

XIX SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HIDRÍCOS

RISCOS E CATÁSTROFES NATURAIS:

Presença de *roll waves* em corridas de lamas.

Fabiana de Oliveira Ferreiral¹; Geraldo de Freitas Maciel²; Guilherme Henrique Fiorot³;

Luís Miguel Chagas da Costa Gil⁴; Carlos Roberto Minussi⁵; Evandro Fernandes Cunha⁶

Resumo – Dentro do contexto de riscos e catástrofes naturais, tão presente no atual cenário brasileiro, este trabalho propõe uma avaliação mecanicista sobre os escoamentos de fluidos em planos inclinados (canais, encostas, vertedouros, entre outros). O fenômeno *roll wave*, caracterizado por sua configuração periódica e com frentes de onda que se deslocam com elevada velocidade na superfície livre, ocasionalmente pode vir a surgir nestes escoamentos, caso condições suficientes sejam atingidas. Sua presença pode comprometer a integridade das estruturas vizinhas e ainda potencializar os danos advindos de catástrofes desta natureza. Este trabalho, como estágio inicial, avalia analítica e numericamente a formação destas ondas em escoamentos com fluidos newtonianos. O objetivo principal atingido neste artigo foi verificar a validade dos desenvolvimentos teóricos-analíticos em função dos resultados numéricos do simulador. No âmbito numérico, método de volumes finitos foi empregado, utilizando o software FLUENT. O modelo analítico utilizado foi mais amplo, já estabelecido para corridas de lama de natureza viscoplástica (não-newtoniana). Tal desenvolvimento é resultado da manipulação das equações de Cauchy, com o modelo reológico de Herschel-Bulkley inserido na parte viscosa do tensor de tensões. Um estudo comparativo entre os métodos foi desenvolvido, alcançando boa concordância entre os mesmos.

Abstract – When talking about natural disasters and risks, so present in the Brazilian scenario, this work proposes a mechanistic evaluation for fluid flows in open channels (channels, hills, spillways, etc.). The roll wave phenomenon, characterized by its periodic configuration and fast wave fronts in the free surface, may occasionally appear in such flows, if sufficient conditions were reached. Its presence may compromise the integrity of nearby structures and may increase the damage these disasters offer. This work, as an initial stage, evaluates numerically and analytically the generation of such waves in Newtonian flows. The main purpose reached by this work was to verify the validity of analytical and numerical methods based on the results given by the numerical simulation. In the numerical plan, finite volumes method was used, by the FLUENT software. The analytical plan used, already established by the RMVP team, allow the representation of mudflows and other viscoplastic fluids (non-Newtonian). That plan is the result of the manipulation of the Cauchy's equation, with the Herschel-Bulkley rheological model inserted in the viscous part of the stress tensor. A comparative analysis between the methods was developed, resulting in a good agreement.

Palavras-Chave – riscos e catástrofes naturais; *roll wave*;

¹ Professor Titular da FEIS-UNESP, Dep. de Eng. Civil, Alameda Bahia, 550, 15385-000, Ilha Solteira/SP - Brasil. e-mail maciel@dec.feis.unesp.br

² Doutoranda em Eng. Elétrica, FEIS-UNESP, Av Brasil Centro, 56, 15385-000, Ilha Solteira/SP - Brasil. e-mail fabri@dem.feis.unesp.br

³ Mestrando em Eng. Mecânica, FEIS-UNESP, Av Brasil Centro, 56, 15385-000, Ilha Solteira/SP - Brasil. e-mail ghfiorot@aluno.feis.unesp.br

⁴ Professor Auxiliar do FCT-UNL, Dep. de Eng. Mecânica e Industrial, 2829-516, Monte da Caparica - Portugal. e-mail lmg@fct.unl.pt

⁵ Professor Titular da FEIS-UNESP, Dep. de Eng. Elétrica, Campus III, Ilha Solteira/SP - Brasil. e-mail maciel@dec.feis.unesp.br

⁶ Mestrando em Eng. Mecânica, FEIS-UNESP, Av Brasil Centro, 56, 15385-000, Ilha Solteira/SP - Brasil. e-mail evandrofernandesc@yahoo.com.br

1. INTRODUÇÃO

Escoamentos de fluidos de naturezas distintas, especialmente os fluidos hiperconcentrados, (exibindo propriedades não-newtonianas) têm sido mais recentemente objeto de estudo científico graças à sua presença e também aplicabilidade na Engenharia. Em destaque, a Engenharia de Recursos Hídricos detém interesse particular no estudo de escoamentos de fluidos deste tipo, por integrarem diversos problemas, tais como cheias e transbordamentos de rios, deslizamentos de terra, corridas de detritos e lamas, e os clássicos problemas de transporte de sedimentos, entre outros. Dentro do contexto de catástrofes naturais e seus riscos, o presente artigo irá abordar particularmente o controle de instabilidades presentes nas corridas de lama e deslizamentos de terra, que ano a ano vem se fazendo presente no cenário do país, notadamente durante o verão, o que a mídia tem denominado de tragédias anunciadas.

Especificamente, há fenômenos que se apresentam nos escoamentos em canais inclinados, rios naturais ou encostas que, ao cabo de tempo finito, se manifestam sob forma de instabilidades periódicas na superfície livre, percebidas como um trem de ondas, de amplitude e comprimento bem definidos. Tais instabilidades surgem na vizinhança do regime uniforme estabelecido pelo escoamento na tentativa de equilibrar as forças ativas como o peso (força de corpo ou de campo), com as forças resistivas tais como os efeitos de atrito viscoso, de parede e também algumas vezes ações de coesão associadas às propriedades físicas e reológicas do fluido escoante. Durante a propagação destas ondas, em direção de jusante, suas amplitudes, ocasionalmente, amplificam-se e se transformam em frentes ou ressaltos hidráulicos móveis sendo chamadas, nesta configuração, de *roll waves*. Neste trabalho serão priorizadas as representações matemáticas e numéricas do fenômeno.

