

## Modelo de Operação em Tempo Real para o Sistema Produtor do Alto Tietê

André Schardong, Luís Antonio Villaza de Garcia, Rubem La Laina Porto

Departamento de Engenharia Hidráulica e Sanitária da EPUSP  
andreschardong@usp.br; hidrosis@uol.com.br; rlporto@usp.br

Arisvaldo Vieira Mélo Júnior

Departamento de Engenharia Agronômica, UFS  
arisvaldomello@ufs.br

Recebido: 18/05/08 - revisado: 06/10/09 - aceito: 26/03/10

---

### RESUMO

*Este trabalho apresenta um Modelo de Operação em tempo real para o Sistema Produtor do Alto Tietê (SPAT), que contribui para o abastecimento da Região Metropolitana de São Paulo (RMSP). O modelo de operação é composto por uma base de dados, um modelo de otimização e uma interface gráfica. Os dados são adquiridos através de uma rede telemétrica em tempo real. O modelo de otimização utiliza um software de programação linear baseado no método dos pontos interiores minimizando uma função objetivo linear considerando o amortecimento em canais. O objetivo principal do modelo é otimizar a utilização dos recursos hídricos da porção alta do rio Tietê através do armazenamento das afluentes e, a maximização do bombeamento, pela da Estação Elevatória do Biritiba, durante as cheias e a racionalização da operação, de forma, a atender as vazões mínimas ambientais e demandas ao longo da bacia, bem como minorar o risco de déficit de abastecimento na Estação de Tratamento de Água (ETA) do Taiaçupeba. O Modelo de Operação é integrado aos modelos de planejamento, que estabelecem as diretrizes operativas mensais.*

**Palavras-chave:** *otimização, modelo de operação, programação linear, sistemas de suporte a decisões.*

---

### INTRODUÇÃO

O uso de técnicas de pesquisa operacional na análise de sistemas de recursos hídricos tem sido consagrado desde o surgimento dos computadores pessoais. São várias as categorias de algoritmos, que podem ser utilizados. Em muitas situações, os problemas de tomada de decisão em engenharia de recursos hídricos referem-se à alocação eficiente da água e podem ser modelados e formulados como problemas de otimização. O grande número de variáveis, as não linearidades, a natureza estocástica dos fluxos, os conflitos provocados pelos múltiplos usos da água, a operação integrada de vários reservatórios e as restrições envolvidas, constituem um sistema hídrico complexo. Técnicas de otimização têm sido empregadas nas recentes décadas para tratar problemas de planejamento e manejo de sistemas de recursos hídricos. Os modelos de otimização são baseados em algum tipo de técnica de programação

matemática, que incluem uma variedade de algoritmos, cuja escolha depende das características do sistema a ser considerado, da disponibilidade de dados e dos objetivos e restrições do problema. Pardalos (2002) e Winston (2004) trazem uma extensa revisão das técnicas de otimização típicas, e Yeh (1985), Simonovic (1992, 2008), Wurbs (1996) e Labadie (2004, 2007) fornecem exemplos do uso de vários métodos de otimização e seus modelos correspondentes.

Neste trabalho é apresentado um Modelo de Operação em tempo real para o Sistema Produtor do Alto Tietê (SPAT), que contribui para o abastecimento da Região Metropolitana de São Paulo (RMSP). O modelo de operação é composto por uma base de dados, um modelo de otimização e uma interface gráfica. Os dados são adquiridos através de uma rede telemétrica em tempo real de forma automática. A otimização é feita com uso de um software de programação linear baseado no método dos pontos interiores, utilizando função objetivo linear considerando o amortecimento em canais. A

interface com o usuário indica as manobras requeridas para a otimização do SPAT, incluindo descarga nos reservatórios que compõem o sistema, e vazão das bombas da Estação Elevatória do Biritiba, dentre outros.

A principal variável de decisão do Modelo de Otimização do SPAT (MOSPAT) é a vazão transferida do rio Tietê para a Represa do Biritiba através do canal e da estação Elevatória do Biritiba. O modelo de operação é integrado aos modelos de planejamento, que fornecem as principais diretrizes para a operação mensal do SPAT.

Os planos diretores de recursos hídricos, desenvolvidos para a Região Metropolitana de São Paulo (RMSP), nas suas diversas versões reiteram a necessidade de implantação e expansão do SPAT. Além disso, em função das suas características técnicas e de custos, os planos indicam que o SPAT é prioritário para o abastecimento da Região Metropolitana de São Paulo (RMSP). A alternativa escolhida concebeu, dentre outros, os sistemas produtores do Alto Tietê e do Rio Claro, representados de forma esquemática na Figura 1.

## OPERAÇÃO DO SISTEMA PRODUTOR DO ALTO TIETÊ

Os sistemas produtores do Alto Tietê e do Rio Claro utilizam os recursos hídricos da bacia para múltiplos objetivos, destacando-se o abastecimento urbano (humano e industrial), a irrigação e o controle de cheias. Os reservatórios de Paraitinga, Ponte Nova, Biritiba, Jundiá e Taiaçupeba e o canal e a estação elevatória de Biritiba estão em operação.

O sistema produtor do Rio Claro (SPRC) é composto do reservatório do ribeirão do Campo, que propicia a regularização das afluições. As águas descarregadas pelo reservatório e as contribuições intermediárias da bacia do ribeirão do Campo e do rio Claro são parcialmente transferidas para a ETA Casa Grande. Esta ETA ainda recebe as águas remanescentes do rio Claro que são complementadas com a transposição de cerca de  $0,50 \text{ m}^3/\text{s}$  do rio Guaratuba da vertente Marítima.

