}^{\text{final}}; \forall t \quad (31)$$

$$V_{R4}(24) \geq V_{R4}^{\text{final}}; \forall t \quad (32)$$

Finalmente, as variáveis de decisão principais, ou seja, as frações de funcionamento dos CMBs em cada hora ($\alpha(i, j, t)$) devem estar entre zero e um:

$$0 \leq \alpha(i, j, t) \leq 1; \forall i, j, t \quad (33)$$

Etapa 2 – Modelo de programação quadrática

A função objetivo, de natureza quadrática, no caso do sistema de distribuição de Campina Grande, é dada por:

$$\begin{aligned} \max Z_Q = & \underbrace{\sum_{j=1}^4 \sum_{t=2}^{24} \alpha(1, j, t-1) \cdot \alpha(1, j, t)}_{\text{EE - I}} \\ & + \underbrace{\sum_{j=1}^4 \sum_{t=2}^{24} \alpha(2, j, t-1) \cdot \alpha(2, j, t)}_{\text{EE - II}} + \\ & + \underbrace{\sum_{t=2}^{24} \alpha(3, 1, t-1) \cdot \alpha(3, 1, t)}_{\text{EE - III}} \\ & + \underbrace{\sum_{j=1}^3 \sum_{t=2}^{24} \alpha(4, j, t-1) \cdot \alpha(4, j, t)}_{\text{EE - IV}} + \\ & + \underbrace{\sum_{j=1}^4 \sum_{t=2}^{24} \alpha(5, j, t-1) \cdot \alpha(5, j, t)}_{\text{EE - V}} \\ & + \underbrace{\sum_{j=1}^3 \sum_{t=2}^{24} \alpha(6, j, t-1) \cdot \alpha(6, j, t)}_{\text{EE - VI}} \end{aligned} \quad (34)$$

As restrições (14)-(33) continuam na formulação do modelo quadrático. Uma primeira restrição adicional visa manter a soma dos $\alpha(i, j, t)$ no horário de ponta igual à soma encontrada pelo modelo linear. Sendo P_i e P_j o início e final do horário de ponta, respectivamente, e $\sigma_P(1, j)$ a soma dos $\alpha(i, j, t)$ no horário de ponta do CMB j da EE i , temos:

$$\sum_{t=P_i}^{P_f} \alpha(1, j, t) = \sigma_P(1, j); j = 1, \dots, 4 \quad (35)$$

$$\sum_{t=P_i}^{P_f} \alpha(2, j, t) = \sigma_P(2, j); j = 1, \dots, 4 \quad (36)$$

$$\sum_{t=P_i}^{P_f} \alpha(3, 1, t) = \sigma_P(3, 1) \quad (37)$$

$$\sum_{t=P_i}^{P_f} \alpha(4, j, t) = \sigma_P(4, j); j = 1, \dots, 3 \quad (38)$$

$$\sum_{t=P_i}^{P_f} \alpha(5, j, t) = \sigma_P(5, j); j = 1, \dots, 4 \quad (39)$$

$$\sum_{t=P_i}^{P_f} \alpha(6, j, t) = \sigma_P(6, j); j = 1, \dots, 3 \quad (40)$$

Analogamente, a segunda restrição adicional visa manter a soma dos $\alpha(i, j, t)$ no horário fora de ponta igual à soma encontrada pelo modelo linear. Sendo $\sigma_{FP}(1, j)$ a soma dos $\alpha(i, j, t)$ no horário fora de ponta do CMB j da EE i , temos:

$$\sum_{t=1}^{P_i-1} \alpha(1, j, t) + \sum_{t=P_f+1}^{24} \alpha(1, j, t) = \sigma_{FP}(1, j); \quad j = 1, \dots, 4 \quad (41)$$

$$\sum_{t=1}^{P_i-1} \alpha(2, j, t) + \sum_{t=P_f+1}^{24} \alpha(2, j, t) = \sigma_{FP}(2, j); \quad j = 1, \dots, 4 \quad (42)$$

$$\sum_{t=1}^{P_i-1} \alpha(3, 1, t) + \sum_{t=P_f+1}^{24} \alpha(3, 1, t) = \sigma_{FP}(3, 1) \quad (43)$$