Estas ondas, constituídas por frentes de onda de alto nível energético, foram registradas pela primeira vez por Cornish (1934) que publicou diversas fotografias do canal de Merligen, Suíça, que conduz a água advinda dos Alpes para o lago de Thun. Pelas fotos, é possível perceber a natureza periódica das ondas formadas, longas e rasas, com cristas íngremes, quase verticais (Figura 1).



Figura 1 – *Roll waves* em Grünnbach, na cidade de Merligen, Suíça, visualizadas no sentido jusante. (Cornish, 1934)

Roll waves podem se desenvolver tanto em fluidos newtonianos (água e glicerina, por exemplo) como em fluidos não-newtonianos (soluções água-argila, a exemplo de fluidos hiperconcentrados) caso condições suficientes de declividade sejam atingidas.



Figura 2 – *Roll waves* em vertedouro do reservatório de Llyn Brianne, em Wales, Reino Unido.

Apesar de muito presentes em estruturas artificiais (Figura 2), não é raro identificar *roll waves* em ambientes naturais tais como em rios e lagos (Fer *et al.*, 2002), deslizamentos de encostas, debris flows, avalanchas, etc, se desenvolvendo tanto em escoamentos de fluidos newtonianos, quanto e sobretudo, em fluidos não-newtonianos (misturas hiperconcentradas de água, argila, areia e agregados de maior granulometria, chegando nas descidas ou corridas, aparecerem blocos de rocha e matacões sendo transportados pela matriz argilosa), vide Coussot (1994) e Liu e Mei (1994).

O estudo da ocorrência, evolução e prevenção destas instabilidades é tema de competências múltiplas, abrangendo matemática de sistemas hiperbólicos, sistemas dinâmicos, teoria da bifurcação, física, e campos diversos das engenharias mecânica e civil, e mais: Identificar as condições de formação e manutenção de instabilidades tipo *roll waves*, e desenvolver métodos de

previsão de sua evolução, são trabalhos de interesse no ramo científico que devem integrar projetos de engenharia, auxiliando na “gestão da política de coabitação” entre homem e a natureza com seus áleas (ver Figura 3). Maciel (2011) ilustra este tema em sua reflexão sobre o atual problema de gestão de riscos e de prevenção de catástrofes no Brasil. É bem verdade que catástrofes dessa natureza têm sido resolvidas através de medidas paliativas e pouco eficazes, que dificilmente recuperam os prejuízos sofridos pelas famílias atingidas. Sabe-se que medidas corretivas diminuem pouco no risco, mas não evitam os acidentes, e dada à condição que muitos brasileiros moram em áreas de risco, na verdade, medidas de prevenção e de gestão devem urgentemente ser aplicadas a estes ambientes, evitando futuros danos à população que ali vive.



Figura 3 – Catástrofes naturais no Brasil: uma realidade. Na figura, deslizamento de terra em Angra dos Reis, Rio de Janeiro, formou um verdadeiro corredor, constituindo um canal inclinado natural com escoamento de material lamoso. O acidente, em Janeiro de 2010, acarretou mais de 20 vítimas fatais.

Este ano, finalmente, o tema entra em pauta no cenário político brasileiro, posto pelo Ministro Aluizio Mercadante, na Semana Nacional de Ciência e Tecnologia: “Mudanças climáticas, desastres naturais e prevenção de riscos” é o tema principal do evento. “Em nosso país não há ainda uma tradição consolidada de prevenção de riscos de desastres naturais ou proveniente de atividade humana”, salienta o ministro em nota publicada no website do CNPq, no dia 17 de Maio deste ano. Após inúmeros acontecimentos que vem sendo notícias há mais de 10 anos, o tema entra em debate.

Chama-se a atenção que, ainda que este fenômeno esteja presente mais que nunca no cenário brasileiro, há uma iniciativa incipiente no que diz respeito à modelagem matemática numérica e física dos problemas, e que, por conseguinte haja um clamor do governo brasileiro nesta direção. A equipe RMVP – Reologia de Materiais Viscosos e Viscoplasticos – Grupo de pesquisa do CNPq - UNESP de Ilha Solteira, associada ao estudo de riscos e catástrofes no meio ambiente, vem, através desta publicação, relatar algumas de suas contribuições de ordem matemática e numérica com

pretensões, em curto prazo, de modelagem física. A ABRH e seus pesquisadores devem sobremaneira ter parcela da responsabilidade nesta tarefa social.

2. MODELAGEM MATEMÁTICA E NUMÉRICA

Como explanado anteriormente, *roll waves* se formam sobre escoamentos de superfície livre em canais inclinados, portanto, cabe a utilização das equações generalizadas da conservação de massa e da quantidade de movimento, que permitem inserir o modelo reológico mais apropriado no tensor de tensões. Como as *roll waves* aparecem tanto em fluidos newtonianos como não-newtonianos, efetuou-se inicialmente a representatividade do modelo para o caso mais simples, onde o fluido é newtoniano. Sabe-se que para lavas torrenciais e lamas, o modelo reológico mais representativo é o de Herschel-Bulkley (Coussot, 1994; Maciel *et al.*, 2009) e este irá compor testes futuros, dentro da equipe.

