

**ESTUDO NUMÉRICO SOBRE A INFLUÊNCIA DA DISTÂNCIA ENTRE  
SINGULARIDADES SUCESSIVAS EM CONDUTOS FORÇADOS**

*André Luiz Andrade Simões<sup>1</sup>; Tiago Andrade Simões<sup>2</sup>;  
Harry Edmar Schulz<sup>3</sup> & Rodrigo de Melo Porto<sup>4</sup>*

**Resumo** – As mudanças de geometria em condutos uniformes levam à ocorrência de alterações nos escoamentos turbulentos que podem resultar em perdas de energias localizadas consideráveis. Neste trabalho é discutida a influência da proximidade entre mudanças de geometria no cálculo da perda de carga localizada. Apresenta-se uma metodologia para avaliação do coeficiente de uma singularidade com base na evolução de grandezas médias relevantes nas seções transversais. Foram obtidas soluções numéricas com o uso dos modelos de turbulência k-ε e de tensões de Reynolds que possibilitaram demonstrar a redução no coeficiente de perda localizada devido à proximidade entre duas alterações de geometria.

**Abstract** – The geometry changes in uniform ducts lead also to changes in the behavior of turbulent flows, which can cause significant localized losses of energy. In this paper we discuss the influence of the distance between singularities (geometry changes) when calculating the local energy losses. This study presents a methodology to evaluate the coefficients of localized losses based on relevant quantities averaged over the cross sections. Numerical results were obtained using the k-ε and Reynolds stresses turbulence models to demonstrate the reduction of the coefficient of localized losses due to the proximity between two geometry changes.

**Palavras-Chave** – Conservação de energia, mecânica dos fluidos computacional, perda de carga localizada.

**INTRODUÇÃO E OBJETIVOS**

As perdas de energia localizadas, também conhecidas como singularidades ou perdas de carga localizadas, são de grande relevância quando se pretende prever o comportamento das grandezas hidráulicas médias em escoamentos em condutos forçados. Elas assumem importância relativa maior em sistemas hidráulicos com trechos curtos. O modelo matemático empregado para a previsão da energia dissipada localmente considera tal dissipação proporcional a uma energia cinética de referência. Com tal representação define-se um coeficiente (ou função) de proporcionalidade, denominado pela letra K. O valor de K normalmente é constante para números de Reynolds típicos de escoamentos turbulentos em redes de distribuição de água e condutos industriais ( $Re \sim 10^5$ ). No caso mais geral ele é uma função, normalmente do número de Reynolds.

<sup>1</sup> Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, Av. Trabalhador São-carlense, 400, São Carlos-SP; simoes@sc.usp.br

<sup>2</sup> Escola Politécnica – Universidade Federal da Bahia; tas9090@gmail.com;

<sup>3</sup> Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, Av. Trabalhador São-carlense, 400, São Carlos-SP. heschulz@sc.usp.br;

<sup>4</sup> Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, Av. Trabalhador São-carlense, 400, São Carlos-SP. rodrigo@sc.usp.br;

Considerando o regime permanente, em média, após uma singularidade ocorre o desenvolvimento espacial de grandes turbilhões. Após uma distância limite  $L_0$ , se não houver outra mudança de geometria, o escoamento retorna à condição de completamente desenvolvido. Levin (1968), citado por Lencastre (1996), propôs a equação 1 para calcular, aproximadamente, o comprimento limite:

$$L_0 = 0,075D^4 \sqrt{\frac{K}{f}} Re, \quad (1)$$

em que  $f$  = fator de resistência de Darcy-Weisbach obtido pelo diagrama de Moody,  $D$  = diâmetro hidráulico e  $Re$  = número de Reynolds do escoamento no conduto.

Seja  $h_L$  a perda localizada ocasionada por uma mudança de geometria que possui um trecho livre a jusante com comprimento  $L_0$ . Se existirem duas singularidades sucessivas e a segunda estiver a uma distância  $L < L_0$ , Levin (1968) propôs um coeficiente de redução de perda de carga, “b”, definido por meio da equação 2, que deve ser aplicado à primeira singularidade (Lencastre, 1996, p.145).

$$b = 1 - 1/e^{5,2L/L_0}. \quad (2)$$

Deste modo, a perda resultante da singularidade de montante,  $h_{L1}$ , passa a ser igual a perda de uma singularidade igual e isolada multiplicada por  $b$ , ou seja,  $h_{L1} = bh_L$ . Em termos de  $K$ , pode-se escrever:

$$K_1 = \left(1 - \frac{1}{e^{5,2L/L_0}}\right) K. \quad (3)$$

A perda total em todo o trecho  $L_0$  é dada pela soma das perdas individuais, de forma que também se pode somar os coeficientes de perda localizadas. Em termos da relação entre o coeficiente de perda total e o coeficiente original,  $K$ , tem-se a forma:

$$K_{Total} = K + \left(1 - \frac{1}{e^{5,2L/L_0}}\right) K \quad e \quad \frac{K_{Total}}{K} = \left(2 - \frac{1}{e^{5,2L/L_0}}\right). \quad (3a)$$

A equação 3a mostra que a razão entre os coeficientes de perda é menor do que 2.

Este trabalho teve como objetivo estudar numericamente a redução ocorrida na perda de energia localizada provocada pela proximidade entre duas mudanças de geometria em um conduto.