$$\sum_{t=1}^{P_i-1} \alpha(4, j, t) + \sum_{t=P_f+1}^{24} \alpha(4, j, t) = \sigma_{FP}(4, j); \quad j = 1, \dots, 3 \quad (44)$$

$$\sum_{t=1}^{P_i-1} \alpha(5, j, t) + \sum_{t=P_f+1}^{24} \alpha(5, j, t) = \sigma_{FP}(5, j); \quad j = 1, \dots, 4 \quad (45)$$

$$\sum_{t=1}^{P_i-1} \alpha(6, j, t) + \sum_{t=P_f+1}^{24} \alpha(6, j, t) = \sigma_{FP}(6, j); \quad j = 1, \dots, 3 \quad (46)$$

O último tipo de restrição adicional é aquela que força os valores de $\alpha(i, j, t)$ iguais a 0 ou 1 obtidos pelo modelo linear a serem mantidos na solução do modelo quadrático. Para isso, usa-se um coeficiente $\omega(i, j, t)$ que é igual a zero quando o correspondente $\alpha(i, j, t)$ ótimo do modelo linear ($\alpha_{PL}^*(i, j, t)$) foi fracionário, e igual a um quando $\alpha_{PL}^*(i, j, t)$ foi binário. Assim, as restrições para o modelo quadrático tornam-se:

$$\omega(1, j, t) \cdot \alpha(1, j, t) = \alpha_{PL}^*(1, j, t); j = 1, \dots, 4; \forall t \quad (47)$$

$$\omega(2, j, t) \cdot \alpha(2, j, t) = \alpha_{PL}^*(2, j, t); j = 1, \dots, 4; \forall t \quad (48)$$

$$\omega(3, 1, t) \cdot \alpha(3, 1, t) = \alpha_{PL}^*(3, 1, t); \forall t \quad (49)$$

$$\omega(4, j, t) \cdot \alpha(4, j, t) = \alpha_{PL}^*(4, j, t); j = 1, \dots, 3; \forall t \quad (50)$$

$$\omega(5, j, t) \cdot \alpha(5, j, t) = \alpha_{PL}^*(5, j, t); j = 1, \dots, 4; \forall t \quad (51)$$

$$\omega(6, j, t) \cdot \alpha(6, j, t) = \alpha_{PL}^*(6, j, t); j = 1, \dots, 3; \forall t \quad (52)$$

ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

O modelo linear-quadrático descrito na seção anterior foi utilizado para a operação dos conjuntos motores-bomba do sistema de abastecimento