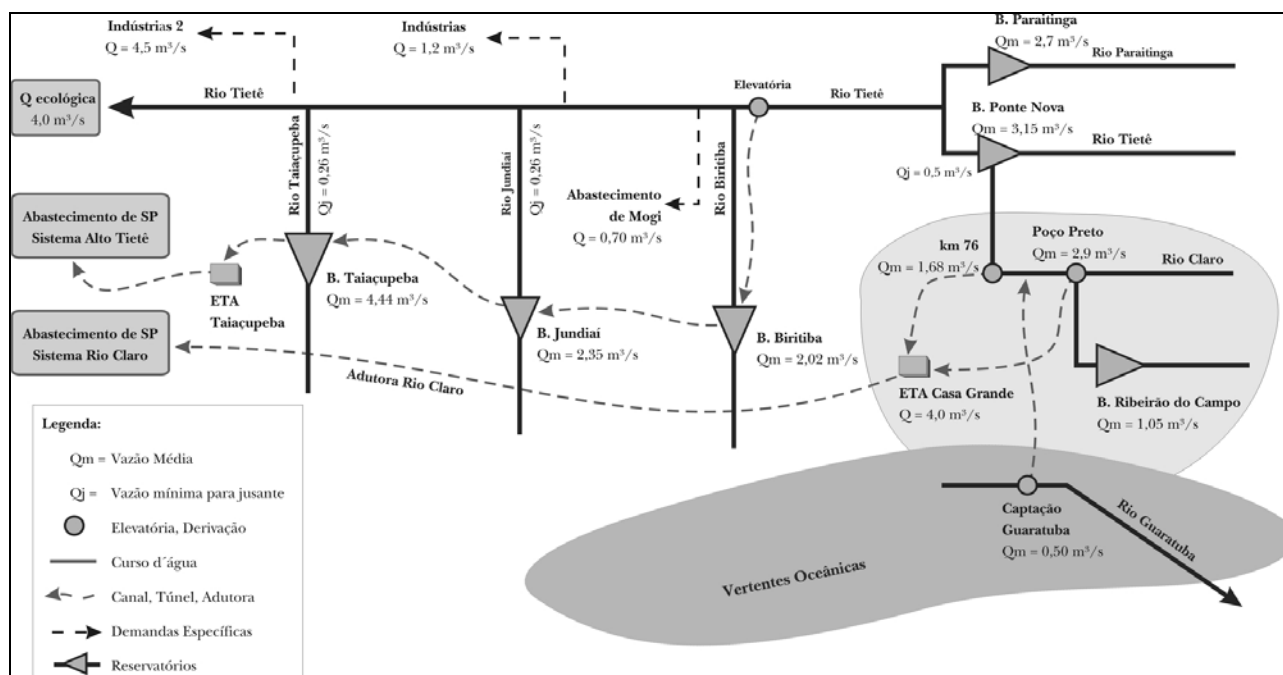
O SPAT recebe as águas remanescentes do rio Claro e do rio Tietê no reservatório de Ponte Nova, localizado nas cabeceiras do rio Tietê. Este reservatório regulariza as afluições, descarregando a jusante no rio Tietê. No rio Paraitinga, afluente da

margem direita do rio Tietê, foi implantado o reservatório de Paraitinga com o objetivo de regularização das afluições. As águas descarregadas dos reservatórios de Ponte Nova e Paraitinga e as contribuições intermediárias da bacia hidrográfica atingem o rio Tietê em seção imediatamente a montante da foz do rio Biritiba. Neste local, encontra-se o canal do Biritiba, que capta uma parcela das águas afluentes do rio Tietê e conduz até a Estação Elevatória do Biritiba.

A Estação Elevatória do Biritiba transfere as águas captadas do rio Tietê para o reservatório Biritiba. Estas águas somam-se às afluições do rio Biritiba e são regularizadas pelo reservatório do Biritiba, que deve manter uma descarga mínima para jusante de  $0,15 \text{ m}^3/\text{s}$ . As águas regularizadas do reservatório do rio Biritiba são transpostas para a bacia do rio Jundiá através de um sistema de canal e túnel, descarregando suas águas no reservatório do Jundiá. Estas águas somam-se às afluições do rio Jundiá e são regularizadas pelo reservatório do rio Jundiá. O reservatório do rio Jundiá deve manter uma descarga mínima para jusante de  $0,10 \text{ m}^3/\text{s}$ , transpondo as águas regularizadas para o reservatório do Taiaçupeba através de um sistema de canal e túnel. As águas provenientes do reservatório do rio Jundiá e as afluições do rio Taiaçupeba são regularizadas pelo reservatório Taiaçupeba. Este reservatório deve manter uma descarga mínima para jusante de  $0,25 \text{ m}^3/\text{s}$ , enquanto as águas regularizadas finalmente atingem a Estação de Tratamento de Água de Taiaçupeba (ETA Taiaçupeba) para ser distribuída para abastecimento da Região Metropolitana de São Paulo (RMSP).

É importante destacar a interdependência hidráulico-hidrológica dos sistemas produtores do Alto Tietê e Rio Claro, uma vez que a afluição no reservatório de Ponte Nova será tanto menor quanto maior for a captação das águas do rio Claro pelo sistema Rio Claro.

A operação do Sistema Produtor do Alto Tietê ainda deve atender algumas restrições no curso do rio Tietê. As vazões remanescentes no rio Tietê imediatamente a jusante da confluência do rio Biritiba devem ser iguais ou superiores a  $3,5 \text{ m}^3/\text{s}$ , para o atendimento da SEMAE (Serviço Municipal de Águas e Esgotos) de Mogi das Cruzes. Complementarmente, a operação deve garantir uma vazão mínima ecológica de  $4,0 \text{ m}^3/\text{s}$  no rio Tietê a jusante da confluência com o rio Taiaçupeba. A descrição detalhada do sistema produtor pode encontrada em Garcia (2007) e Schardong (2006).



**Figura 1 – Representação Esquemática dos Sistemas Produtores Alto Tietê e Rio Claro**

## PRINCIPAIS CARACTERÍSTICAS DOS COMPONENTES DO SISTEMA

Os Sistemas Produtores do Alto Tietê (SPAT) é compostos por reservatórios, canais e túneis de interligação e estações elevatórias. A seguir são apresentadas as principais características dos componentes do SPAT:

O SPAT é composto pelos reservatórios Ponte Nova, Paraitinga, Biritiba, Jundiá e Taiaçupeba.

O canal do Biritiba permite a captação parcial das águas do rio Tietê em seção imediatamente a montante da foz do rio Biritiba e a sua condução até a Elevatória de Água Bruta de Biritiba.

A principal obra de interligação entre os reservatórios de Biritiba e Jundiá é o denominado Túnel 2. As águas transpostas são conduzidas até o reservatório do Jundiá, através do Canal 3, completando assim o sistema de interligação Tietê-Jundiá.

A transferência das águas da represa Jundiá para a represa Taiaçupeba é realizada por gravidade através de um sistema composto por canais e um túnel escavado em rocha.

A Estação Elevatória do Biritiba foi implantada no município de Biritiba-Mirim, em local próximo à margem direita do rio Biritiba-Mirim, consti-

tuída por 5 conjuntos moto-bombas com vazão nominal de 1.475 l/s cada, operando na etapa inicial com 3 conjuntos e 2 reservas, e na etapa futura com 4 conjuntos e 1 reserva, e capacidade atual de recalque de 5,37 m³/s.

## PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO DO SISTEMA PRODUTOR DO ALTO TIETÊ

## Ferramentas de Planejamento de Médio e Longo Prazos

A SABESP vem utilizando há cerca de cinco anos, um Sistema de Suporte a Decisões (SSD2 Sabesp, Schardong et al., 2007) para o monitoramento hidrometeorológico e de qualidade da água dos grandes mananciais produtores de água para a região metropolitana da cidade de São Paulo.