O sistema será representado por equações a derivadas parciais que devem ser solucionadas através de método numérico de volumes finitos, utilizando o software FLUENT, largamente empregado em mecânica dos fluidos e termodinâmica, ou ainda através de modelo analítico de primeira ordem, sujeito a condição de choque. A solução deve conter informações da altura da lâmina de fluido, $h(x)$, principalmente de sua lâmina baixa, h_1 , e da lâmina alta, h_2 , que irão fornecer a amplitude das ondas; sua velocidade de propagação, U ; e seu comprimento λ . Outros parâmetros como o número de Froude, por exemplo, devem contribuir na caracterização do escoamento e na comparação entre os modelos. O esquema da figura 4 mostra a solução de *roll waves* em regime laminar, se propagando em um escoamento sobre um canal, com inclinação θ .

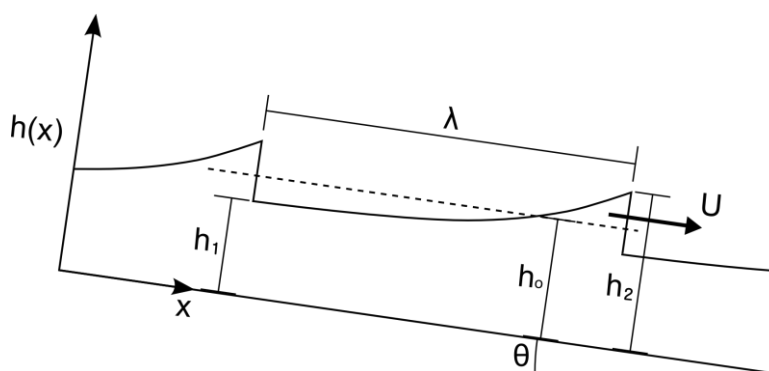


Figura 4 – Esquema representativo de *roll waves* em regime laminar, em canal.

Equações Motrizes

As equações fundamentais são dadas pelas equações de Cauchy:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = S_m \quad (\text{Conservação da massa}) \quad (1)$$

em que ρ é a massa específica do fluido, t é a variável temporal, u_i é a componente i do vetor velocidade do escoamento e x_i é a componente i do vetor posição espacial. O termo S_m corresponde ao termo-fonte de massa.

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho g_i + F_i + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (\text{Quantidade de Movimento}) \quad (2)$$

onde p é a pressão, ρg_i e F_i forças gravitacional e externas, respectivamente, e τ_{ij} é o tensor de tensões viscoso.

Desenvolvimento do Modelo Numérico

O desenvolvimento do modelo numérico, apoiado no programa FLUENT, utilizou-se de um dos seus módulos que permite resolver as equações fundamentais da continuidade e da quantidade de movimento, descritas anteriormente, podendo optar pelo tipo de reologia, apoiando-se na técnica de volumes finitos para discretizá-las. Com este módulo é possível fazer simulação direta sem usar modelos de turbulência ou optar por um dos modelos oferecidos nos menus.

Para simular escoamentos com superfície livre (fronteira com forma deformável que constitui ele própria uma incógnita do problema) é necessário recorrer ao método *VoF* (*Volume of Fluid*), o que corresponde a considerar o problema bifásico com uma fase de ar (gás ideal) e outra com o líquido. O método permite detectar a interface entre os dois fluidos através do cálculo da fração de volume que evolui desde 0 (ar) a 1 (líquido), e a isolinha de 0,5 é utilizada para identificar a superfície livre.

O movimento da interface é dado por:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \cdot \nabla C = 0 \quad (3)$$

que é a chamada equação de transporte da fração volumétrica C , onde u é o vetor velocidade.

No que diz respeito a esquemas numéricos, a oferta do FLUENT é bastante diversificada, possibilitando ao usuário a opção por sugestões do manual ou ainda seguir sua experiência. Neste trabalho, fez-se a opção pelos seguintes esquemas:

- para o algoritmo de acoplamento entre velocidade e pressão, utilizou-se o SIMPLEC (Van Doormal e Raithby, 1984) adaptado para simulações transientes. Este acoplamento é feito através de uma relação que permite corrigir a pressão a cada nova iteração de velocidade. O algoritmo tem uma estrutura similar ao SIMPLE (Patankar e Spalding, 1972), diferindo apenas na expressão da correção da pressão. A interpolação da pressão é feita pela rotina PRESTO aconselhado pelo manual do FLUENT para modelação de escoamentos com superfície livre;

- para o termo convectivo das equações, utilizou-se modelagem pelo esquema Power-Law, de 2ª ordem, que permite obter melhores resultados em comparação com a utilização de esquemas de ordem inferior (por exemplo, UDS de 1ª ordem);

- para o cálculo na interface o método *VoF* implícito foi empregado, adotando o esquema HRIC para o transporte de massa, aconselhado pelo FLUENT.

3. ESTUDO DE CASO

Com base nos modelos estabelecidos anteriormente, um estudo de caso para fluido de reologia newtoniana foi desenvolvido com o propósito de avaliar a representatividade dos mesmos. Nesta seção, o problema será apresentado e os passos para a inserção do mesmo no modelo numérico.