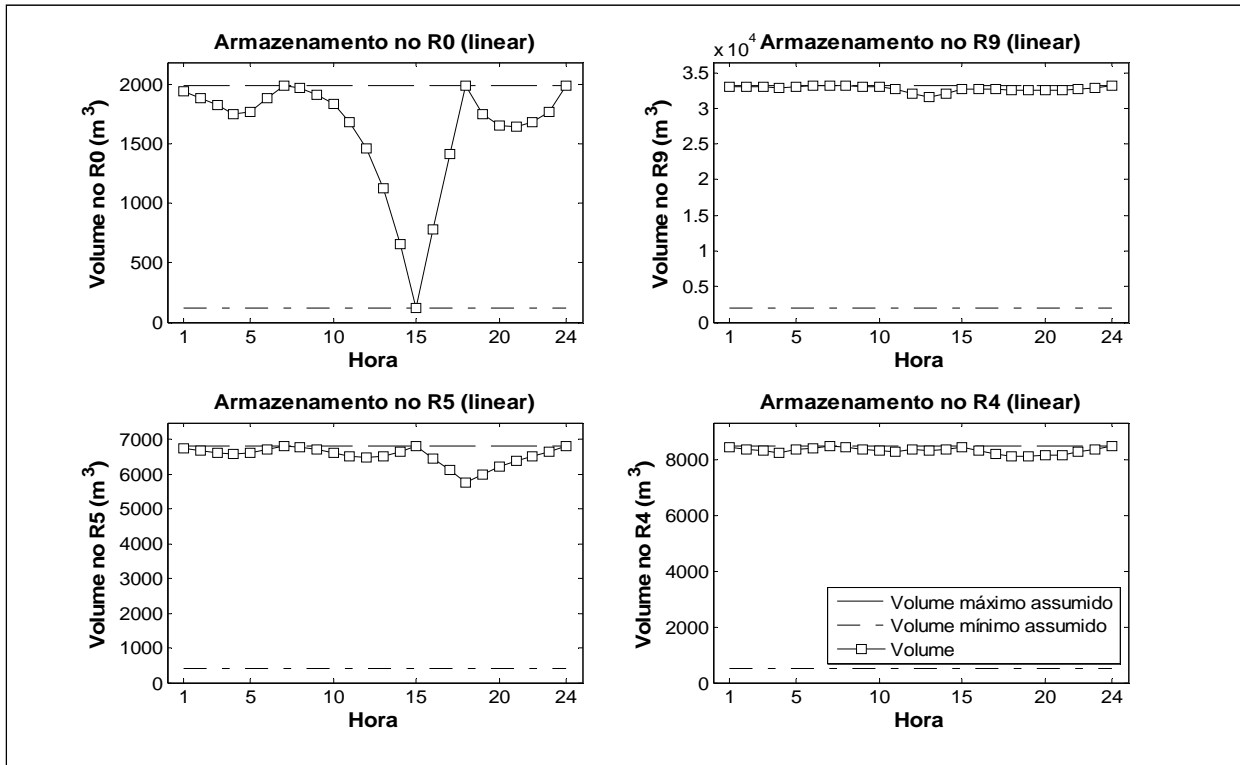


Figura 2 – Comportamento dos volumes nos reservatórios segundo o modelo *linear* (Etapa 1)