O acompanhamento da situação dos sistemas produtores é feita diariamente através de boletins, monitoramento manual e automático da rede hidrometeorológica, que fornece informações de nível e chuva de represas e postos.

A partir do planejamento mensal e de longo prazo feitos com auxílio do SSD2 Sabesp e do modelo AcquaNet são definidos os valores meta dos volumes dos reservatórios e as demandas a serem reti-

radas dos mananciais para atendimento da RMS. Além disso, com as simulações realizadas no AcquaNet são definidas as prioridades de atendimento às demandas e os volumes metas dos reservatórios.

As análises realizadas pela SABESP no âmbito do SSD2 Sabesp permitem verificar os riscos do SPAT para o estado atual dos reservatórios considerando diversos cenários hidrológicos representados pelas séries históricas de vazões afluentes aos reservatórios e nos trechos intermediários.

No SPAT, em particular, o modelo AcquaNet também vem sendo utilizado nos estudos de planejamento de longo prazo como no PDA (Plano Diretor de Abastecimento) 2025 e no Plano da Bacia do Alto Tietê.

Estas análises permitem que a área de planejamento da operação defina as principais diretrizes da operação do mês em curso fornecendo a produção programada na ETA Taiaçupeba e as restrições operacionais do SPAT – vazões mínimas nos aproveitamentos e ao longo do rio Tietê, manutenções programadas, limitações de estruturas hidráulicas. Na eventualidade de um racionamento esta diretriz será informada através da diminuição da produção na ETA Taiaçupeba.

Estas diretrizes são informadas ao MOSPAT que, por sua vez, define a operação em tempo real com base nestas diretrizes, no estado dos reservatórios e nos dados hidrológicos fornecidos pela rede telemétrica.

### Breve Descrição do AcquaNet

O AcquaNet é um sistema de suporte a decisões (SSD) que congrega modelos matemáticos desenvolvidos para analisar diferentes problemas relacionados ao aproveitamento de recursos hídricos. O sistema, em sua fase inicial, foi inspirado em um modelo de rede de fluxo denominado ModSim, desenvolvido na Colorado State University pelo professor John Labadie (Labadie, 1988 e 1995). Este modelo apresentou uma forma eficiente de resolver problemas complexos de rede de fluxo combinando simulação e otimização, de tal forma que acentua as vantagens de ambas as técnicas para a solução do problema de alocação da água (Porto et al., 2005).

As versões mais recentes do AcquaNet incorporam ferramentas de sistema de informações geográficas (SIG) e sua estrutura é modular permitindo a otimização da alocação de água numa bacia considerando aspectos importantes como qualidade da água, irrigação, produção de energia elétrica. O AcquaNet é detalhadamente descrito em Porto et al., (2003 e 2005). Na Figura 2 é exibida a tela principal

do SSD AcquaNet onde é possível visualizar os principais elementos da interface gráfica utilizados para criar o sistema de recursos hídricos que se deseja analisar. Este pode ser representado por reservatórios, demandas, nós, representando confluências e links ou arcos representando trechos de rios, canais ou interligações.

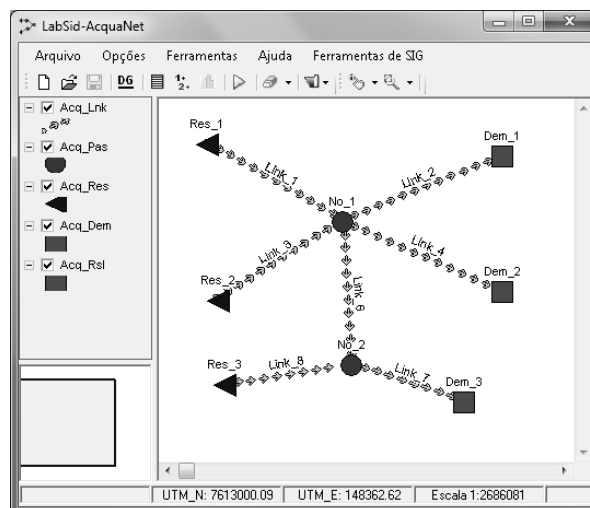


Figura 2 – Tela principal do AcquaNet

### Requerimentos do Sistema de Modelação

A otimização da operação consiste em maximizar a disponibilidade hídrica e a produção do SPAT, atendendo as restrições operacionais impostas pelas características dos elementos que compõem o sistema, bem como pelas vazões requeridas em seções do rio Tietê.

A Figura 1 apresentou os principais elementos deste complexo Sistema. A principal variável de decisão é a vazão bombeada no canal do Biritiba, que retira uma parcela da afluição do rio Tietê e transfere para o reservatório Biritiba para armazenamento e/ou adução para a ETA Taiaçupeba. Esta decisão envolve os diversos aspectos, dentre os quais é possível mencionar:

- custo de operação, uma vez que o bombeamento das águas do rio Tietê para o sistema envolve gastos com energia. Portanto, um bombeamento acima do requerido resultaria em gastos desnecessários além de eventual vertimento nos reservatórios Biritiba, Jundiaí e Taiaçupeba que compõem o sistema;

- caso o bombeamento fique abaixo das vazões disponíveis para reversão no rio Tietê poderá resultar, na ocorrência de uma seca prolongada, em falta de disponibilidade hídrica para atendimento da demanda da ETA Taiaçupeba;
- aspectos político-institucionais-legais, uma vez que devem ser respeitadas as restrições nas seções do rio Tietê, como a vazão mínima para garantir a captação da cidade de Mogi das Cruzes, a vazão mínima para a captação da indústria Suzano e a vazão ecológica do rio Tietê.

Por sua vez, a disponibilidade hídrica do rio Tietê na seção de captação do canal de Biritiba depende das vazões efluentes dos reservatórios de Paraitinga e Ponte Nova. Para a captação de certa vazão no rio Tietê na seção do canal do Biritiba, deve-se garantir uma defluência dos reservatórios de Paraitinga e Ponte Nova com a antecipação necessária em função da defasagem entre estes aproveitamentos e o local de reversão.

Por outro lado, na ocorrência de uma cheia na área intermediária entre os reservatórios de Paraitinga e Ponte Nova e a seção do rio Tietê no canal do Biritiba, é necessário dar início ao bombeamento de forma a maximizar esta disponibilidade hídrica temporária do rio Tietê. Da mesma forma, na ocorrência deste fenômeno, é necessário minorar as defluências dos mencionados aproveitamentos para armazenar as águas que serão posteriormente disponibilizadas durante as estiagens, mais frequentes nos meses de outono e inverno (março a setembro) nesta bacia. O bombeamento só deverá ser efetivado se houver volume disponível nos reservatórios de Biritiba, Jundiá e Taiaçupeba para receber as águas revertidas, sem o qual haverá gastos desnecessários em bombeamento.

