

PROPAGAÇÃO DE CHEIAS EM RIOS COM PLANÍCIES DE INUNDAÇÃO UTILIZANDO O MODELO MUSKINGUM-CUNGE-TODINI

Paulo R.M. Pontes¹, Walter Collischonn²

Resumo - O método de Muskingum-Cunge é amplamente utilizado para propagação de cheias em rios, especialmente como módulo de modelos hidrológicos mais complexos. Na sua forma não linear, este método permite representar a propagação de cheias em rios com planícies de inundação, mas apresenta erros de conservação de volume. Todini (2007) sugeriu modificações ao método de Muskingum-Cunge não linear para compensar ou evitar estes erros, e demonstrou que o novo método, denominado Muskingum-Cunge-Todini (MCT), apresenta conservação de volume em rios com vários tipos de seção transversal. Entretanto, os testes realizados por Todini não incluem rios com planície de inundação. No presente trabalho o método de Muskingum-Cunge-Todini é revisado e adaptado para a situação em que a seção transversal apresenta uma área de inundação lateral em que a velocidade é muito inferior à velocidade da água na calha principal do rio. A partir daí são realizados testes em um trecho hipotético de rio com planície, considerando um hidrograma sintético, também hipotético buscando verificar o desempenho do modelo MCT com planície de inundação através da avaliação dos erros de conservação de volume. Os resultados confirmam que o modelo Muskingum-Cunge-Todini mesmo com a inclusão da planície de inundação conserva os volumes de forma satisfatória.

Abstract – In this paper, it was assessed the variable parameter Muskingum-Cunge (MCT) proposed by Todini (2007). This new method is volume conservative in several cross sections. However, tests performed by Todini not include the effect of floodplain. In this work the method was reviewed and adapted to account floodplain flow in which the lateral velocity is much lower than the velocity in the main channel.

Palavras-chave: Conservação de volume, Muskingum-Cunge não linear, planície de inundação.

¹ Doutorando do IPH-UFRGS. Email: p.rogenes@gmail.com

² Professor adjunto do IPH-UFRGS. Email: collischonn@iph.ufrgs.br

INTRODUÇÃO

O cálculo da propagação de ondas de cheias em rios pode ser realizado, atualmente, de forma relativamente fácil usando modelos hidrodinâmicos, que resolvem numericamente as equações de Saint-Venant. Entretanto, modelos simplificados de propagação de vazão ainda tem uma grande importância, especialmente como módulos que fazem parte de modelos hidrológicos mais complexos. Isto ocorre porque os modelos simplificados exigem menos dados de entrada e porque normalmente são mais eficientes computacionalmente.

Um dos modelos simplificados mais importantes de escoamento em rios continua sendo o modelo de Muskingum, proposto por McCarthy em 1939 (Tucci, 2005). Em 1969, Cunge demonstrou que o método Muskingum é equivalente à solução da onda cinemática com um esquema numérico de diferenças finitas, e que a difusão da onda de cheia resultante da aplicação do modelo Muskingum é, na realidade, o resultado de um erro numérico dependente dos intervalos de discretização utilizados nas derivadas do tempo e do espaço. Partindo desta constatação, Cunge propôs uma forma de estimar os valores dos parâmetros K e X do modelo Muskingum para que a difusão causada pelo erro numérico se iguale à difusão real da onda de cheia. O modelo de Muskingum, aplicado de acordo com as sugestões de Cunge, passou a ser chamado modelo Muskingum-Cunge.

Ainda em 1969, Cunge modificou o modelo para considerar os parâmetros K e X variáveis no tempo e no espaço, de acordo com a vazão a ser propagada. Esta versão passou a ser conhecida como modelo Muskingum-Cunge não linear (MCNL). A versão em que os valores de K e X não se alteram ao longo do tempo é conhecida como Muskingum-Cunge linear (MCL) (Ponce, 1989; Tucci, 2005).

O método MCNL apresenta grandes vantagens quando a celeridade da onda de cheia varia com a vazão. Tucci (2005) e Silva et al (2003), por exemplo, mostram algumas vantagens de utilizar o método MCNL no rio Jacuí - RS.

As maiores vantagens do método Muskingum-Cunge não linear são esperadas em rios com planícies de inundação, em que a velocidade de propagação da onda de cheia (celeridade) varia fortemente com a vazão.

Entretanto, diversos autores demonstraram que o método MCNL pode ter um erro de conservação de massa da ordem de 8% a 10% (Tang & Samuels, 1999; Failache et al., 2004). O método MCL, por outro lado, não apresenta erros na conservação de volume.

Estes erros de conservação de volume podem ser irrelevantes quando se analisa apenas o problema de propagação de uma cheia em um rio, de forma isolada. Entretanto, estes erros podem

ser importantes quando o modelo de propagação é parte de um modelo hidrológico mais complexo, que está sendo utilizado para avaliação de impactos de mudanças climáticas ou de impactos de mudanças de uso da terra. Nestes tipos de problemas é desejável que o modelo hidrológico como um todo respeite a conservação de massa, para não prejudicar as conclusões sobre alterações de vazão.

Ao longo dos últimos 20 anos o problema da conservação de volume no modelo MCNL foi analisado por diversos autores, que procuraram resolver a questão de diversas formas (Perumal, 1994; Cappelaere, 1997; Todini, 2007; Price, 2009). Uma das propostas mais simples, e, ao mesmo tempo, mais promissoras, foi feita por Todini (2007). Este autor percebeu uma inconsistência na forma como eram obtidas as equações para aplicação do modelo MCNL a partir das equações originais de Muskingum-Cunge e desenvolveu um novo método com um passo iterativo, que passou a ser chamado método de Muskingum-Cunge-Todini (MCT). Todini (2007) realizou testes em canais prismáticos com várias formas e características de declividade e demonstrou que o novo método não apresenta erros de conservação de volume, e que apresenta resultados semelhantes a um modelo hidrodinâmico completo para uma ampla faixa de condições.

No presente trabalho o método MCT foi estendido para considerar a situação de rios com planície de inundação, onde a velocidade é significativamente menor do que a velocidade da água na calha principal, o que afeta fortemente a celeridade da onda de cheia. Também foram realizados testes de conservação de volume para uma ampla faixa de condições, e alterando características do rio e opções de discretização espacial e temporal.

O MODELO MUSKINGUM-CUNGE LINEAR E NÃO LINEAR

A equação final utilizada pelo modelo Muskingum é obtida pela combinação da equação da continuidade (1) com uma equação que relaciona o armazenamento em um trecho de rio com as vazões de entrada e a saída do trecho (2).

$$\frac{dS}{dt} = I - Q \quad (1)$$

$$S = k\varepsilon I + k(1 - \varepsilon)Q \quad (2)$$

Os termos nas equações 1 e 2 são: S é o volume armazenado no trecho [L³]; I e Q são as vazões de entrada e saída respectivamente [L³/T]; k e ε são parâmetros do modelo.