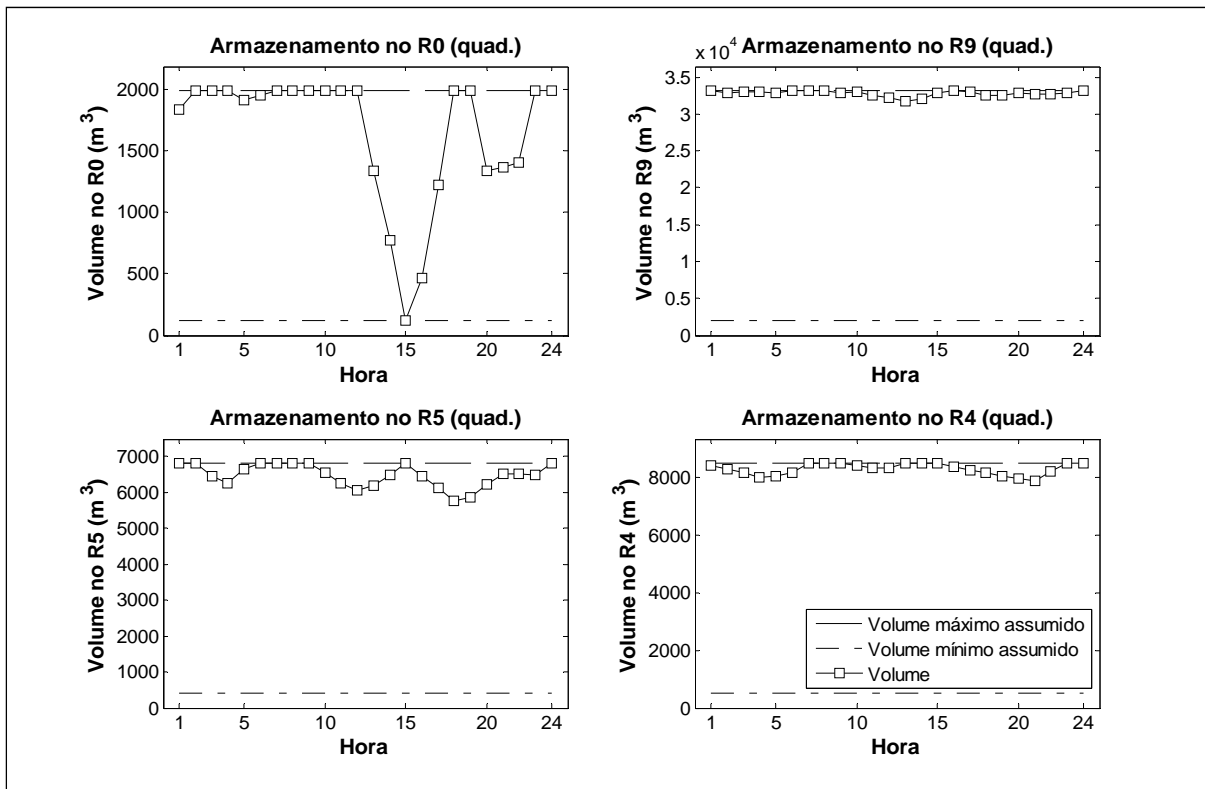


Figura 3 – Comportamento dos volumes nos reservatórios segundo o modelo *quadrático* (Etapa 2)

Tabela 5 – Fração de funcionamento por hora dos conjuntos motores-bomba (CMB) de cada elevatória (EE)
(resultados do modelo *linear* – Etapa 1)

| Hora | EE-I | | | | EE-II | | | | EE-III |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| | CMB-1 | CMB-2 | CMB-3 | CMB-4 | CMB-1 | CMB-2 | CMB-3 | CMB-4 | CMB-1 |
| 1 | 1 | 0,024 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 1 | 0,042 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 1 | 0,066 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 1 | 0,104 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 1 | 0,426 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 1 | 0,792 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 7 | 1 | 0,933 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 8 | 1 | 1 | 0,016 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0,528 |
| 9 | 1 | 1 | 0,027 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0,723 |
| 10 | 1 | 1 | 0,033 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0,824 |
| 11 | 1 | 1 | 0,036 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0,942 |
| 12 | 1 | 1 | 0,037 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0,949 |
| 13 | 1 | 1 | 0,037 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0,956 |
| 14 | 1 | 1 | 0,037 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0,961 |
| 15 | 1 | 1 | 0,038 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0,965 |
| 16 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0,140 |
| 17 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0,177 |
| 18 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0,278 |
| 19 | 1 | 1 | 0,131 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0,578 |
| 20 | 1 | 1 | 0,134 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0,379 |
| 21 | 1 | 1 | 0,164 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0,298 |
| 22 | 1 | 1 | 0,193 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0,246 |
| 23 | 1 | 1 | 0,242 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0,211 |
| 24 | 1 | 1 | 0,432 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0,185 |

(continua)

(continuação Tabela 5)

| Hora | EE-IV | | | EE-V | | | | EE-VI | | |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | CMB-1 | CMB-2 | CMB-3 | CMB-1 | CMB-2 | CMB-3 | CMB-4 | CMB-1 | CMB-2 | CMB-3 |
| 1 | 1 | 0,433 | 0 | 0,687 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0,086 |
| 2 | 1 | 0,476 | 0 | 0,681 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0,154 |
| 3 | 1 | 0,499 | 0 | 0,687 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0,182 |
| 4 | 1 | 0,524 | 0 | 0,713 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0,204 |
| 5 | 1 | 0,634 | 0 | 0,811 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0,206 |
| 6 | 1 | 0,758 | 0 | 0,930 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0,297 |
| 7 | 1 | 0,825 | 0 | 0,993 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0,400 |
| 8 | 1 | 0,589 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0,275 |
| 9 | 1 | 0,458 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0,130 |
| 10 | 1 | 0,404 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0,111 |
| 11 | 1 | 0,398 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0,120 |
| 12 | 1 | 0,480 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0,137 |
| 13 | 1 | 0,640 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0,213 |
| 14 | 1 | 0,807 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0,290 |
| 15 | 1 | 0,912 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0,390 |
| 16 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 17 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 18 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 19 | 1 | 0,944 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0,269 |
| 20 | 1 | 0,930 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0,326 |
| 21 | 1 | 0,929 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0,399 |
| 22 | 1 | 0,932 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0,451 |
| 23 | 1 | 0,937 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0,520 |
| 24 | 1 | 0,948 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0,497 |