#### Integração do Planejamento de Médio e Longo Prazos com a Operação em Tempo Real

A partir do planejamento mensal e de longo prazo feitos com auxílio do SSD2 Sabesp e do modelo AcquaNet são definidos os valores meta dos volumes dos reservatórios e as demandas a serem retiradas dos mananciais, para atendimento da RMSP. Além disso, com as simulações realizadas no AcquaNet são definidas as prioridades de atendimento às demandas e os volumes metas dos reservatórios.

As análises realizadas pela SABESP no âmbito do SSD2 Sabesp permitem verificar os riscos do

SPAT para o estado atual dos reservatórios, considerando diversos cenários hidrológicos representados pelas séries históricas de vazões afluentes aos reservatórios e nos trechos intermediários.

Estas análises permitem que a área de planejamento da operação defina as principais diretrizes da operação do mês em curso, fornecendo a produção programada na ETA Taiaçupeba e as restrições operacionais do SPAT – vazões mínimas nos aproveitamentos e ao longo do rio Tietê, manutenções programadas, limitações de estruturas hidráulicas. Na eventualidade de um racionamento, esta diretriz será informada através da diminuição da produção na ETA Taiaçupeba.

Estas diretrizes são informadas ao MOSPAT que, por sua vez, define a operação em tempo real com base nestas diretrizes, no estado dos reservatórios e nos dados hidrológicos fornecidos pela rede telemétrica.

## MODELAGEM MATEMÁTICO COMPUTACIONAL

### Modelagem Matemática do AcquaNet

O modelo matemático utilizado neste modelo de operação é baseado na modelagem do AcquaNet, onde o sistema de recursos hídricos é representado em forma de rede de fluxo. Para que isto seja possível, os componentes do sistema são representados na rede como nós, sendo nós de volume (reservatórios) e nós que não são de volume, também chamados nós de passagem (confluências, pontos de desvio, pontos de entrada e pontos de demanda) e arcos (canais, adutoras e trechos naturais de rios). Para considerar as demandas, as vazões afluentes e regras de operação desejadas do reservatório, diversos nós e arcos artificiais deverão ser criados de forma a assegurar que o balanço de massa seja satisfeito em toda a rede.

O AcquaNet resolve iterativamente o seguinte problema de fluxo em rede, de forma sequencial, ao longo do tempo:

$$\min \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N c_{ij} q_{ij} \quad (1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i \in I_j} q_{ij} - \sum_{k \in O_j} q_{ik} = 0 \quad (2)$$

$$l_{ij} \leq q_{ij} \leq u_{ij} \text{ para todo } i, j = 1, \dots, N \quad (3)$$

Em que  $q_{ij}$  é a vazão média (número inteiro) no arco  $(i, j)$  definido pelo nó inicial  $i$  e o nó terminal  $j$  durante o intervalo de tempo desejado;  $c_{ij}$  é o custo unitário associado à vazão  $q_{ij}$ , que pode ser um custo monetário ou um fator de ponderação que represente direitos de água ou prioridades operacionais (um custo negativo é tratado como um benefício ou prioridade);  $I_j$  é o conjunto de todos os nós com arcos que terminam no nó  $j$  ( $i \in I_j$  significa todos os nós  $i$  que sejam elementos do conjunto  $I_j$ );  $O_j$  é o conjunto de todos os nós com arcos que se originam no nó  $j$ ;  $l_{ij}$  é a vazão mínima no arco  $(i, j)$ ;  $u_{ij}$  é a vazão máxima no arco  $(i, j)$ . A equação (2) é a restrição que garante a satisfação do equilíbrio de massa em todos os nós  $j = 1 \dots N$  (inclusive nos artificiais).

As prioridades  $c_{ij}$  são calculadas para cada nó pela equação  $c_{ij} = -(1000 - 10 P)$ , em que  $P$  varia de 1 a 99. Os valores de  $c_{ij}$  que representam prioridade são sempre negativos, portanto, ao atender uma prioridade, o modelo estará diminuindo os custos da rede de um valor  $c_{ij}$  por unidade de vazão fornecida. O usuário precisa selecionar as prioridades relativas a volumes armazenados e demandas. Se ocorrerem déficits, então as demandas com menor prioridade são reduzidas em primeiro lugar. O modelo permite que o usuário altere  $P$  a cada 12 meses.

#### Adaptação no Modelo Matemático do AcquaNet

Para aplicar o AcquaNet ao sistema proposto, utilizando a técnica de programação linear, é necessário fazer a adaptação da modelagem matemática para que seja possível fazer a otimização, utilizando algoritmos de programação linear. A estrutura básica do modelo de otimização linear resolve o seguinte problema de fluxo de rede, de forma global, considerando todo o horizonte de análise:

$$\min \tilde{z} = \sum_{t+p=1}^y c_p [X_{p,t-1} + (D_{p,t} - q_{ij,t}^p)] \quad (4)$$

$$+ \sum_{t=1}^m \sum_{k=1}^m c_k (S_{k,t} - g_{k,t}) + \sum_{t=1}^n \sum_{i,j=1}^n c_{ij} q_{ij,t}$$

Sujeita a:

$$\sum_{i \in I_j} q_{ij} - \sum_{k \in O_j} q_{jk} = 0 \quad \forall i, \forall j, \forall t \quad (5)$$

$$l_{ij,t} \leq q_{ij,t} \leq u_{ij,t} \quad \forall i, \forall j, \forall t \quad (6)$$