O problema escolhido foi um escoamento em regime laminar, portanto não iremos optar por módulos de turbulência. O fluido em questão será uma solução aquosa de glicerina, de propriedades semelhantes àquelas apresentadas no trabalho de Liu e Gollub (1994), onde foi possível verificar a formação de *roll waves* experimentalmente:

- Fluido newtoniano e incompressível de viscosidade cinemática, ν , igual a $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$;
- Massa específica da solução, ρ , definida a partir da concentração: $1090 \text{ kg}/\text{m}^3$;

Não haverá presença de nenhum efeito de produção de massa, portanto o termo-fonte de massa é nulo ($S_m = 0$). O modelo reológico de fluido newtoniano é inserido no tensor de tensões, o que irá permitir a obtenção das equações de Navier-Stokes, por fim.

O sistema de equações assim estabelecido deverá ser discretizado e devidamente aproximado pelo software, através dos esquemas setados, sendo resolvido em regime transiente. A malha de discretização do domínio de cálculo foi construída usando o programa Gambit e a simulação tem as condições definidas como mostra a figura 5.

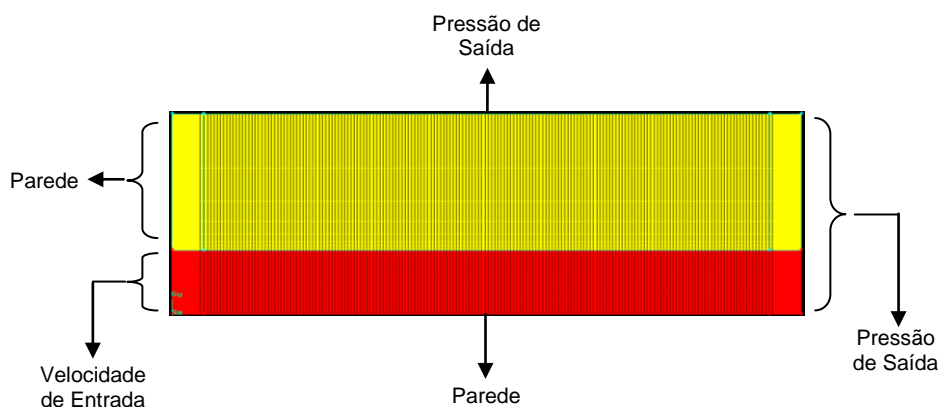


Figura 5 – Geometria do problema escolhido e condições de contorno.

As hipóteses e condições de contorno assumidas para esse caso são:

- Escoamento em duas dimensões sobre um canal retangular, com 0,015 metros de fluido teste e 3 metros de comprimento;
- Saída: Pressão prescrita (Pressão de Saída = Pressão atmosférica);
- Entrada: Apenas a solução tipo é introduzida no domínio, com velocidade média dada pela equação:

$$\bar{u} = \frac{gh_0^2 \text{sen}(\theta)}{3\rho\nu} \quad (4)$$

com h_0 sendo a lâmina inicial de entrada, correspondente ao regime uniforme no canal, igual a 0,003 metros para o caso; g , a aceleração da gravidade, $9,8 \text{ m/s}^2$; θ , a inclinação do canal, $3,2^\circ$. A velocidade média, com estes parâmetros, é de $0,164 \text{ m/s}$.

A partir da velocidade média do escoamento, pôde-se estimar os valores de dois adimensionais de interesse em escoamentos e em propagação de canais: o número de Reynolds e o de Froude. Para este escoamento, nestas circunstâncias:

$$Re = \frac{\bar{u}h_0}{\nu} \rightarrow \boxed{Re = 49,2}$$

$$Fr = \frac{\bar{u}}{\sqrt{gh_0 \cos \theta}} \rightarrow \boxed{Fr \cong 0,95}$$

No restante da entrada, condição de parede é definida.

- Fundo do canal: Condição de parede (fluxo nulo);
- Cota superior do canal: Pressão prescrita (Saída de Pressão = Pressão atmosférica);

Com os parâmetros acima fixados e condições estabelecidas, à velocidade de entrada foi imposta uma pequena perturbação senoidal de período $T = 0,6 \text{ s}$, com o propósito de avaliar qual

seria a relação entre as instabilidades geradas e a fonte perturbadora. Este tipo de análise foi explorado por outros autores como, por exemplo, Zannutigh e Lamberti (2002) e Maciel (2001), que verificam a geração de *roll waves* para fluidos de reologia newtoniana e não-newtoniana, respectivamente, utilizando esquemas numéricos de diferenças finitas do tipo Godunov-Van Leer para a resolução das equações de águas rasas. Assim, a velocidade de entrada é dada pela seguinte equação:

$$V = \bar{u} \left[1 + B \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \right] \quad (5)$$

onde B é a magnitude da perturbação.

Com todos os parâmetros acima setados no programa, o problema é resolvido. O tempo de cálculo exigido pelo método é grande, pois é necessário um domínio extenso e bem refinado para que *roll waves* possam ser observadas de forma estável. A figura 6, mostra o resultado da simulação deste problema no instante $t = 8,2$ s, onde a partir de 1,5 metros as ondas se encontram estáveis, com comprimento de onda e amplitude bem definidos, $\lambda = 0,22$ metro e $\Delta h = 0,0015$ metro, respectivamente.

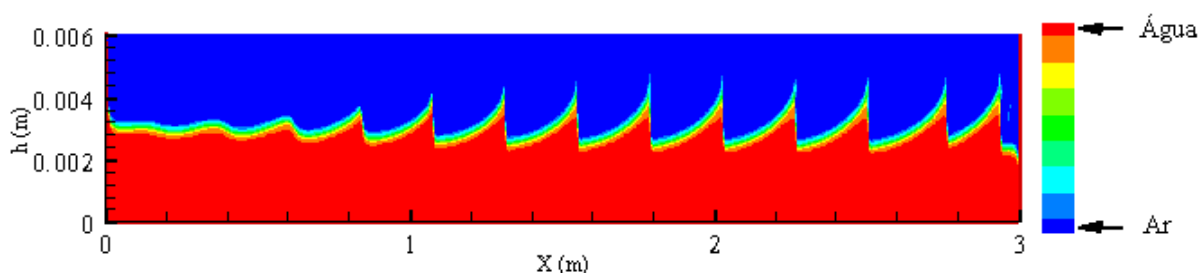


Figura 6 – Visualização instantânea de simulação de *roll waves*, no tempo $t = 8,2$ s, para $B = 0,05$.