Derivando a equação 2 em relação ao tempo, substituindo na equação 1, e considerando que os parâmetros k e ε são constantes no tempo tem-se a equação 3.

$$k\varepsilon \frac{dI}{dt} + k(1 - \varepsilon) \frac{dQ}{dt} = I - Q \quad (3)$$

As derivadas na equação 3 são aproximadas por derivadas numéricas, resultando na equação 4.

$$k\varepsilon \frac{I_{t+1}-I_t}{\Delta t} + k(1-\varepsilon) \frac{Q_{t+1}-Q_t}{\Delta t} = \frac{I_{t+1}+I_t}{2} - \frac{Q_{t+1}+Q_t}{2} \quad (4)$$

A equação 4 pode ser reescrita na forma apresentada pela equação 5, com os coeficientes C1, C2 e C3 obtidos pelas equações 6, 7 e 8.

$$Q_{t+1} = C1I_{t+1} + C2I_t + C3Q_t \quad (5)$$

Onde:

$$C1 = \frac{-2k\varepsilon+\Delta t}{2k(1-\varepsilon)+\Delta t} \quad (6)$$

$$C2 = \frac{2k\varepsilon+\Delta t}{2k(1-\varepsilon)+\Delta t} \quad (7)$$

$$C3 = \frac{2k\varepsilon-\Delta t}{2k(1-\varepsilon)+\Delta t} \quad (8)$$

A equação 5, com os coeficientes C1, C2 e C3 corresponde ao método de Muskingum em sua forma original.

Em 1969, Cunge concluiu que o método de Muskingum é equivalente a uma solução numérica da equação hiperbólica da onda cinemática (Equação 9). Este autor também concluiu que a atenuação da onda de cheia que acontece na propagação utilizando a solução numérica da equação de onda cinemática é devida à difusão numérica, relacionada ao esquema numérico de diferenças finitas adotado para representar as derivadas da equação 9.

$$\frac{dQ}{dt} + c \frac{dQ}{dx} = 0 \quad (9)$$

Cunge (1969) *apud* Ponce (1989) utilizou o esquema numérico de quatro pontos, como ilustrado na figura 1, e aproximou as derivadas através das equações 10 e 11.

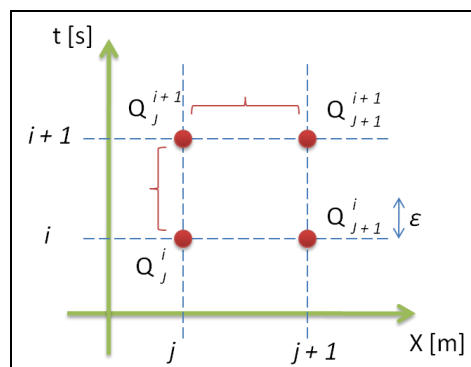


Figura 1 - Esquema numérico de quatro pontos utilizado no método Muskingum-Cunge.

As derivadas são aproximadas da seguinte forma:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{\varepsilon(Q_j^{i+1}-Q_j^i) + (1-\varepsilon)(Q_{j+1}^{i+1}-Q_{j+1}^i)}{\Delta t} \quad (10)$$

$$\frac{dQ}{dx} = \frac{\vartheta(Q_{j+1}^{i+1} - Q_j^{i+1}) + (1-\vartheta)(Q_{j+1}^i - Q_j^i)}{\Delta x} \quad (11)$$

E substituindo essas equações na equação abaixo 9, obtém-se a equação 12.

$$\frac{\varepsilon(Q_j^{i+1} - Q_j^i) + (1 - \varepsilon)(Q_{j+1}^{i+1} - Q_{j+1}^i)}{\Delta t} + \frac{c}{2} \frac{(Q_{j+1}^{i+1} - Q_j^{i+1}) + (Q_{j+1}^i - Q_j^i)}{\Delta x} = 0 \quad (12)$$

(Considerando $\varepsilon = 0.5$).

Após algumas manipulações, pode-se obter a seguinte equação:

$$Q_{j+1}^{i+1} = C1Q_j^{i+1} + C2Q_j^i + C3Q_{j+1}^i \quad (13)$$

Onde:

$$C1 = \frac{-2\Delta x\varepsilon + c\Delta t}{2\Delta x(1-\varepsilon) + c\Delta t} \quad (14)$$

$$C2 = \frac{2\Delta x\varepsilon + c\Delta t}{2\Delta x(1-\varepsilon) + c\Delta t} \quad (15)$$

$$C3 = \frac{2\Delta x\varepsilon - c\Delta t}{2\Delta x(1-\varepsilon) + c\Delta t} \quad (16)$$

Observa-se que a equação 13 é equivalente à equação 5, com $k = \Delta x/c$.

Cunge (1969) sugeriu valores para o parâmetro ε , para os quais a difusão numérica seria equivalente à real, chegando à equação 17

$$\varepsilon = 0.5(1 - \frac{Q}{c\Delta xBS0}) \quad (17)$$

Considerando o valor do parâmetro sugerido por Cunge, pode-se reescrever as equações 14 a 16 na forma apresentada a seguir:

$$C1 = \frac{-1+C+D}{1+C+D} \quad (18)$$

$$C2 = \frac{1+C-D}{1+C+D} \quad (19)$$

$$C3 = \frac{1-C+D}{1+C+D} \quad (20)$$

Onde C é o número de Courant e D é a Difusão

$$C = \frac{c\Delta t}{\Delta x} \quad (21)$$

$$D = \frac{Q}{c\Delta xBS0} \quad (22)$$

Os parâmetros k e ε são estimados normalmente com base em uma vazão de referência. Após a quantificação dessa vazão de referência, calcula-se a celeridade, e os outros parâmetros necessários para a obtenção do hidrograma de saída.

No modelo Muskingum Cunge Linear (MCL), essa vazão de referência é fixa para todo o período de cálculo. Tucci (2005) sugere que a vazão de referência seja aproximadamente 70% da vazão máxima do hidrograma de entrada no trecho.

No modelo Muskingum-Cunge Não Linear (MCNL), a vazão de referência é calculada a cada passo de tempo. Desta forma, os parâmetros k e ε também variam a cada passo de tempo.

Ao longo do tempo, diferentes formas de estimar a vazão de referencia foram propostas (Faillache et al., 2004; Tang e Samuels, 1999; Ponce, 1989).

Dois dos esquemas para a estimação da vazão de referência mais usuais para o método MCNL são o esquema de três pontos explícito (equação 23); o esquema de 4 pontos implícito (equação 24)

$$Q_{ref}(i,j) = \frac{Q_j^i + Q_j^{i+1} + Q_{j+1}^i}{3} \quad (23)$$

onde $c(i,j) = c(Q_{ref}(i,j))$

$$Q_{ref}(i,j) = \frac{Q_{j+1}^{i+1} + Q_j^i + Q_j^{i+1} + Q_{j+1}^i}{4} \quad (24)$$

onde $c(i,j) = c(Q_{ref}(i,j))$

A equação 24 exige um processo iterativo, em que o modelo é aplicado inicialmente usando uma estimativa do valor de Q_{i+1} , que posteriormente é corrigida uma ou duas vezes.

Operacionalmente, o modelo MCNL é aplicado utilizando uma tabela que relaciona a vazão no sub-trecho com a celeridade e com os parâmetros k e ε . A cada passo de tempo uma vazão de referência é estimada a partir da equação 23 ou da equação 24, e os valores dos parâmetros k e ε correspondentes a esta vazão são buscados na tabela.

O MODELO MUSKINGUM-CUNGE-TODINI (MCT)

Em função dos problemas de conservação de volume apresentados pelo método Muskingum-Cunge não linear, vários autores fizeram propostas de alterações deste método, com o objetivo de eliminar ou minimizar os erros (Perumal (1994), Cappelaere (1997), Todini (2007), Price (2009)).