$$S_{k,t} = S_{k,t-1} + I_{k,t} - E_{k,t} - w_{k,t} - q_{ij,t}^k \quad (7)$$

Em que  $q_{ij,t}$  é a vazão média no arco  $(i, j)$  definido pelo nó inicial  $i$  e o nó terminal  $j$  durante o período de tempo mensal  $t$  ( $q_{ij,t}^p$  é a vazão para atendimento a demanda  $p$ ; e  $q_{ij,t}^k$  é a descarga do reservatório  $k$ );  $c_{ij}$  é o custo unitário associado à vazão  $q_{ij,t}$ , que pode ser um custo monetário ou um fator de ponderação que represente direitos de água ou prioridades operacionais;  $I_j$  é o conjunto de todos os nós com arcos que terminam no nó  $j$  ( $i \in I_j$  significa todos os nós  $i$  que sejam elementos do conjunto  $I_j$ );  $O_j$  é o conjunto de todos os nós com arcos que se originam no nó  $j$ ;  $l_{ij,t}$  é a vazão mínima no arco  $(i, j)$  no mês  $t$ ;  $u_{ij,t}$  é a vazão máxima no arco  $(i, j)$  no mês  $t$ ;  $D_{p,t}$  é a demanda requerida  $p$  no mês  $t$ ;  $X_{p,t-1}$  é a diferença entre a demanda requerida e a vazão de atendimento ( $D_{p,t-1} - q_{ij,t-1}^p$ ) no mês anterior, representando os desvios acumulados dos déficits (no primeiro mês,  $t = 1$ ,  $X_{p,0} = 0$ );  $c_p$  é o custo unitário associado à vazão  $q_{ij,t}^p$ ;  $S_{k,t}$  e  $S_{k,t-1}$  representam o volume armazenado no  $k^{\text{ésimo}}$  reservatório no final e no início do mês  $t$ , respectivamente;  $g_{k,t}$  é o volume meta especificado no  $k^{\text{ésimo}}$  reservatório no final do mês  $t$ ;  $c_k$  é o custo unitário do desvio do volume do  $k^{\text{ésimo}}$  reservatório com relação a  $g_{k,t}$ ;  $I_{k,t}$  é a vazão natural afluente ao  $k^{\text{ésimo}}$  reservatório no mês  $t$ ;  $E_{k,t}$  é a perda por evaporação no  $k^{\text{ésimo}}$  reservatório no mês  $t$ ;  $w_{k,t}$  é o volume vertido no  $k^{\text{ésimo}}$  reservatório no mês  $t$ .

A restrição (5) garante a satisfação do equilíbrio de massa em todos os nós, a (6) representa os limites nos arcos e a (7) representa a equação de continuidade de fluxo. O problema deverá ser resolvido para valores compatíveis das variáveis, portanto os volumes são transformados em vazões considerando o período de tempo  $t$ . Os custos,  $c_p$  e  $c_k$  são calculados para cada nó pela equação  $c = 100 - P$ , em que a prioridade  $P$  varia de 1 a 99. O custo unitário relativo à passagem da água por um arco é  $c_{ij} = c_0 + 99$ , em que  $c_0$  é custo inicial atribuído àquele arco. Os valores de  $c_{ij}$ ,  $c_p$  e  $c_k$  representam prioridades, portanto, ao atender uma prioridade, o modelo estará diminuindo os custos da rede de um valor  $c_{ij}$ ,

$c_p$  e  $c_k$  por unidade de vazão fornecida. O usuário precisa selecionar as prioridades relativas a volumes armazenados e demandas. Se ocorrerem déficits, então as demandas com menor prioridade serão reduzidas em primeiro lugar.

A operação de reservatórios é feita utilizando-se o conceito de volume meta ou nível meta, ao qual se atribui uma prioridade. Desta forma sempre que o volume armazenado for menor que o volume meta, o reservatório guardará água desde que as outras prioridades da rede sejam menores. O terceiro termo da função objetivo (4) representa esta regra. Para uma meta pré-especificada  $g_k$ , pode-se definir desvios correspondentes ao afastamento do volume armazenado em relação ao valor meta:

$$\min \tilde{z} = \sum_t \sum_{k=1}^m c_k d_{k,t} \quad (8)$$

Como é permitido que os  $d_{k,t}$  (déficit em relação ao volume meta no reservatório  $k$  no instante  $t$ ) sejam representados por um componente positivo  $d_{k,t}^+$  e por um componente negativo  $d_{k,t}^-$ , a função objetivo pode ser representada pela minimização da soma dos desvios, o que é equivalente ao seguinte problema:

$$\min \tilde{z} = \sum_t \sum_{k=1}^m c_k (d_{k,t}^+ + d_{k,t}^-) \quad (9)$$

Sujeita a:

$$S_{k,t} - d_{k,t}^+ + d_{k,t}^- - g_{k,t} = 0 \quad (10)$$

$$d_{k,t}^+ \geq 0, d_{k,t}^- \geq 0 \quad (11)$$

Em que  $d_{k,t}^+$  e  $d_{k,t}^-$  são variáveis auxiliares representando os desvios positivos e negativos com relação ao volume meta no mês  $t$ . O volume armazenado acima do nível meta tem custo zero, ou seja, é livre para atender a quaisquer demandas por menores que sejam suas prioridades. Neste caso,  $d_{k,t}^+$  é eliminado da função objetivo. As variáveis auxiliares permanecem nas restrições envolvendo  $g_{k,t}$ , uma vez que ambos os desvios ainda podem ocorrer.

As perdas por evaporação dos reservatórios são levadas em conta por meio de uma equação linear que estabelece o melhor ajuste entre a área média da superfície do reservatório ( $\bar{a}_{k,t}$ ) e seu vo-

lume médio no período de tempo considerado ( $\bar{S}_{k,t}$ ). Esta relação não é linear, porém, segundo Santana (1998) apud Vieira Neto (1991) é bastante razoável aceitá-la dessa forma, uma vez que o  $R^2$  dessas regressões é da ordem 0,978 a 0,994. A aproximação linear é representada pela seguinte equação:

$$\bar{a}_{k,t} = \alpha \bar{S}_{k,t} + \beta \quad (12)$$

em que  $\alpha$  e  $\beta$  são os parâmetros do melhor ajuste linear da área contra o volume de água armazenada no reservatório.

O volume evaporado no reservatório durante o mês  $t$  é dado por:

$$e_{k,t} \bar{a}_{k,t} = e_{k,t} (\alpha \bar{S}_{k,t} + \beta) \quad (13)$$

Como a perda por evaporação depende da área superficial média do reservatório, a equação de balanço é reescrita substituindo-se o termo representativo da perda pela equação linear acima, resultando:

$$S_{k,t} = S_{k,t-1} + I_{k,t} - e_{k,t} (\alpha \bar{S}_{k,t} + \beta) - w_{k,t} - q_{ij,t}^k \quad (14)$$

Como  $\bar{S}_{k,t}$  é aproximado à média dos volumes armazenados no início e no final do mês, então:

$$\bar{S}_{k,t} = \frac{S_{k,t} + S_{k,t-1}}{2} \quad (15)$$

Substituindo-se esta equação na equação de balanço e rearranjando-se os termos obtém-se:

$$\left(1 + e_{k,t} \frac{\alpha}{2}\right) S_{k,t} = \left(1 - e_{k,t} \frac{\alpha}{2}\right) S_{k,t-1} + I_{k,t} - w_{k,t} - q_{ij,t}^k - e_{k,t} \beta \quad (16)$$

Esta equação apresenta a vantagem de eliminar o processo iterativo na solução do problema de otimização linear uma vez que os parâmetros que determinam a relação entre área e volume armazenado nos reservatórios são previamente conhecidos.