A visualização temporal do fenômeno pode ser feita para cada ponto fixo no espaço, como mostra a figura 7, de onde é possível perceber que o período da onda é de 0,6 s.

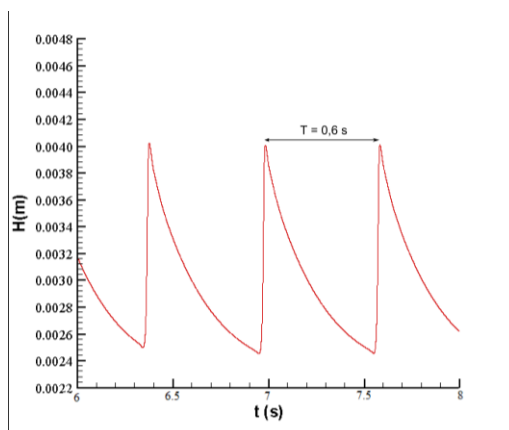


Figura 7 – Visualização temporal no ponto $x = 2,0$ m, da simulação de *roll waves*.

Conseqüentemente, a partir do resultados, a velocidade de propagação da onda, U , pode ser calculada da seguinte forma:

$$U = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow U = 0,367 \text{ m/s} \quad (6)$$

Na seção seguinte, o modelo analítico da equipe será discutido e o mesmo caso aqui estudado deve ser reproduzido.

4. ABORDAGEM MATEMÁTICA DO FENÔMENO DE *ROLL WAVES* SOB O PONTO DE VISTA DE SISTEMAS DINÂMICOS

A partir das equações de Cauchy mostradas anteriormente (equações 1 e 2), com o modelo reológico de Herschel-Bulkley inserido no tensor de tensões, considera-se o escoamento como o de águas rasas, onde condições de regime laminar e incompressibilidade são aplicadas ao problema. Chega-se ao sistema adimensional de equações de águas rasas para fluidos de reologia não-newtoniana (Ferreira, 2007) que, após medianização na vertical e mudança para um sistema móvel de coordenadas ($x = \zeta - Ut$), pode ser transformado em uma equação diferencial de primeira ordem do perfil da superfície livre, $h(x)$, definida como o quociente entre duas funções $F(h)$ e $G(h)$:

$$\frac{\partial h}{\partial x} \equiv \frac{F(h)}{G(h)} = \frac{h - C^* - (1 - C^*) \left[((h-1)U + 1) \frac{(1 - C^*)(n+1+nC^*)}{(h - C^*)((n+1)h + nC^*)} \right]^n}{\frac{h}{Fr^2} + (\alpha - 1)U^2 - \frac{\alpha(U-1)^2}{h^2}} \quad (7)$$

Onde n , C^* e Fr são parâmetros do fluido e do escoamento (índice de escoamento, adimensional de tensão de crítica e número de Froude, respectivamente). A distribuição de velocidade na vertical é representada por α . A celeridade da onda, representada por U , é calculada por:

$$U = \alpha + \sqrt{\alpha^2 - \alpha + 1 / Fr^2} \quad (8)$$

O comprimento de onda, λ , é definido a partir da integração do inverso da equação (7) entre a lâmina baixa e a lâmina alta do escoamento, h_1 e h_2 , respectivamente.

$$\lambda = \int_{h_1}^{h_2} \frac{F(h)}{G(h)} dh \quad (9)$$

onde $h_1 < h_0$ (lâmina em regime uniforme) e imposta, e h_2 é calculada a partir de h_1 .

A imposição do valor de h_1 não deve, no entanto, ser arbitrária. Através dos códigos implementados é possível perceber que existe uma dependência entre o valor para a lâmina baixa do escoamento e os parâmetros de simulação. Por se tratar de um sistema com evolução espaço-temporal determinística, sua interpretação pode ser feita como um sistema dinâmico e, portanto, sujeito a diversos tipos de abordagens teóricas para sua resolução. Uma análise fasorial foi proposta com o objetivo de visualizar como se comportavam as funções $F(h)$ e $G(h)$ da equação (7), observando seus módulos e fases (ou argumento), calculados da seguinte forma:

- Sendo x um número complexo com parte real x_r e parte imaginária x_i :

$$x = x_r + ix_i \Rightarrow \begin{cases} |x| = \sqrt{x_r^2 + x_i^2} \\ \angle x = \arctan\left(\frac{x_i}{x_r}\right) \end{cases}$$

e portanto, x pode ser reescrito sob a forma de Euler:

$$x = |x|e^{i\angle x}$$

Este tipo de notação é largamente empregado na observação da resposta de sistemas dinâmicos de primeira ordem (Ogata, 1970). Ressalta-se que tal análise constitui, no estado da arte atual do fenômeno estudado, uma iniciativa do grupo RMVP.