Uma das propostas mais recentes foi apresentada por Todini (2007), e recebeu o nome de método "Muskingum-Cunge-Todini" (MCT).

O autor detectou dois problemas na metodologia não linear do modelo Muskingum-Cunge. O primeiro problema, já citado anteriormente, está relacionado com a conservação de massa ou volume.

No modelo Muskingum-Cunge não linear os parâmetros k e ε devem variar em cada passo de tempo e em cada trecho. Operacionalmente, essa premissa é obedecida, porém Todini percebeu que a variação de k e ε no tempo não acontece de fato (equação 3). Conceitualmente, o modelo não

linear utiliza o equacionamento inicial do modelo linear, gerando problemas de conservação de volume.

A resolução desse problema consiste em uma nova derivação das equações do modelo Muskingum-Cunge assumindo a variação dos parâmetros k e ε no tempo como mostra a equação 25.

$$\frac{d(k\varepsilon I)}{dt} + \frac{d(k(1-\varepsilon)Q)}{dt} = I - Q \quad (25)$$

As derivadas na equação 25 são aproximadas por derivadas numéricas, resultando na equação 26.

$$\frac{(k\varepsilon)_{t+1}I_{t+1} - (k\varepsilon)_t I_t}{\Delta t} + \frac{(k(1-\varepsilon))_{t+1}Q_{t+1} - (k(1-\varepsilon))_t Q_t}{\Delta t} = \frac{I_{t+1} + I_t}{2} - \frac{Q_{t+1} + Q_t}{2} \quad (26)$$

Após algumas manipulações matemáticas pode-se reescrever as equações 18, 19 e 20 com os parâmetros k e ε variando no tempo:

$$C1 = \frac{-1 + C_{t+1} + D_{t+1}}{1 + C_{t+1} + D_{t+1}} \quad (27)$$

$$C2 = \frac{C_{t+1}}{C_t} \frac{1 + C_t - D_t}{1 + C_{t+1} + D_{t+1}} \quad (28)$$

$$C3 = \frac{C_{t+1}}{C_t} \frac{1 - C_t + D_t}{1 + C_{t+1} + D_{t+1}} \quad (29)$$

Essa modificação permite a conservação de volume dos hidrogramas propagados.

O segundo problema está relacionado com as equações de armazenamento. A derivação das equações 1 e 2 permite calcular o armazenamento no tempo $t+1$, de duas formas diferentes:

$$\frac{S_{t+1} - S_t}{\Delta t} = \frac{I_{t+1} + I_t}{2} - \frac{Q_{t+1} + Q_t}{2} \quad (30)$$

$$S_{t+1} = k\varepsilon I_{t+1} + k(1 - \varepsilon)Q_{t+1} \quad (31)$$

Os resultados obtidos pelas equações 30 e 31 apresentam valores de S_{t+1} diferentes e que não estão de acordo com as condições de regime permanente. Todini (2007) mostra que o armazenamento calculado pela equação 30 não retorna as condições iniciais de regime permanente e o mesmo armazenamento, calculado pela equação 31, apresenta valores menores do que as condições de regime permanente.

Em regime permanente as vazões de entrada e saída em um determinado trecho são iguais. Ou seja, considera-se amortecimento inexistente e uma translação “ k ”. O amortecimento é calculado pela equação 32.

$$S_{t+1} = kI_{t+1} = kQ_{t+1} \quad (32)$$

O armazenamento também pode ser calculado pela equação 31 baseado no equacionamento inicial do modelo Muskingum (Koussis, 2009).

$$S = A\Delta x = \frac{Q}{v}\Delta x = k*Q \quad (31)$$

Onde A é a área da seção $[L^2]$; Δx é o trecho ou comprimento $[L]$; Q é a vazão $[L^3/T]$, v é a velocidade média na seção $[L/T]$ e k^* é referente à translação da vazão $[T]$.

Em contrapartida, o modelo derivado por Cunge em 1969 (Todini (2007) e Ponce (1989)) considera que a onda translada com uma celeridade “ c ” e o parâmetro “ k ”, referente ao efeito de translação, é calculado pela equação 32.

$$k = \frac{\Delta x}{c} \quad (32)$$

A resolução da inconsistência com o regime permanente parte da premissa de que o modelo Muskingum respeita essas condições. Todini, então, introduz um parâmetro β^* , que corresponde à razão entre celeridade da onda e velocidade.

Considerando esse novo parâmetro, pode-se reescrever as equações 21 e 22 na forma apresentada a seguir:

$$C^* = \frac{c\Delta t}{\Delta x} \frac{1}{\beta} \quad (33)$$

$$D^* = \frac{Q}{c\Delta x B S_0} \frac{1}{\beta} \quad (34)$$

Portanto, deve-se reescrever C_1 , C_2 e C_3 em função de C^* e D^* para que o modelo MCT conserve volume e esteja de acordo com o regime permanente.

Resumo do modelo MCT

Abaixo é descrito um resumo do algoritmo para facilidade de implementação e diminuição de custo computacional. É importante citar que as equações a seguir são válidas para uma seção retangular de rio.

É válido citar que o intervalo temporal é representado por “ i ” e o intervalo espacial é representado por “ j ”.

O primeiro passo do algoritmo é estimar a vazão no tempo $i+1$ do hidrograma de saída. Inicialmente o valor é:

$$Q_0 = Q_{j+1}^i + Q_j^{i+1} - Q_j^i \quad (35)$$

Com essa vazão, calculam-se as vazões de referência nos tempos i e $i+1$:

$$Q_{ref_{j+1}}^i = \frac{Q_j^i + Q_{j+1}^i}{2} \quad (36)$$

$$Q_{ref_{j+1}}^{i+1} = \frac{Q_j^{i+1} + Q_0}{2} \quad (37)$$

Com base nessas vazões de referência, calcula-se os níveis de água:

$$y_{j+1}^i = \alpha Q_{ref_{j+1}}^i \quad (38)$$

$$y_{j+1}^{i+1} = \alpha Q_{ref_{j+1}}^{i+1} \quad (39)$$

$$\alpha = \frac{n^{0.6}}{S0^{0.3} B^{0.6}} \quad (40)$$

Usando ainda a vazão de referência foi possível calcular as celeridades em cada tempo:

$$c_{j+1}^i = \frac{5}{3} \frac{S0^{0.3}}{n^{0.6} B^{0.4}} Qref_{j+1}^i \quad (41)$$

$$c_{j+1}^{i+1} = \frac{5}{3} \frac{S0^{0.3}}{n^{0.6} B^{0.4}} Qref_{j+1}^{i+1} \quad (42)$$

Obs.: É considerado nessa fórmula que o raio hidráulico é igual ao nível da água.