Tabela 6 – Fração de funcionamento por hora dos conjuntos motores-bomba (CMB) de cada elevatória (EE) (resultados do modelo *quadrático* – Etapa 2)

| Hora | EE-I | | | | EE-II | | | | EE-III |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| | CMB-1 | CMB-2 | CMB-3 | CMB-4 | CMB-1 | CMB-2 | CMB-3 | CMB-4 | CMB-1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 1 | 0,388 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 7 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 8 | 1 | 1 | 0,169 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0,562 |
| 9 | 1 | 1 | 0,019 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0,413 |
| 10 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 11 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 12 | 1 | 1 | 0,123 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 13 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 14 | 1 | 1 | 0,144 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 15 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 16 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0,595 |
| 17 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 18 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 19 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0,500 |
| 20 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 21 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 22 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 23 | 1 | 1 | 0,867 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 24 | 1 | 1 | 0,237 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0,269 |

(continua)

(continuação Tabela 6)

| Hora | EE-IV | | | EE-V | | | | EE-VI | | |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | CMB-1 | CMB-2 | CMB-3 | CMB-1 | CMB-2 | CMB-3 | CMB-4 | CMB-1 | CMB-2 | CMB-3 |
| 1 | 1 | 0,472 | 0 | 0,723 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 2 | 1 | 0,471 | 0 | 0,514 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 3 | 1 | 0 | 0 | 0,851 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 4 | 1 | 0,205 | 0 | 0,750 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 5 | 1 | 1 | 0 | 0,664 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 6 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0,574 |
| 7 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0,955 |
| 8 | 1 | 0,661 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0,345 |
| 9 | 1 | 0,672 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0,357 |
| 10 | 1 | 0,098 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 11 | 1 | 0,098 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 12 | 1 | 0,206 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 13 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0,672 |
| 14 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0,183 |
| 15 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0,178 |
| 16 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 17 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 18 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 19 | 1 | 0,573 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 20 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 21 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0,205 |
| 22 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 23 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 24 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0,188 |

de Campina Grande (Figura 1) utilizando os dados das tabelas 1-4. A aplicação do modelo linear, da etapa inicial, forneceu os resultados apresentados na Tabela 5 para as frações $\alpha(i, j, t)$. O comportamento volumétrico dos reservatórios é mostrado na Figura 2.

Observa-se, pela Tabela 5, que a solução ótima encontrada gerou 87 variáveis de decisão fracionárias. Além disso, no período das 16 às 18 horas, considerado horário de pico, houve uma diminuição no número de sistemas motores-bomba ligados. Por outro lado, pode-se observar nos gráficos da Figura 2 que os reservatórios R4, R5 e R9 trabalham quase cheios, o que não permite bombear mais água no horário fora de ponta. Além disso, nota-se, como fator restritivo, uma provável inadequação da operação de uma hora inteira de sistemas motores-bomba ligados ao reservatório R0, por motivos de baixa capacidade de acumulação.

Pode-se inferir, também, que esta solução é um dos ótimos globais para o problema em questão, ou seja, pequenas variações nestes valores são possíveis, desde que as restrições físicas e operacionais do problema sejam satisfeitas.

A partir dos resultados obtidos pelo modelo linear, a formulação quadrática da segunda etapa do processo forneceu as regras operacionais apresentadas na Tabela 6 e o comportamento volumétrico dos reservatórios mostrados na Figura 3.

Observa-se que o número de valores fracionários para o tempo em que os sistemas motores-bomba permanecem ligados reduziu para 35, sendo algum destes valores próximos de zero, o que mostra a efetividade da metodologia aplicada na segunda etapa do processo de solução do problema. Além disso, observa-se, pela Figura 3, que uma possível restrição a não utilização de valores inteiros na solução do problema está na baixa capacidade de acumulação do reservatório R0, que atinge seu valor limite. Por outro lado, observa-se que os reservatórios R4, R5 e R9 trabalham praticamente cheios durante as 24 horas do dia.

Finalmente, para atingir uma solução ótima para o problema, foi requerido um tempo de processamento de apenas 3,2 segundos em um computador com um processador Pentium de 3,06 GHz.