Podemos reescrever aquelas funções de uma maneira bastante simplificada:

$$F(h) = |F(h)|e^{j\angle F(h)} = |F(h)|[\cos(\angle F(h)) + j \operatorname{sen}(\angle F(h))] \quad (10)$$

$$G(h) = |G(h)|e^{j\angle G(h)} = |G(h)|[\cos(\angle G(h)) + j \operatorname{sen}(\angle G(h))] \quad (11)$$

e portanto,

$$\frac{F(h)}{G(h)} = \frac{|F(h)|}{|G(h)|} e^{j(\angle F(h) - \angle G(h))} \quad (12)$$

Com o auxílio da biblioteca do Matlab, através das funções *abs* e *phase*, o mesmo caso da seção 3 foi estudado, com parâmetros de fluido tipo Newtoniano ($n = 1$ e $C^* = 0$) e $Fr = 0,95$. A figura 8 exibe o comportamento das funções $F(h)$ e $G(h)$.

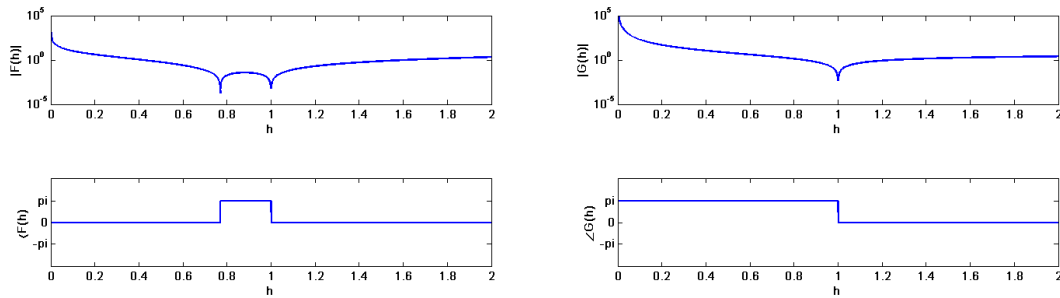


Figura 8 – Funções $F(h)$ e $G(h)$ representadas em módulo e fase. ($n = 1$; $C^* = 0$; $Fr = 0,95$)

Pode-se, então, reescrever agora a equação 6 como:

$$\frac{F(h)}{G(h)} = \frac{|F(h)|}{|G(h)|} e^{j(\pi - \pi)} \Rightarrow \frac{F(h)}{G(h)} = \frac{|F(h)|}{|G(h)|} \geq 0, \text{ para } h_{\min} < h < h_0 \quad (13)$$

Sendo h_{\min} a menor altura para a qual a função $F(h)$ tem mesma fase que $G(h)$.

Como os parâmetros fixados foram os mais simples possíveis, as funções acima são reais, entretanto, a combinação $F(h)/G(h)$ dá origem a uma função negativa fora do intervalo onde ambas as fases são idênticas, que não corresponde a um valor desejado para ser integrado, uma vez que apenas valores positivos para a lâmina do escoamento são possíveis. Portanto, o valor de h_1 deve ser tal que:

$$\angle F(h) = \angle G(h) \quad (14)$$

Para escoamentos com fluidos de reologia não-newtoniana, a função $F(h)$ pode ainda assumir valores complexos, o que irá originar uma função complexa para integração. No entanto, ainda para estes casos, irá também existir um intervalo de h onde as fases de $F(h)$ e $G(h)$ são idênticas, onde a sua resolução será possível dentro do domínio real positivo. Portanto, uma parte do procedimento para simulação de *roll waves* consiste em, para cada conjunto de parâmetros n , C^* e Fr , encontrar o intervalo onde as fases de $F(h)$ e $G(h)$ são idênticas e fazer a imposição de h_1 dentro deste intervalo.

Com a finalidade de observar a correspondência entre os resultados do modelo analítico aqui estudado com aqueles obtidos através do modelo numérico resolvido através do FLUENT, a simulação de *roll waves* foi conduzida, resolvendo a equação (7) através de código numérico implementado em Matlab/Simulink.

O modelo permite também efetuar a previsão do comportamento de *roll waves* em fluidos hiperconcentrados, de comportamento não-newtoniano, do tipo Herschel Bulkley, adicionando o efeito da tensão crítica à simulação através do adimensional, C^* e do índice de escoamento do fluido n . Supondo um escoamento com as mesmas condições dos experimentos realizados por Coussot (1994), quando observou a formação de *roll waves*. Adicionando o efeito da tensão crítica $C^* = 0,287$ e do índice de escoamento do fluido $n = 1/3$, os resultados da simulação pelo modelo analítico proposto por Ferreira (2007) para fluido newtoniano e não newtoniano são mostrados na figura 9.

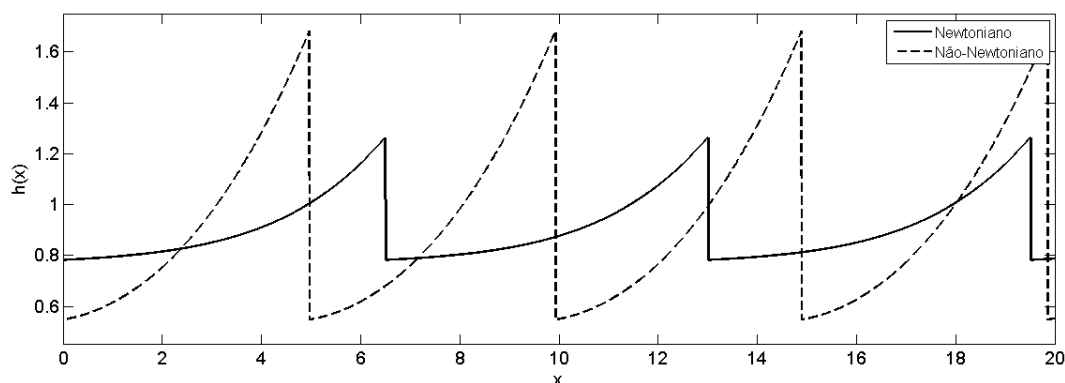


Figura 9 – Perfil de *roll waves* em escalas adimensionais, resultado da simulação pelo modelo analítico proposto por Ferreira (2007) para fluido newtoniano ($n = 1$; $C^* = 0$; $Fr = 0,95$) e não newtoniano do tipo Herschel Bulkley ($n = 1/3$; $C^* = 0,287$; $Fr = 0,985$).