Com base na vazão de referência, no nível de água e na celeridade pode-se calcular o fator de correção β^* :

$$\beta_{j+1}^{*i} = \frac{c_{j+1}^i A_{j+1}^i}{Qref_{j+1}^i} \quad (43)$$

$$\beta_{j+1}^{*i+1} = \frac{c_{j+1}^{i+1} A_{j+1}^{i+1}}{Qref_{j+1}^{i+1}} \quad (44)$$

O número de Courant (C^*):

$$C_{j+1}^{*i} = \frac{c_{j+1}^i \Delta t}{\beta_{j+1}^{*i} \Delta x} \quad (45)$$

$$C_{j+1}^{*i+1} = \frac{c_{j+1}^{i+1} \Delta t}{\beta_{j+1}^{*i+1} \Delta x} \quad (46)$$

E a Difusão (D^*):

$$D_{j+1}^{*i} = \frac{Qref_{j+1}^i}{c_{j+1}^i \beta_{j+1}^{*i} \Delta x B S0} \quad (47)$$

$$D_{j+1}^{*i+1} = \frac{Qref_{j+1}^{i+1}}{c_{j+1}^{i+1} \beta_{j+1}^{*i+1} \Delta x B S0} \quad (48)$$

Finalmente os parâmetros C1, C2 e C3 do método proposto por Todini (2007):

$$C1 = \frac{-1 + C_{j+1}^{*i+1} + D_{j+1}^{*i+1}}{1 + C_{j+1}^{*i+1} + D_{j+1}^{*i+1}} \quad (49)$$

$$C2 = \frac{1 + C_{j+1}^{*i} - D_{j+1}^{*i}}{1 + C_{j+1}^{*i+1} + D_{j+1}^{*i+1}} \quad (50)$$

$$C3 = \frac{1 - C_{j+1}^{*i} + D_{j+1}^{*i}}{1 + C_{j+1}^{*i+1} + D_{j+1}^{*i+1}} \quad (51)$$

O último passo é calcular a vazão de saída no tempo i+1 pela fórmula tradicional:

$$Q_{j+1}^{i+1} = C1 Q_j^{i+1} + C2 Q_j^i + C3 Q_{j+1}^i \quad (52)$$

É importante que se repita duas vezes as equações que estão no tempo i+1 para que se possa eliminar a influência da estimativa inicial para Q_{j+1}^{i+1} .

REPRESENTAÇÃO DA PLANÍCIE DE INUNDAÇÃO

O armazenamento na planície de inundação é um dos mais importantes aspectos que contribuem para o amortecimento dos hidrogramas de cheia. Segundo Price (2009), modelos simplificados que consideram esse efeito são muito mais precisos quando relacionados aos que não consideram, além de representarem o sistema simulado de maneira mais aproximada quando comparados com modelos hidrodinâmicos completos. As trocas de água entre calha e planície influenciam diretamente na celeridade da onda como pode ser visto na Figura 2.

Nota-se que enquanto a água permanece na calha ($Q = Q_1$), a celeridade tende a aumentar. Isso acontece devido às relações geométricas da seção. Assim que a água passa para a planície de inundação ($Q = Q_2$), a celeridade decresce até um valor muito baixo e rapidamente. A partir do momento que a água está estabilizada na seção ($Q = Q_3$) não há um aumento significativo na largura da seção transversal, fazendo com que a celeridade aumente, mas de uma forma mais branda. O mesmo comportamento pode ser visto na Figura 3, referente ao trabalho realizado por Wong e Laurenson (1983).

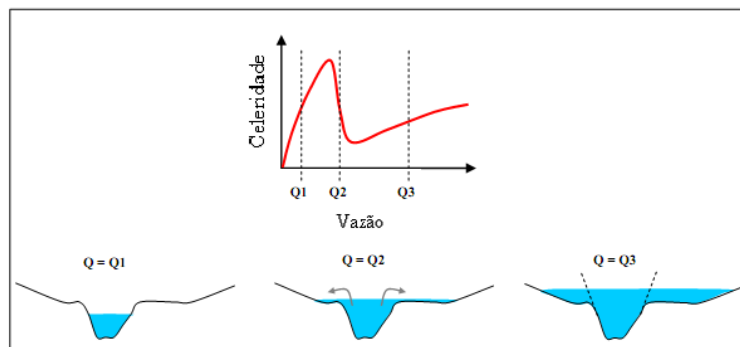


Figura 2 - Efeito do armazenamento na planície de inundação na celeridade. Fonte: Paiva, 2009.

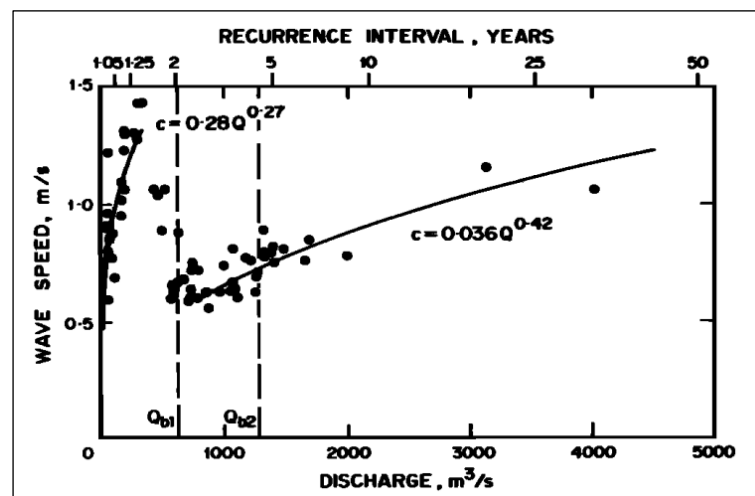


Figura 3 - Relação celeridade x vazão no rio Murrumbidgee, na Austrália ($L = 115 \text{ km}$, $S_0 = 3.2 \times 10^{-4}$ m/m). (Fonte: Wong e Laurenson, 1983).

Reforçando a ideia de que as velocidades são menores quando o fluxo ultrapassa os limites da calha principal chegando até a planície de inundação, Christopher et al., (2007) apresenta valores de tempo de viagem da onda de cheia para diferentes vazões no rio São Francisco (entre os postos fluviométricos São Francisco e Morpará). O autor mostra que para vazões de aproximadamente 11000 m³/s o tempo de viagem pode chegar a 29 dias.

As planícies de inundação podem interferir no escoamento de várias formas. O armazenamento na planície de inundação pode contribuir para o amortecimento e atraso dos hidrogramas. Paz et al. (2006), cita casos em que os volumes extravasados da calha do rio para a planície de inundação não retornam totalmente após o pico da cheia em função de características particulares do local, como exemplo o Pantanal.

Segundo Paz (2010), nos rios com planície de inundação, a representação matemática das trocas de água entre canal e planície e do escoamento sobre a planície requer uma abordagem específica, caso o interesse do estudo seja simular padrões de inundação na planície. Segundo o mesmo autor, o extravasamento de água no rio para a planície é uma consequência natural do regime hidrológico.

Em épocas de estiagem, por exemplo, o escoamento limita-se apenas a calha do rio ou canal. Em períodos de cheias pode haver o extravasamento para áreas planas adjacentes aos canais. Esse escoamento na planície pode muitas vezes se tornar independente do escoamento no rio levando ao armazenamento de volumes em áreas alagadas.

Existem diversas alternativas para representar tanto o fluxo no canal principal como na planície de inundação. Com relação à planície de inundação, pode-se usar metodologia de seções compostas acoplando isso a modelos hidrodinâmicos completos ou simplificados de propagação de vazão. Outra forma consiste no uso de modelos bidimensionais ou tridimensionais para representar o escoamento na planície. Além disso, pode-se usar um modelo de células acoplado a um modelo unidimensional para representação do fluxo na planície de do canal.