O problema de otimização linear a ser resolvido foi especificado com a seguinte função objetivo:

$$\min z = \sum_t \sum_{p=1}^J c_p \left[ X_{p,t-1} + (D_{p,t} - q_{ij,t}^p) \right] + \sum_t \sum_{k=1}^m c_k d_{k,t}^- + \sum_t \sum_{i,j=1}^n c_{ij} q_{ij,t} \quad (17)$$

Sujeita as restrições (5), (6), (7), (10), (11) e (16) e as restrições de não negatividade das seguintes variáveis de decisão do modelo:  $q_{ij,t}$ ,  $w_{k,t}$ ,  $d_{k,t}^+$ ,  $d_{k,t}^-$ .

### Modelagem Matemática do Amortecimento em Canais – Método de Muskingun

O amortecimento nos canais foi utilizado o método de Muskingun, que pode ser encontrado de forma detalhada em Chow (1988).

As vazões em cada trecho são calculadas conforme equação (18), onde os valores das vazões de entrada para o início e o fim do  $j^{\text{ésimo}}$  intervalo de tempo são  $I_j$  e  $I_{j+1}$ , respectivamente, e os valores correspondentes das vazões de saída são  $Q_j$  e  $Q_{j+1}$ . Os coeficientes  $C_1$ ,  $C_2$  e  $C_3$  expressos pela equações (19), (20) e (21), respectivamente.

$$Q_{j+1} = C_1 I_{j+1} + C_2 I_j + C_3 Q_j \quad (18)$$

$$C_1 = \frac{\Delta t - 2KX}{2K(1-X) + \Delta t} \quad (19)$$

$$C_2 = \frac{\Delta t + 2KX}{2K(1-X) + \Delta t} \quad (20)$$

$$C_3 = \frac{2K(1-X) - \Delta t}{2K(1-X) + \Delta t} \quad (21)$$

A soma  $C_1 + C_2 + C_3 = 1$  sendo que  $C_1$  e  $C_3$  podem ficar negativos conforme os valores dos parâmetros.  $C_1$  é negativo quando  $\Delta t/K$  é menor que  $2X$ , ou seja, quando a distância entre as seções é muito grande e produz um valor alto de  $K$ . Para evitar que sejam produzidas vazões negativas é necessário subdividir o trecho, reduzindo o valor de  $K$  para cada sub-trecho.  $C_3$  é negativo quando  $\Delta t/K$  é menor que  $2(1-X)$ , indicando que o intervalo de tempo é muito grande, podendo produzir vazões negativas. Para evitar isso é necessário reduzir o intervalo de tempo. A aplicação deste modelo requer que os valores de  $K$ ,  $X$  sejam conhecidos.

O valor de  $X$  depende da forma do armazenamento em cunha. O valor de  $X = 0$  representa um

armazenamento típico de reservatório, sem a existência de cunha, resultando em um modelo linear,  $S = KQ$ . Enquanto que um valor de  $X = 0,5$  representa um armazenamento em forma de cunha cheia. De acordo com Chow (1988), em rios naturais,  $X$  está compreendido entre 0 (zero) e 0,3 com valor médio próximo de 0,2. Grandes precisões na determinação de  $X$  pode não ser necessário porque os resultados são relativamente insensíveis ao valor deste parâmetro. Para o modelo de armazenamento, é assumido que os valores de  $K$  e  $X$  são especificados e constantes ao longo da extensão do fluxo.

A formulação do modelo de otimização linear com amortecimento nos canais e/ou rios da rede de fluxo é representada pela equação (17) tendo como restrições as expressões (5), (6), (7), (10), (11) e (16). O modelo passa a ter uma restrição adicional, definida pela equação (18). Os valores de  $X$  e  $K$ , bem como o comprimento de cada link são dados de entrada que devem ser definidos pelo usuário. Esses valores são assumidos constantes para cada trecho em todo o período de análise. O intervalo de tempo considerado neste trabalho é horário. Os valores de  $C_1$ ,  $C_2$  e  $C_3$  são calculados pelas equações (19), (20) e (21), respectivamente.

### Modelagem Computacional

O MOSPAT executa a otimização do sistema a cada hora, quando está em execução. A otimização também pode ser realizada manualmente a partir de um botão (comando) específico na interface.

O fluxograma geral da sequência de procedimentos realizados na otimização, é apresentado na Figura 3.

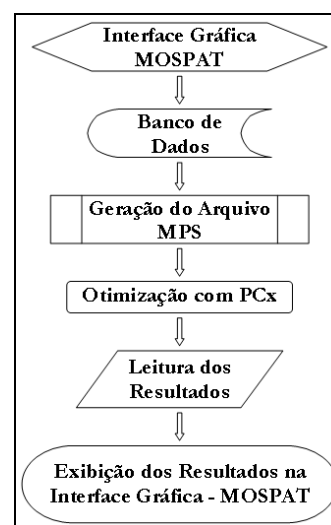


Figura 3 – Fluxograma do Modelo Computacional



Quando a otimização é acionada, o MOSPAT recupera as informações necessárias da base de dados. Os dados de precipitações, vazões e NA dos reservatórios da rede de telemetria serão alimentados de forma automática. O próximo procedimento é a geração do arquivo MPS ("Mathematical Programming System"), Murgtah e Saunders (1987), utilizando a formulação matemática e as informações recuperadas do banco de dados, sejam os dados de vazão, volume, e parâmetros necessários.

Após o processo de geração do arquivo MPS, o software de programação linear PCX (Czyzyk et al., 1997) é acionado para fazer a otimização, fornecendo o valor das variáveis de decisão do modelo, que são as vazões nos arcos (trechos da rede).

Os resultados fornecidos pelo PCx são lidos e gravados na base de dados, e apresentados ao usuário através da interface gráfica.

### Descrição do PCx

O PCx (Czyzyk et al., 1996) é um pacote de programação linear baseado no método dos pontos interiores. Este método é bastante eficiente especialmente na solução de problemas de programação de grande porte, com grande número de variáveis de decisão.

Existem vários algoritmos de pontos interiores aplicados à programação linear, sendo que os mais eficientes são os métodos primal-dual baseados na barreira logarítmica. Como o próprio nome sugere, são criadas barreiras fictícias no interior da região viável em direção à solução ótima.