A velocidade de propagação obtida para caso newtoniano foi de 2,361, que em valores dimensionais corresponde a 0,386 m/s. A amplitude das ondas, $\Delta h = h_2 - h_1$, é da ordem de 0,48, o que em escalas dimensionais corresponde a 0,0014 m. Estes valores serão discutidos na seção a seguir.

Para o caso não-newtoniano, a velocidade de propagação obtida em escalas adimensionais foi de 2,1371, que quando comparada ao resultado newtoniano é menor. A amplitude das ondas, no entanto, é maior, $\Delta h = h_2 - h_1 = 1,1349$, o que corresponde a um aumento de 136%.

Em ambos os casos é utilizado o h_1 (lamina baixa) mínimo da função, pode-se observar que as ondas para escoamentos de fluido não newtoniano aparecem mais cedo do que em escoamento de fluido newtoniano, apresentam amplitudes mais elevadas, menores comprimentos de onda e

velocidade de propagação menos acentuada do que em fluido newtoniano, o que está em concordância com os resultados da literatura.

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Na fase de modelagem computacional é importante definir o domínio de cálculo; as suas dimensões devem permitir inicialmente que o escoamento estabilize (lâmina do regime uniforme, h_0 , com espessura constante) e, posteriormente, a geração e propagação de *roll waves*. Evidentemente estes objetivos tiveram de ser otimizados com o tempo de cálculo.

Além disso, observa-se na simulação numérica que, a partir de um determinado comprimento de canal, as ondas que aparecem na superfície livre tendem a adquirir uma forma estável típica das *roll waves*, apresentando-se como ondas de choque (*shock waves*), de perfil contínuo entre choques sucessivos. Pela natureza hiperbólica do sistema, o modelo numérico consegue representar com fidelidade estes choques. Este resultado está conforme com os resultados obtidos com o modelo analítico de trabalho, que faz a imposição das condições de choque de Rankine Hugoniot no tratamento do sistema (Dressler, 1949; Ng e Mei, 1994).

Número de Froude e Número de Reynolds

O número de Froude do escoamento é tido como parâmetro chave para determinar se há a possibilidade de que *roll waves* venham a surgir em um escoamento. No que se refere a este critério de geração de *roll waves*, trabalhos consagrados na literatura fortalecem o teste efetuado neste trabalho. Benjamin (1957) e Yih (1963), através de uma análise rigorosa da solução das equações de Orr-Sommerfeld, para baixo número de Reynolds e ondas longas, chegam à conclusão de que o número de Froude deve ser superior a 0,527 ou o número de Reynolds deve ser superior a $\cotg(\theta)$, neste caso 17,9. Para o caso estudado na seção 3, ambos os adimensionais de interesse são superiores aos valores mínimos. Ainda, Ishihara *et al.* (1954) identificam que, para canais de forte declividade, o valor mínimo para o número de Froude sofre um pequeno acréscimo, passando para 0,577. Este último se encontra em perfeita consonância com o trabalho de Ferreira (2007) que para fluidos newtonianos encontra exatamente o mesmo valor para aquele adimensional, $Fr^2 > 1/3$.

Amplitude e periodicidade de onda

As ondas percebidas na figura 7 foram avaliadas e sua periodicidade é muito próxima ao período de perturbação imposto. Este tipo de conclusão permite relacionar as fontes perturbadoras com as ondas geradas, possibilitando a identificação das mesmas. Maciel (2001) também já havia

percebido em seu modelo de segunda ordem para fluido binghamianos que as ondas estabelecidas possuíam períodos correlatos aos da fonte de perturbação. Quando se compara as amplitudes resultantes de ambos os modelos apresentados, percebemos que existe uma boa concordância entre os resultados, onde uma diferença de 7% se apresenta. Outra característica percebida nos resultados é a de que o valor da lâmina baixa, $h_1 = 0,0025$ metro, parece ser correspondente à lâmina mínima possível para a simulação de *roll waves* no modelo analítico, $h_{\min} = 0,0023$ metro.

Velocidade de propagação

A velocidade de propagação das *roll waves* calculada pelo método numérico foi também bastante próxima do valor encontrado pelo modelo analítico de primeira ordem, apresentando diferença de 5%.

Efeito não-newtoniano: Tensão Crítica

Para fluidos não-newtonianos, de Bingham, o efeito da tensão crítica está presente. O modelo analítico, aqui apresentado, permite observar o comportamento de escoamentos favoráveis a ocorrência de *roll waves* com fluidos deste tipo, como pôde ser observado pela figura 10. O caso simulado possibilita a comparação com o caso da figura 9 (fluido newtoniano). Através da comparação, vê-se que a tensão crítica atua nas ondas geradas aumentando suas amplitudes. Este comportamento também foi observado por Maciel (2001), que visualiza o desenvolvimento temporal deste tipo de escoamento e constata, ainda, que as instabilidades atingem configuração estável mais rapidamente do que em escoamentos de fluidos newtonianos.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados apresentados na seção anterior apontam concordância entre o modelo numérico, que implementa as equações fundamentais do problema através de métodos e esquema numéricos apropriados, e os diversos modelos analíticos existentes na literatura, inclusive o modelo geral da equipe RMVP. Os critérios de geração de instabilidades são satisfeitos e garantem que o escoamento está em condição favorável à manutenção *roll waves*.