CONCLUSÃO

Este artigo apresentou um modelo para determinação de regras operacionais ótimas para acio-

namento de conjuntos motores-bomba em sistemas de abastecimento de água. Este modelo se baseia na solução do problema em duas etapas: na primeira etapa faz-se uso da programação linear para se determinar uma regra operacional ótima global e na segunda etapa faz-se uso da programação quadrática para minimizar o número de operações de liga-desliga mantendo-se os valores ótimos globais obtidos na primeira etapa.

Os resultados demonstraram, tomando como estudo de caso o sistema de distribuição da cidade de Campina Grande – PB, que houve uma redução de 87 variáveis, na primeira etapa, para 35 variáveis fracionárias, na segunda etapa, num tempo de apenas 3,2 segundos de processamento, mostrando a eficiência do método. Caso se deseje reduzir o número de variáveis fracionárias deve-se flexibilizar as restrições do problema ou o valor da função objetivo, o que não foi realizado neste trabalho.

Finalmente, os resultados se mostraram coerentes com a lógica comportamental do sistema, ou seja, os sistemas motores-bomba ligados primeiro apresentam uma maior relação vazão/custo, sendo então selecionados primeiro. Além disso, espera-se, como comportamento, uma redução do número de sistemas motores-bomba ligados nos horários de ponta (preço da energia é mais cara). Tais fatos foram verificados nas regras operacionais obtidas pela metodologia aqui proposta.

REFERÊNCIAS

- ALBUQUERQUE, A. A. de; FIRMINO, M. B. M.; CURI, W. C. (2004). Uso racional de energia no bombeamento de água em sistemas de abastecimento, via programação não-linear. Anais do IV Seminário Hispano Brasileiro sobre Sistemas de Abastecimento Urbano de Água, João Pessoa, PB. CD-ROM.
- ALMEIDA, R.; BARBOSA, P. S. F. (2005). Otimização ótima de sistemas de distribuição de água via modelo de programação não linear inteira mista. Anais do XIV Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos, Aracaju - Brasil, CD-ROM.
- BARBOSA, J. (2001). Simulação da operação de bombas em sistemas de abastecimento de água. Dissertação de mestrado – Unidade Acadêmica de Engenharia Civil/Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, 110p.
- BARBOSA, P. S. F.; COSTA, A. A.; SANTOS Jr, J. B. S. (1999). Um Algoritmo de Programação Linear para Análise de Redes Hidráulicas. Revista Brasileira de Recursos Hídricos. 4(4) Out/Dez, 75-84.