Alguns trabalhos desenvolvidos nessa última década abordam a combinação de modelos diferentes para planície e para o canal principal. Como exemplo pode-se citar os trabalhos de Paz (2010), Bates e De Roo (2000) e Horritt e Bates (2002) que acoplaram modelos hidrodinâmicos (escoamento na calha do rio) a modelos tipo raster e bidimensional para planície de inundação.

METODOLOGIA

No presente trabalho o método de Muskingum-Cunge-Todini foi adaptado para simular a propagação de cheias em um rio com uma seção transversal composta por três regiões, como

ilustrado na Figura 4. Nesta seção existe uma calha principal (Região 1), e uma área marginal inundável (Regiões 2 e 3). Nas situações em que a vazão do rio é relativamente baixa, e a profundidade é inferior a Y_{rio} , todo o escoamento é contido na calha principal. Entretanto, para vazões mais altas a profundidade pode superar Y_{rio} , iniciando a inundação da planície adjacente.

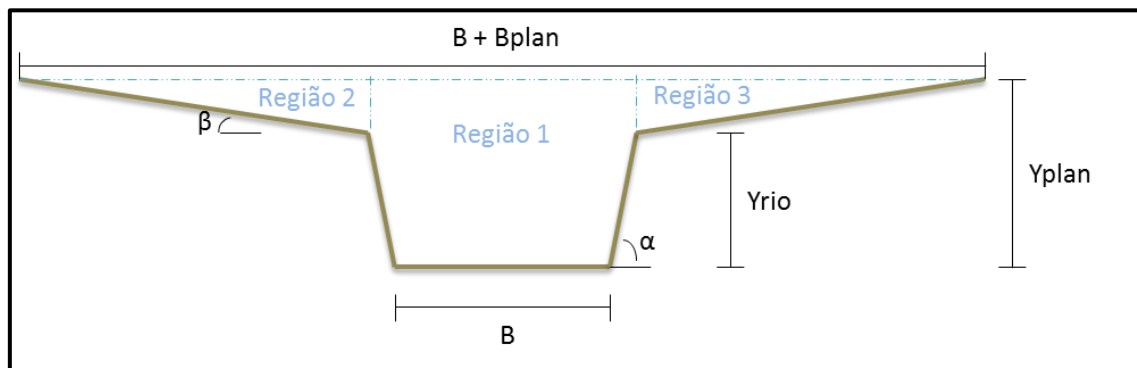


Figura 4 - Seção transversal com planície de inundação.

Utilizou-se uma tabela com os parâmetros necessários para cada modelo na seção. Exemplificando melhor: foi criado um vetor crescente de profundidades até um valor arbitrário que fosse suficientemente grande para que a vazão correspondente superasse a vazão máxima nos hidrogramas a montante dos trechos simulados.

Para cada cota, foi calculada uma largura, área, perímetro, raio hidráulico, vazão, celeridade e velocidade (Fórmula de Manning) e parâmetros como o fator beta, o número de Courant e a Difusão, necessários para o modelo Muskingum-Cunge Todini. Para modelos como Muskingum-Cunge não linear, a tabela foi necessária apenas até o cálculo da celeridade.

Durante a aplicação do modelo, foram interpolados (com auxílio da tabela) de acordo com a vazão de referência, os valores necessários para o cálculo dos coeficientes $C1$, $C2$ e $C3$.

A criação da tabela permite que durante as simulações, não seja necessário o uso de uma rotina que calcule zeros de função. Por exemplo, calcular uma determinada profundidade dada uma vazão de referência.

A consideração da planície de inundação serve para todos os modelos hidrodinâmicos simplificados. Porém o que motivou a elaboração do equacionamento e consequentemente sua implementação, foi a curiosidade de analisar os resultados do modelo Muskingum-Cunge Todini, considerando o efeito da planície.

Para avaliar o comportamento do modelo MCT foi realizado um exemplo numérico em um trecho hipotético de rio com planície. O objetivo desse teste é verificar o desempenho do MCT através da avaliação dos erros de conservação de volume.

Nesse teste foi considerado um trecho de canal de seção transversal retangular, com largura da base de 600 metros, comprimento de 200 km, declividade de 0,00025 m/m, coeficiente de Manning de $0,035 \text{ m}^{-1/3} \text{ s}$, $\Delta x = 1000$ metros e $\Delta t = 1$ hora. Foi considerada uma profundidade máxima do rio de 5 metros. A rugosidade da planície foi mantida constante e igual a $0,13 \text{ m}^{-1/3} \text{ s}$.

Adicionalmente, cada parâmetro foi perturbado, mantendo os outros constantes, de acordo com a Tabela 1.

Tabela 1 - Variação dos parâmetros utilizados na simulação. Os valores em negrito são os parâmetros “padrão” do teste realizado.

| Característica | Faixa de valores |
|---------------------------------------|--|
| Declividade (S_0) | 0,0001 – 0,001 (m/m) |
| Rugosidade da calha (man) | 0,01 – 0,1 ($\text{m}^{-1/3} \text{ s}$) |
| Discretização espacial (Δx) | 50 – 200000 (m) |
| Discretização temporal (Δt) | 1800 – 7200 (s) |

Onde S_0 , Man , Δx e Δt é a declividade, número de Manning, discretização espacial e discretização temporal respectivamente.

No presente trabalho é considerado um hidrograma sintético (NERC, 1975) *apud* Todini (2007). Esse hidrograma pode ser definido de acordo com a equação abaixo:

$$Q(t) = Q_{base} + (Q_{pico} - Q_{base}) \left[\frac{t}{T_p} \exp \left(1 - \frac{t}{T_p} \right) \right]^\beta \quad (52)$$

Onde: $Q_{base} = 100 \text{ m}^3/\text{s}$; $Q_{pico} = 10000 \text{ m}^3/\text{s}$; $T_p = 120$ horas e $\beta = 4$. (Parâmetro de curvatura do hidrograma).

Quanto maior o valor do parâmetro β , mais rapidamente ocorre a subida e a descida do hidrograma, resultando em hidrogramas mais estreitos, como mostrado na Figura 5.

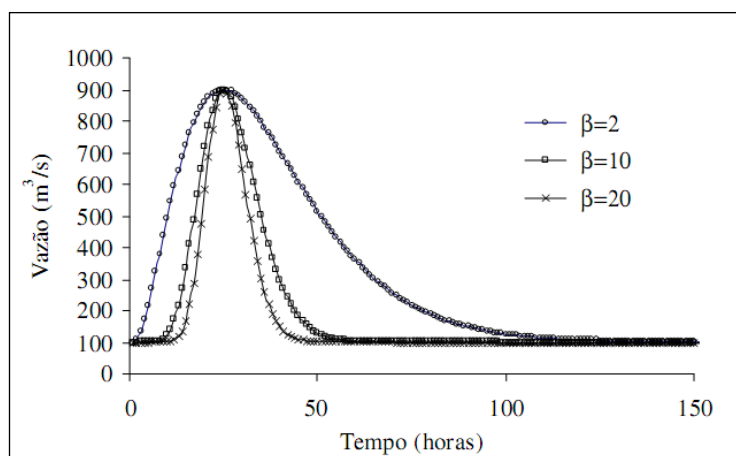


Figura 5 - Forma dos hidrogramas quanto aos valores de beta. Nesse hidrograma foi considerado uma Q_{pico} de $900 \text{ m}^3/\text{s}$, Q_{base} de $100 \text{ m}^3/\text{s}$ e T_p de 24 horas. Fonte: Failache et.al., (2004)

A Figura 6 mostra a seção transversal para esse teste considerando os parâmetros padrão.