Resultados das características das ondas (amplitude, velocidade) foram comparados com o modelo analítico desenvolvido pela equipe e apontaram para uma boa representatividade do modelo para o caso de fluidos newtonianos (Diferença máxima de 7% entre os resultados).

Embora a simulação numérica utilize as equações completas e o modelo analítico parta da teoria de águas rasas, ambas apresentaram resultados satisfatórios, e, portanto, outros estudos de

casos serão desenvolvidos com o propósito de avaliar o comportamento destes modelos para fluidos de reologia não-newtoniana.

Diante dos resultados iniciais, tem-se como perspectiva, de curto prazo, simular *roll waves* em escoamentos não newtonianos, baseado nos experimentos de Coussot (1994), introduzindo a reologia de Herschel-Bulkley no modelo numérico e efetuar a posterior comparação com o modelo analítico disponível na equipe.

Para validar estes modelos, a parte experimental, integrante desta pesquisa, está em fase de confecção e promete a simulação de escoamento de superfície livre com formação de *roll waves* em escoamentos de fluidos não-newtonianos.

Diante do exposto, o grupo se mostra confiante no que se refere a uma futura aplicação desta teoria, quanto a previsão e prevenção de fenômenos desta natureza que podem vir a comprometer e por em riscos a vida de pessoas quando de sua evolução e impacto sobre casas e infraestutura de um modo geral.

AGRADECIMENTOS

À FAPESP, ao CNPq e ao projeto CAPES/FCT pelos financiamentos de Mestrado, Doutorado, respectivamente, e pelos auxílios de projeto.

BIBLIOGRAFIA

BENJAMIN, T. B. (1957). “*Wave formation in laminar flow down an inclined plane*”, J. Fluid Mechanics, v. 2, p 554-574.

CORNISH, V. (1934). *Ocean waves and Kindred Geophysical phenomena*. [S.l.]: Cambridge University Press.

COUSSOT, P. (1994). “*Steady, laminar, flow of concentrated mud suspensions in open channel*”. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, v. 32, n. 4, p. 535–559.

DRESSLER, R. F. (1949). “*Mathematical solution of the problem of roll waves in inclined open channels*”. Communs Pure Applied Mathematics, v. 2, p. 149–194.

FER, I.; LEMMIN, U.; THORPE, S. A. (2002). “*Winter cascading of cold water in lake Geneva*”. Journal of Geophysical Research, v. 17, n. C6, p. 1–16.

FERREIRA, F. O. (2007). *Abordagem matemática de roll waves em escoamentos hiperconcentrados com superfície livre*. Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, São Paulo, Brasil.

- ISHIHARA, T.; IWAGAKI, Y.; IWASA, Y. (1954). “*Theory of the roll wave train in laminar water flow on a steep slope surface*”, Transactions of Japan Society of Civil Engineers 19: 46-57 (in Japanese)
- LIU, J.; GOLLUB, J. P. (1994). “*Solitary wave dynamics of film flows*”. Physics of Fluids, v. 6, p. 1702–1712.
- LIU, K.; MEI, C. C. (1994). “*Roll waves on a layer of muddy fluid flowing down a gentle slope – a bingham model*”. Physics of Fluids, v. 6, p. 2577–2590.
- MACIEL, G. F. (2001). “*Roll waves evoluindo em canais de forte declividade – Uma abordagem matemática com aproximação numérica*”. Tese (Livre-Docência), Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira/UNESP, Ilha Solteira, SP, 184 p.
- MACIEL, G. F. (2011). “*Dá pra mudar...*”. <http://www.webartigos.com/articles/57005/1/Da-para-mudar/pagina1.html>, acessado em 20/05/2011.
- MACIEL, G. F.; SANTOS, H. K.; FERREIRA, F. O. (2009). “*Rheological Analysis of Water Clay Compositions in Order to Investigate Mudflows Developing in Canals*”, J. of the Braz. Soc. of Mech. Sci. & Eng., ABCM, v.31, nº 1, p. 64-74.
- NG, C. O.; MEI, C. C., (1994). “*Roll waves on a shallow layer of mud modelled as power-law fluid*”, J. Fluid Mechanics, v. 263, p. 151–183.
- OGATA, K. (1998). *Engenharia de Controle Moderno*, Prentice-Hall do Brasil, Rio de Janeiro, 813 p.
- PATANKAR, S V.; SPALDING, D. B. (1972). “*A Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum Transfer in Three-dimensional Parabolic Flows*”, Int. J. Heat Mass Transfer, v. 15, p. 1787.
- VAN DOORMAL, J. P.; RAITHEY, G. D. (1984). “*Enhancements of the SIMPLE Method for Predicting Incompressible Fluid Flows*”, Numer. Heat Transfer, v. 7, pp. 147-163.
- YIH, C. S. (1963). “*Stability of liquid flow down an inclined plate*”, Phys. Fluids, v. 6, p. 321-324.
- ZANUTTIGH, B.; LAMBERTI, A. (2002). “*Roll waves simulation using shallow water equations and Weighted Average Flux method*”, J. Hydrualic Research, v. 40, nº 5, p. 610-622.