- BRION, L. M.; MAYS, L. W. (1991). Methodology for optimal operation of pumping stations in water distribution systems. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 117(11), 1551-1568.
- CARRIJO, I.B.; REIS, L.F.R. (2006). Extração de Estratégias Operacionais Ótimas de Sistemas de Distribuição de Água Utilizando Algoritmos Genéticos Multiobjetivo e Aprendizado de Máquina - Aplicação ao Sistema de Macrodistribuição de Água de Goiânia. *Revista Brasileira de Recursos Hídricos*, v.11, p.161-172.
- FIRMINO, M. B. M.; ALBUQUERQUE, A. A. de; CURI, W. C.; SILVA, N. C. (2006). Método de eficiência energética no bombeamento de água via programação linear e inteira. *Anais do VI Seminário Ibero-Americano sobre Sistemas de Abastecimento de Água*, João Pessoa - PB.
- FRANCATO, A. L.; BARBOSA, P. S. F. (1999). Operação ótima de sistemas urbanos de abastecimento de água. *Anais do XV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, Águas de Lindóia, São Paulo.
- JOWITT, P. W.; GERMANOPOULOS, G. (1992). Optimal pump scheduling in water-supply networks. *Journal of Water Resources Planning and Management, ASCE*, 118(4), 406-422.
- LANSEY, K. E.; AWUMAH, K. (1994). Optimal pump operation considering pump switches. *Journal of Water Resources Planning and Management, ASCE*, 120(1), 17-35.
- LEÓN, C.; MARTÍN, S.; ELENA, J.; LUQUE, J. (2000). Explore – Híbrido expert system for water networks management. *Journal of Water Resources Planning and Management*, v.126, n.2, pp. 65 – 74.
- LITTLE, K. W.; MCCRODDEN, B. J. (1989). Minimization of raw water pumping cost using MILP. *Journal of Water Resources Planning and Management, ASCE*, 115(4), 511-522.
- MACHADO, E. C. M. N.; SANTANA, C. W. S.; BRASILEIRO, E. V.; GALVÃO, C. de O.; BRASILEIRO, F. V. (2005). Otimização da operação de redes de adução de água utilizando algoritmos genéticos. *Anais do XVI Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos*, João Pessoa - Brasil, CD-ROM.
- NITIVATTANANON, V.; SADOWSKI, C. E.; QUIMPO, R. G. (1996). Optimization of water supply system operation. *Journal of Water Resources Planning and Management, ASCE*, 122(5), 374- 384.
- ORMSBEE, L. E.; REDDY, S. L. (1995). Nonlinear heuristic for pump operations. *Journal of Water Resources Planning and Management, ASCE*, 121(4), 302-309.
- PEZESHK, S.; HELWEG, O. P. (1996). Adaptive search optimization in reducing pump operation cost. *Journal of Water Resources Planning and Management, ASCE*, 122(1), 57-63.
- RIGHETTO, A. M. (2002). Operação de Sistemas Urbano de Distribuição de Água. *Anais do Seminário Planejamento, Projeto e Operação de Redes de Abastecimento de Água – O Estado da Arte e Questões Avançadas*. João Pessoa. CD-ROM.
- SAKARYA, A. B. A., and MAYS, L. W. (2000). Optimal operation of water distribution pumps with water quality considerations. *J. Water Resour. Plan. Manage.*, 126(4), 210–220.
- SAMPAIO FILHO, G.; ALCALDE, J. L. 2004. Análise de Qualidade de Energia e Eficiência Energética em Sistemas de Água e Saneamento. *Anais do IV SEREA – Seminário Hispano Brasileiro sobre Sistemas de Abastecimento Urbano de Água*, João Pessoa - Brasil, CD-ROM.
- TARQUIN, A. J.; DOWDY, J. (1989). Optimal pump operation in water distribution. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 115(2), 158-168.
- TSUTIYA, M. T. 2001. Redução do custo de energia elétrica de abastecimento de água, 1º ed – São Paulo: Associação Brasileira de Engenharia Sanitária e Ambiental, XV- 185p.
- USEPA - Agência de Proteção Ambiental dos EUA; 1998 *“Apêndice A: Medidas de Conservação de Água. Guia de Planos para Conservação de Água Tratada”*. Washington D.C. Agosto.
- VENTURINI, M. A. A. G. (1997). Contribuição ao estudo de otimização de redes hidráulicas através de um modelo de programação linear. *Dissertação de Mestrado*, Faculdade de Engenharia Civil, UNICAMP, Campinas, 97p.
- WOOD, D. J.; REDDY, L. S. (1994). Control de bombas de velocidad variables y modelos en tiempo real para minimizar fugas y costes energéticos. In: *Mejora del Rendimiento y de la Fiabilidad en Sistemas de Distribución de Agua*. Editores E. Cabrera, U. D. Mecánica de Fluidos, Universidad Politécnica de Valencia, A. F. Vela e Universitat Jaume I de Castellón, 173-207.
- ZESSLER, U.; SHAMIR, U. (1989). Optimal operation of water distribution systems. *Journal of Water Resources Planning and Management, ASCE*, 115(6), 735-752.

Combined Optimization Model for the Operation of Water Supply Systems

ABSTRACT

The increasing demands and restrictions on supplies increasingly require the minimization of energy costs in water supply systems. Several modelers have been using simulation and optimization models, including linear and

nonlinear programming as well as heuristic algorithms (genetic algorithms, etc.) to achieve these goals. However, the solutions usually obtained are not the global optima or binary numbers (which reflect the on-off process of the motor-pump units) and many models, especially those based on evolutionary strategies, have a prohibitive computational convergence time. This paper proposes a hybrid method that first uses linear programming to determine the global optimal solution and in a second step, quadratic programming to reduce the amount of fractional numbers found in the first stage, that is, to approximate them to binary integers. The model is applied to the main system that supplies the city of Campina Grande, Paraíba generating satisfactory results.

Key-words: *Energy efficiency, water supply systems, linear programming, quadratic programming.*