Souza e Costa (2001) aplicaram o método de pontos interiores primal-dual de barreira logarítmica na resolução de um problema não linear, não convexo e de grande porte e, concluíram que a metodologia foi eficiente. Barros et al. (2003) conseguiram um desempenho excelente quando aplicaram o pacote PCx na operação de sistemas hidroelétricos de larga escala. Mélo Junior et al. (2005) e Schardong (2006) aplicaram o mesmo pacote de forma bem sucedida na alocação de água em sistemas de recursos hídricos complexos.

### Modelo de operação do Sistema Alto Tietê -MOSPAT

As partes constituintes do Sistema são:

- **Base de Dados:** tem a função de receber e armazenar: as informações da rede de fluxo

representativa do Sistema modelado, que incluem curva cota-área-volume dos reservatórios e séries de vazões; dados dos postos telemétricos, que incluem precipitações, níveis d'água de postos instalados em rios e represas que permitem obter, respectivamente, vazão e área e volume; parâmetros do modelo matemático-computacional, como prioridades, custos nos links, coeficientes de amortecimento. Estes dados e parâmetros ficam disponíveis tanto para o modelo matemático-computacional como para consultas do operador, caso necessário. O modelo matemático-computacional consulta o banco, faz as simulações e armazena os resultados novamente na base de dados.

- **Rede Telemétrica:** são postos telemétricos responsáveis pelo monitoramento (medição de níveis d'água em represas e níveis limnométricos para o cálculo de vazões em rios) nos pontos de interesse do SPAT em tempo real, para que o modelo matemático-computacional possa ser alimentado continuamente e de forma automática.
- **Modelo Matemático-Computacional:** é responsável pela interação com o usuário permitindo a definição dos parâmetros do modelo matemático. É responsável também, pela otimização e a visualização das informações da rede telemétrica e dos resultados das simulações, apresentado na
- Figura 4.
- **SSD2 Sabesp:** os dados da rede telemétrica estarão disponíveis no SSD2 Sabesp, uma vez que a base de dados é integrada e compatível.

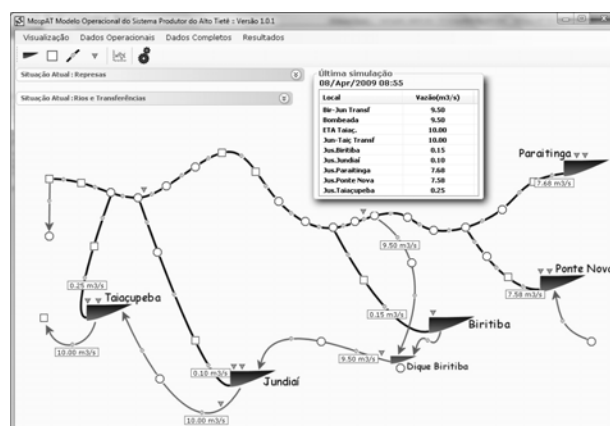


Figura 4 – Tela principal do Modelo MOSPAT

## RESULTADOS

Para as simulações do modelo foram selecionados três cenários: vazão constante, vazão de cheia e vazão de seca.

Estes cenários foram adotados pois o modelo ainda está em fase de implantação e por este motivo os resultados da operação real ainda não estão disponíveis.

Na simulação de vazão constante, os reservatórios foram considerados com volume inicial de 50% do volume útil e o custo no link, que representa o canal da elevatória do Biritiba, foi considerado 50 (valor unidimensional que no modelo AcquaNet varia na escala de 1 a 99), mesmo valor utilizado na simulação mensal, que indica penalidade para o modelo linear e representa o custo de bombeamento. Este valor representar a preferência do usuário, ou seja, indica uma penalidade que pode representar um custo real ou uma preferência do operador.

Neste cenário, o resultado da simulação indica que a vazão bombeada é mantida praticamente constante em  $9,5 \text{ m}^3/\text{s}$ , que corresponde à capacidade máxima da estação elevatória, exceto nas horas iniciais pela influência do amortecimento no link a montante do canal de captação.

Para a simulação do cenário de cheia, os volumes iniciais dos reservatórios de Ponte Nova e Paraitinga foram considerados cheios, e os reservatórios do Biritiba, Jundiá e Taiaçupeba com volume inicial aproximadamente 50% do volume útil, para possibilitar o bombeamento.

A vazão bombeada, assim como na simulação anterior, é mantida em  $9,5 \text{ m}^3/\text{s}$ , que corresponde à capacidade máxima da estação elevatória. Nas horas iniciais, o bombeamento é menor que a capacidade máxima por causa do amortecimento da vazão no link a montante da captação do canal da elevatória.

Para simular uma condição mais crítica, condição de seca, as vazões de contribuição natural dos reservatórios e dos pontos próximos à região da captação da elevatória, foram admitidas nulas. As outras condições foram mantidas. Neste cenário, verifica-se que a vazão bombeada média passa a ser em torno de  $2,7 \text{ m}^3/\text{s}$ .

## CONCLUSÕES

A concepção, análise e planejamento de sistemas de produção de água geralmente são desen-

volvidos através de modelos matemático-computacionais com intervalos de simulação mensal, que permitem otimizar a utilização dos recursos hídricos dos reservatórios e dos cursos d'água. São desenvolvidas ferramentas computacionais cada vez mais sofisticadas, que permitem otimizar ao máximo a utilização de cada  $\text{m}^3$  disponível, atendendo todas as restrições operacionais e as demandas dos diversos usos múltiplos dos recursos hídricos. Desta forma, as ferramentas de otimização utilizadas nas fases de planejamento devem ser, tanto quanto possível, implementadas na operação em tempo real. No entanto, neste caso, é imprescindível considerar o processo hidrodinâmico de propagação dos hidrogramas para garantir que as restrições e demandas previstas, que apresentam usualmente variações intra-diárias ao longo do sistema sejam atendidas sem desperdício dos recursos hídricos e dentro das limitações das estruturas hidráulicas disponíveis.

No caso do SPAT, a etapa de planejamento e otimização da operação do sistema em intervalo mensal foi implementada e vem sendo utilizada pela SABESP há cerca de 5 anos, sendo que a última versão inclui o sistema SSD2. No âmbito do SSD2, é utilizado o programa computacional AcquaNet, que também vem sendo utilizado nos estudos de planejamento de longo prazo como no PDA 2025 e no Plano da Bacia do Alto Tietê.

No entanto, até o presente momento, a operação em tempo real não podia implementar estas técnicas de otimização, pela falta de modelos matemático-computacionais. Os dois primeiros passos para vencer este desafio foram feitos com o desenvolvimento deste modelo matemático com programação linear integrando técnicas de rede de fluxo aos processos hidrológicos de amortecimento em canais, e o desenvolvimento do modelo computacional, que utiliza o modelo matemático descrito e gerencia um banco de dados com informações telemétricas e interage com o usuário de forma eficiente através de telas de comando.