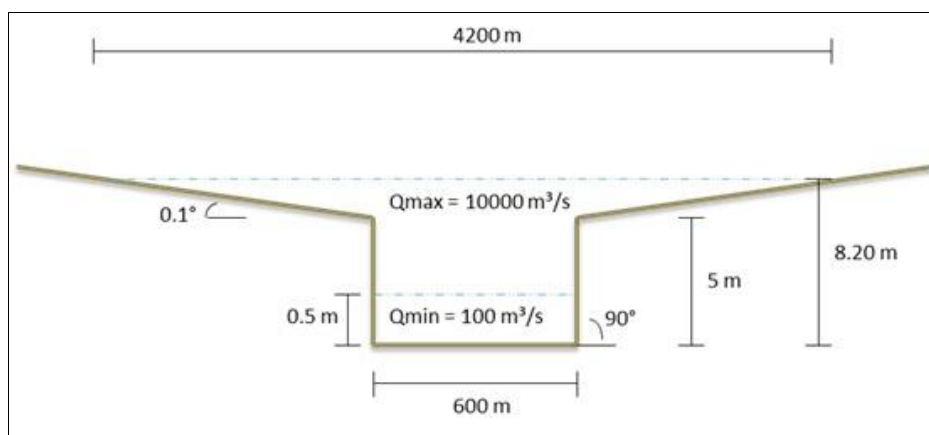


Figura 6 - Seção transversal do teste realizado.

Após as simulações foram comparados e analisados os resultados obtidos por cada modelo de propagação de vazão. Vale citar que o erro de volume foi calculado pela seguinte fórmula:

$$erroV(\%) = \frac{\Sigma I - \Sigma Q}{\Sigma I} 100 \quad (53)$$

RESULTADOS

Os resultados detalhados obtidos pelo modelo MCT são mostrados na Tabela 2 e Tabela 3.

O hidrograma de entrada foi o hidrograma sintético gerado com os seguintes parâmetros: $Q_{base} = 100 \text{ m}^3/\text{s}$, $Q_{pico} = 10000 \text{ m}^3/\text{s}$, $t_p = 120 \text{ horas}$ e $\beta = 8$.

A simulação de referência foi aplicada com $dx = 1000 \text{ m}$; $dt = 3600 \text{ s}$; $n_{man}(\text{rio}) = 0,035 \text{ s/m}^{(1/3)}$; $n_{man}(\text{planície}) = 0,13 \text{ s/m}^{(1/3)}$; $S = 0,00025 \text{ m/m}$.

A seguir serão mostrados os erros de conservação de volume para o modelo MCT quando variou-se declividade, rugosidade do rio, discretização espacial e temporal.

Efeito da variação da declividade, rugosidade da calha, Δx e Δt na variação de volume do modelo MCT.

A Figura 7 apresenta os erros de conservação de volume do modelo MCT considerando um canal com diferentes declividades. Os erros de volume foram bem próximos à zero, alcançando o valor máximo de 0,12% na declividade menor (0,0001 m/m). Na declividade mais alta considerada nesse trabalho (0,001 m/m) o erro foi de 0,01%.

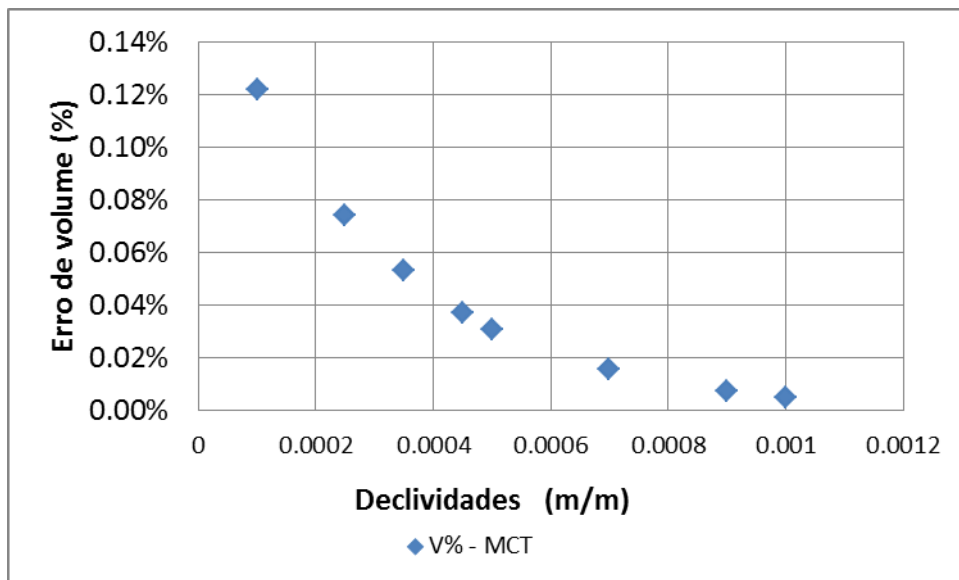


Figura 7 - Erro de volume para diferentes declividades.

Com relação à variação da rugosidade, pode-se verificar que os erros de volumes obtidos pelos resultados do modelo MCT foram muito próximos à zero, chegando ao valor máximo de 0,08% na rugosidade de 0,045. Os resultados mostraram também que não há uma relação linear entre a rugosidade e o erro de volume. Como pode ser observado na Figura 8 os pontos formam uma parábola.

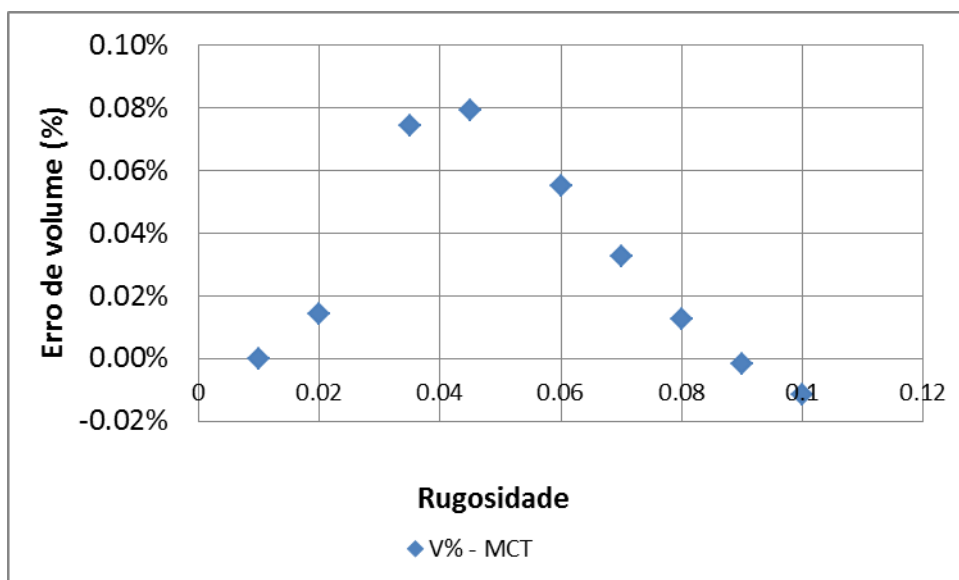


Figura 8 - Erro de volume para diferentes rugosidades da calha.

Com relação à discretização espacial percebe-se que o MCT apresenta alguns erros, ao contrário das outras simulações onde os valores de erro de volume eram sempre baixos (não

ultrapassando 0,5%). Pode-se perceber que houve erros maiores que -1% a partir de 50 km de intervalo espacial, chegando até -6% em Δx de 200 km. Erros dessa natureza são esperados devido a uma discretização espacial menos refinada. Esses erros podem ser vistos na Figura 9

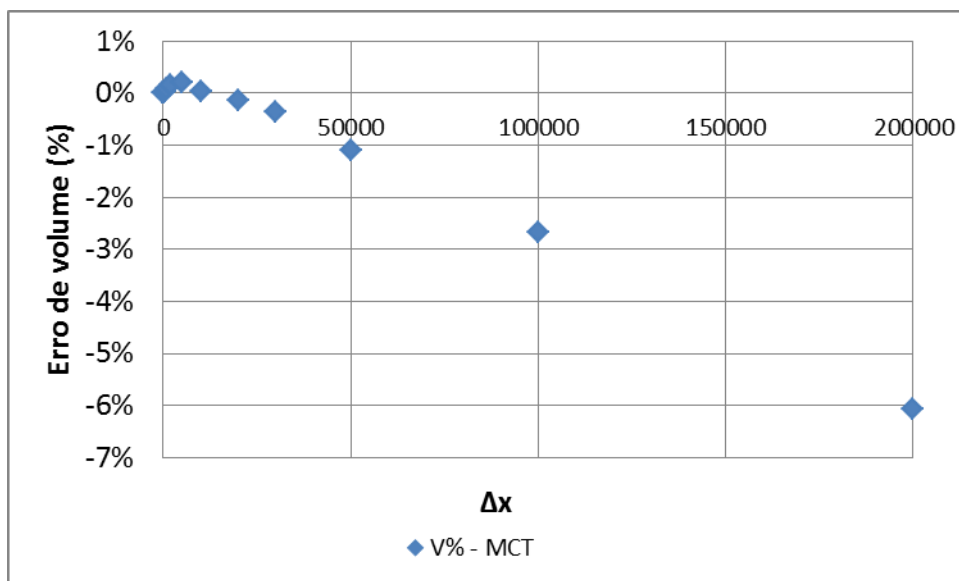


Figura 9 - Erro de volume para diferentes Δx .

Apesar dos erros maiores nas discretizações espaciais acima de 50 km é válido citar que não é usual trechos longos. A Figura 10 mostra um “zoom” dos resultados para discretizações espaciais menores, abaixo de 5 km. Como pode-se observar, os erros são baixos, não ultrapassando 1% nas menores discretizações espaciais.

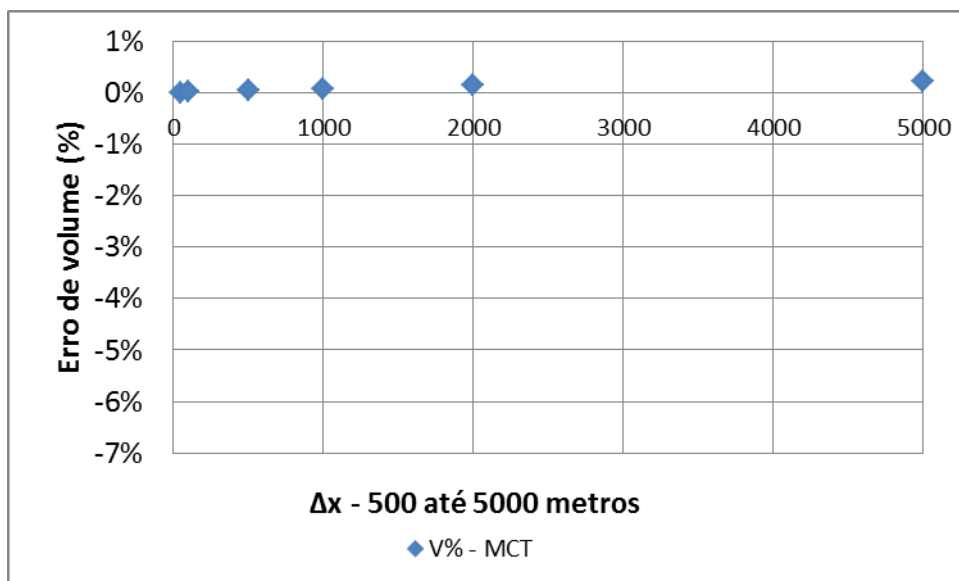


Figura 10 - Erro de volume para Δx de 500 metros até 5 km.

O último parâmetro perturbado foi o intervalo temporal. Quando se variou esse parâmetro, o MCT apresentou erros que não ultrapassaram 0,25% em um $\Delta t = 900$ segundos. Com o aumento da discretização temporal os erros de volume foram diminuindo (Figura 11).

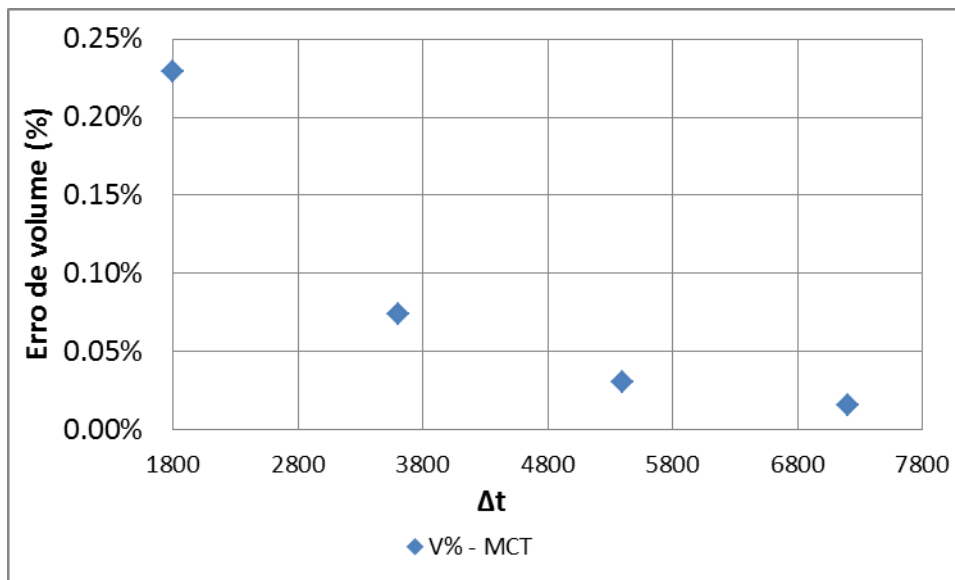


Figura 11 - Erro de volume para diferentes Δt .

CONCLUSÃO

Esse trabalho descreveu, resumidamente, a proposta de Todini (2007) para conservação de volume no modelo Muskingum-Cunge. Também foi apresentada uma metodologia para a inclusão do efeito de planície de inundação na proposta de Todini (2007).

Os resultados obtidos pelo MCT nos testes hipotéticos em rios com planície de inundação são bastante motivadores. Em geral, o modelo MCT com planície de inundação conserva o volume de forma satisfatória, desde que sejam adotados valores adequados para os incrementos espacial e temporal na discretização das equações.