O terceiro passo corresponde à implementação do sistema, permitindo a otimização dos recursos hídricos do SPAT, maximizando a disponibilidade hídrica para abastecimento da RMSP e garantindo o atendimento das demandas e restrições ambientais na bacia do Alto Tietê.

Com o MOSPAT os operadores do SPAT poderão basear suas decisões no resultado da otimização que fornecerá valores de vazão a ser bombeada. Este modelo também possui a capacidade de Sistema de Informações que fornece os valores da leitura dos postos de telemetria em tempo real de

forma continua e automática nos principais pontos de interesse do SPAT.

## REFERÊNCIAS

- BARROS, M.T.L.; TSAI, F.T.-C.; YANG, S.-L.; LOPES, J.E.G.; YEH, W.W.-G. *Optimization of large-scale hydropower system operations. Journal of Water Resources Planning and Management*. v. 129, n. 3, p. 178-188, 2003.
- CHOW, V. T. *Applied hydrology*, McGraw-Hill, 1988
- CZYZYK, J.; MEHROTRA, S.; WAGNER, M.; WRIGHT, S. J. *PCx User Guide*. Office of Computational in Technology Research - U.S. Department of Energy, 1997.
- GARCIA, L. A. V.; PORTO, R. L. L.; MÉLLO JÚNIOR, A. V.; LISBOA NETO, H.; SCHARDONG, A.; MARCELLINI, S. S. *MOSPAT - modelo de operação em tempo real do sistema produtor do alto Tietê*. In: XV SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HÍDRICOS. São Paulo – SP:2007. ABRH.
- LABADIE, J. W. *Optimal Operation of Multireservoir Systems: State-of-the-Art Review*. *Journal of Water Resources Planning and Management*, v. 130, n. 2, p. 93-111, 2004.
- LABADIE, J. W.; LARSON R. *MODSIM 8.1: River Basin Management Decision Support System: Documentation and User Manual*, Colorado State University and U.S. Bureau of Reclamation, Fort Collins, CO, 2007.
- LABADIE, J. W. *Optimal Operation of Multireservoir Systems: State-of-the-Art Review*. *Journal of Water Resources Planning and Management*, v. 130, n. 2, p. 93-111, 2004.
- LABSID, *Laboratório de Sistemas de Suporte a Decisões*, <http://www.labsid.eng.br/programas.aspx>. Último acesso em 18 de Abril, 2009.
- MÉLLO JÚNIOR, A. V.; PORTO, R. L. L.; SCHARDONG, A.; ROBERTO, A. N. *Sistema de alocação de água em bacias complexas pelo método dos pontos interiores*. In: XV SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HÍDRICOS. João Pessoa – PB:2005. ABRH.
- MURTAGH, B. A.; SAUNDERS, M. A. *MINOS 5.1 User's Guide*, Report SOL 83-20R, Department of Operations Research, Stanford University, Stanford, California, 1987.
- PARDOS, P. M.; RESENDE, M. G. C. *Handbook of Applied Optimization*. Oxford University Press, 2002.
- PORTO, R. L. et al. (2003). *Sistema de suporte a decisão para análise de sistemas de recursos hídricos*, in Métodos Numéricos em Recursos Hídricos 6. Org. Por da Silva, R. C. V., ABRH, ed. UFRGS, Porto Alegre - RS, pp. 93 - 240
- PORTO, R. L. L.; MELLO JUNIOR, A. V.; ROBERTO, A. N. *Acquanet: Arquitetura, Estratégias e Ferramenta*. In: XVI Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos, 2005, João Pessoa - PB, 2005
- SCHARDONG, A. *Aplicação de técnicas de Programação Linear e extensões para otimização da alocação de Água em Sistemas de Recursos Hídricos, utilizando métodos de Pontos Interiores*. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.
- SCHARDONG, A.; LISBOA NETO, H.; MARCELLINI, S. S.; ROBERTO, A. N.; GARGIA, J. I. B.; OLIVEIRA, C. P. M.; MÉLLO JÚNIOR, A. V.; PORTO, R. L. L. *Sistema de Suporte a Decisões para Operação dos Grandes Sistemas Produtores da SABESP com Uso de Tecnologia de Sistemas de Informações Geográficas (SIG)* - Anais XIII Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto, Florianópolis, Brasil, 21-26 abril 2007, INPE, p. 3561-3568.
- SANTANA, A. G. *Dimensionamento Ótimo de um Sistema de Recursos Hídricos de Grande Porte*. Dissertação (Mestrado) – Instituto de Pesquisas Hidráulicas, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 1998.
- SIMONOVIC, S. *Reservoir systems analysis: closing gap between theory and practice*. *Journal Water Resources Planning and Management*, v. 118, n. 3, p. 262-280, 1992.
- SIMONOVIC, S. *Managing Water Resources - Methods and Tools for a Systems Approach*. UNESCO Publishing, 2008
- SOUZA, V. A. de; COSTA, G. R. M. da. *Aplicação dos métodos de pontos interiores na resolução de problemas não lineares, não convexo e de grande porte*. In: XX-XIII SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL. Campos do Jordão - SP: 2001, SBPO.
- WINSTON, W. L. *Operations research: applications and algorithms*. Thomson, 2004.
- WURBS, R. A. *Reservoir-System Simulation and Optimization Models*, *Journal of Water Resources Planning and Management*, ASCE, v.119, n.4, p.455-472, 1993.
- WURBS, R. A. *Modeling and analysis of reservoir system operations*. Prentice Hall, 1996.
- YEH, W.W.-G. *Reservoir management and operation models: a state-of-the-art review*. *Journal Water Resources Planning and Management*, v. 21, n. 12, p. 1797-1818, 1985.

## ***Real Time Operation For The Alto Tiete Water Supply System***

### **ABSTRACT**

*This paper presents a real time Operation Model for the Alto Tiete water supply System for the São Paulo Metropolitan Region. The Operation Model consists of a data base, a mathematical model and a user interface that indicates the system operating rules. Data is acquired in real time through a telemetric network. The optimization model runs linear programming software based on the Interior Point Method using Linear Objective Function and channel damping. The main objective of the Model is to optimize the water resources of the upper Tiete river by inflow storage and pumping maximization, through Biritiba pumping station, during floods and to rationalize operation in order to provide the minimum environmental flow and demands throughout the basin, as well as to reduce the risk of a deficit in the Taiaçupeba Water Treatment Station. The Operation Model is integrated to the planning models that establish the monthly operational requirements.*  
**Key-words:** *optimization, operation model, linear programming, decision support system.*