Quando se variou a declividade, por exemplo, o maior erro obtido foi 0,12% na declividade mais baixa. Com relação à rugosidade do rio, os erros de volume tiveram uma tendência parabólica, chegando ao máximo de 0,08% de erro no volume. Valores muito altos de Δx podem originar erros de vazão de pico e tempo de ocorrência do pico. Em contrapartida, para intervalos espaciais baixos não se observou erros significativos de volume. Com relação aos valores de Δt , o MCT apresentou erros de volume menores do que 0,25%.

Tabela 2 - Resultados da simulações utilizando o modelo MCT.

| S0(m/m) | Qmáx(MCT) (m³/s) | Tp(MCT) (h) | ∑I | ∑Q | V%(MCT) |
|----------------------|-------------------------|--------------------|-----------|-----------|----------------|
| 0.001 | 9986.95 | 147 | 1620217 | 1620302 | 0.01% |
| 0.0009 | 9979.68 | 152 | 1620217 | 1620343 | 0.01% |
| 0.0007 | 9951.65 | 161 | 1620217 | 1620470 | 0.02% |
| 0.0005 | 9869.09 | 176 | 1620217 | 1620721 | 0.03% |
| 0.00045 | 9825.89 | 181 | 1620217 | 1620817 | 0.04% |
| 0.00035 | 9680.53 | 193 | 1620217 | 1621078 | 0.05% |
| 0.00025 | 9341.99 | 210 | 1620217 | 1621419 | 0.07% |
| 0.0001 | 7337.01 | 259 | 1620217 | 1622195 | 0.12% |
| Manning-calha | Qmáx(MCT) (m³/s) | Tp(MCT) (h) | ∑I | ∑Q | V%(MCT) |
| 0.01 | 9994.6 | 128 | 1620217 | 1620216 | 0.00% |
| 0.02 | 9878.81 | 159 | 1620217 | 1620447 | 0.01% |
| 0.035 | 9341.99 | 210 | 1620217 | 1621419 | 0.07% |
| 0.045 | 9057.49 | 230 | 1620217 | 1621503 | 0.08% |
| 0.06 | 8775.28 | 249 | 1620217 | 1621109 | 0.06% |
| 0.07 | 8651.37 | 257 | 1620217 | 1620746 | 0.03% |
| 0.08 | 8557.35 | 263 | 1620217 | 1620419 | 0.01% |
| 0.09 | 8483.98 | 268 | 1620217 | 1620188 | 0.00% |
| 0.1 | 8425.08 | 272 | 1620217 | 1620030 | -0.01% |

Tabela 3 - Resultados da simulações utilizando o modelo MCT.

| Δx (m) | $Q_{\text{máx}}(\text{MCT})$ (m ³ /s) | $T_p(\text{MCT})$ (h) | ΣI | ΣQ | $V\%(\text{MCT})$ |
|----------------|--|-----------------------|------------|------------|-------------------|
| 50 | 9329.86 | 210 | 1620217 | 1620298 | 0.00% |
| 100 | 9330.47 | 210 | 1620217 | 1620368 | 0.01% |
| 500 | 9335.58 | 210 | 1620217 | 1620825 | 0.04% |
| 1000 | 9341.99 | 210 | 1620217 | 1621419 | 0.07% |
| 2000 | 9354.91 | 210 | 1620217 | 1622621 | 0.15% |
| 5000 | 9360.68 | 210 | 1620217 | 1623644 | 0.21% |
| 10000 | 9311.83 | 209 | 1620217 | 1620913 | 0.04% |
| 20000 | 9268.63 | 209 | 1620217 | 1618062 | -0.13% |
| 30000 | 9274.90 | 199 | 1620217 | 1614287 | -0.37% |
| 50000 | 9095.42 | 205 | 1620217 | 1602526 | -1.09% |
| 100000 | 8810.48 | 197 | 1620217 | 1577034 | -2.67% |
| 200000 | 8325.64 | 183 | 1620217 | 1521731 | -6.08% |
| Δt (s) | $Q_{\text{máx}}(\text{MCT})$ (m ³ /s) | $T_p(\text{MCT})$ (h) | ΣI | ΣQ | $V\%(\text{MCT})$ |
| 1800 | 8321.87 | 284 | 1620217 | 1623932 | 0.23% |
| 3600 | 9341.99 | 210 | 1620217 | 1621419 | 0.07% |
| 5400 | 9666.07 | 181 | 1620217 | 1620707 | 0.03% |
| 7200 | 9803.89 | 165 | 1620217 | 1620473 | 0.02% |

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Cappelaere, B. (1997). Accurate Diffusive Wave Routing, *J. Hydraulic Eng.*, ASCE, 123(3), 174-181.
- Souza, C. F.; Collischonn, W.; Tucci, C. E. M. (2007). Simulação Hidrodinâmica via aquisição remota de dados. *Anais do XVII Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos*.
- Failache, N. G.; Allasia, D.; Collischonn, W. (2004). Avaliação do Método de Muskingum Cunge não linear com conservação de volume para propagação de cheias em rios. *ABRH*.
- Paiva, R. C. D. de. (2009). Modelagem Hidrológica e Hidrodinâmica de Grandes Bacias. Estudo de caso: Bacia do rio Solimões. Dissertação de Mestrado, UFRGS, IPH.
- Paz, A. R. ; Collischonn, W.; Tucci, C.E.M. (2006). Simulação hidrodinâmica integrada rio-planície em ambiente SIG: aplicação ao Rio Aquidauana. I° Simpósio de Geotecnologias no Pantanal – GEOPANTANAL. Campo Grande – MS.
- Paz, A. R. (2010). Simulação Hidrológica de Rios com Grandes Planícies de Inundação. Tese de Doutorado, UFRGS, IPH.
- Perumal, M. (1992). The cause of negative initial outflow with the Muskingum method / Cause d'un débit de sortie négatif obtenu par la méthode de Muskingum', *Hydrological Sciences Journal*, 37(4), 391 — 401.
- Perumal, M. (1994). Hydrodynamic derivation of a variable parameter Muskingum method: 1. Theory and solution procedure. *Hydrological Sciences*, 39.
- Ponce, V. M. (1989). *Engineering Hydrology, Principles and practices*. Prentice Hall. ISBN 0-13-277831-9, 640pp.
- Price, R. K. (2009). Volume-Conservative Nonlinear Flood Routing. *J. Hydraulic Eng.* 135(10).
- Silva, R. C. V. da.; Mascarenhas, F. C. B.; miguez, M. G. (2003). *Hidráulica Fluvial*. Rio de Janeiro: COPPE/ UFRJ.
- Tang, X. e Samuels, P. G. (1999). Variable Parameter Muskingum-Cunge Method for flood routing in a compound channel, *J. Hydraulic Res.*, 37. 591-614.
- Tucci, C. E. M. (2005). *Modelos Hidrológicos*/Carlos E.M. Tucci; colaboração da Associação Brasileira de Recursos Hídricos/ABRH. – 2.ed. – Porto Alegre: Editora da UFRGS.
- Todini, E. (2007). A mass conservative and water storage consistent variable parameter Muskingum-Cunge approach. *Hydrology and Earth System Sciences* 4, 1549-1592 (Discussion).
- Wong, T.H.F.; Laurenson, M. (1983). Wave Speed – Discharge Relations in Natural Channels. *Water Resources Research*, 19(3), 701 – 706.