## MATERIAIS E MÉTODOS

### Equação da Energia e Definição da Função K

A representação físico-matemática dos escoamentos de fluidos newtonianos em condutos forçados pode ser feita por meio das equações de conservação de massa, energia e quantidade de movimento e a equação constitutiva para fluidos newtonianos, escritas em suas formas completas e incompressíveis. A solução de tal sistema de equações, entretanto, é complexa e inviável quando se pretende solucionar problemas em grande escala, como a rede de distribuição de água de uma cidade ou o sistema hidráulico de um edifício, por exemplo. Por esta razão, utilizam-se formas mais simples dos mesmos princípios de conservação atrelados a resultados empíricos. A equação da energia é, certamente, a mais difundida e empregada para realização de previsões. A sua forma usual, às vezes denominada de equação de Bernoulli com perdas, é:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + \text{Perdas}, \quad (4)$$

em que  $z$  = energia potencial,  $p/\gamma$  = trabalho das forças de pressão ( $\gamma$  = peso específico),  $V^2/(2g)$  = energia cinética. O termo “Perdas” inclui as perdas localizadas e distribuídas, para o caso mais geral (todos os termos estão escritos por unidade de peso de fluido). Vale mencionar que a denominação simplesmente de “equação de Bernoulli” é errônea, porque esta equação deriva do princípio de quantidade de movimento. O aditivo “com perdas” mostra que se está relacionando a equação com as perdas de energia e, portanto, com este aditivo pode-se aceitar que se trata de uma equação de energia.

A equação 4 é deduzida a partir da primeira lei da termodinâmica, que pode ser escrita com a seguinte forma (Schulz, 2003):

$$\left. \frac{dE}{dt} \right|_s = \dot{Q} - \dot{W}, \quad (5)$$

em que  $E = mgz + mv^2/2 + U$ ;  $t$  = tempo;  $m$  = massa do sistema;  $g$  = aceleração da gravidade;  $U$  = energia interna do sistema (térmica);  $\dot{Q}$  = potência térmica resultante e  $\dot{W}$  = taxa de trabalho resultante. O sobrescrito “s” denota sistema.

A equação 5 está escrita com a sua forma original, válida para sistemas. Convém escrevê-la sob o ponto de vista euleriano, o que pode ser feito de forma direta por meio do teorema do transporte de Reynolds obtendo-se a equação 6. A seguir é apresentado um desenvolvimento que resulta em uma forma mais geral que a equação 4.

$$\dot{Q} - \dot{W} = \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{Vol} \rho e dVol + \iint_S \rho e \vec{V} \cdot \vec{n} dS, \quad (6)$$

em que  $e = E/m$ .

A variação temporal da energia no interior do volume de controle, Vol, é nula para o regime permanente. O trabalho W pode ser resultante de forças tangenciais, normais e eixos rotativos. Sendo  $W_p$  o trabalho das forças de pressão e  $W_o$  os demais, pode-se escrever a equação 6 para o regime permanente com a seguinte forma:

$$\dot{Q} - \dot{W}_p - \dot{W}_o = \iint_S \rho \left( gz + \frac{v^2}{2} + u \right) \vec{V} \cdot \vec{n} dS. \quad (7)$$

Sendo  $p dS$  a força normal à superfície de controle  $dS$  e  $dx$  um deslocamento decorrente desta força, pode-se escrever uma fração da taxa do trabalho total sobre a superfície de controle:

$$d\dot{W}_p = p dS \frac{dx}{dt} = p \vec{v} \cdot \vec{n} dS \Rightarrow \dot{W}_p = \iint_S p \vec{v} \cdot \vec{n} dS. \quad (8)$$

Substituindo a equação 8 na equação 7 e reorganizando a equação resultante, obtém-se:

$$\dot{Q} - \dot{W}_o = \iint_S \rho \left( gz + \frac{v^2}{2} + u + \frac{p}{\rho} \right) \vec{v} \cdot \vec{n} dS. \quad (9)$$

Um volume de controle macroscópico com uma entrada (1) e uma saída (2), se utilizado com todas as hipóteses citadas anteriormente, possibilita escrever a equação 9 com a seguinte forma:

$$\dot{Q} - \dot{W}_o = - \iint_{S_1} \rho \left( gz_1 + \frac{v_1^2}{2} + u_1 + \frac{p_1}{\rho} \right) v_1 dS + \iint_{S_2} \rho \left( gz_2 + \frac{v_2^2}{2} + u_2 + \frac{p_2}{\rho} \right) v_2 dS. \quad (10)$$

As formas de energia entre parêntesis são, no caso mais geral, funções da posição  $x$  e  $y$ , sendo  $dS = dx dy$ . Grande parte dos problemas envolvendo condutos forçados, sobretudo aqueles com diâmetros relativamente pequenos, utiliza como hipóteses adicionais perfis uniformes para as grandezas entre parêntesis, exceto a energia cinética (corrigida com o conhecido coeficiente de Coriolis). Neste trabalho é considerada a possibilidade de uma distribuição de pressões não uniforme na seção transversal, condição que conduz à seguinte definição:

$$\varphi_i = \frac{\iint_{S_i} p_i v_i dS}{P_i V_i S_i} = \frac{\iint_{S_i} p_i v_i dS}{\iint_{S_i} p_i dS \iint_{S_i} V_i dS} S_i, \quad (11)$$

em que  $P_i$  = pressão média na seção transversal  $i$ , ( $i=1,2$ ),  $V_i$  = velocidade média na seção transversal  $i$  e  $\varphi_i$  = coeficiente de correção de potência.

A equação 10 assume a seguinte forma com tais definições:

$$\dot{Q} - \dot{W}_o - \rho u_2 V_2 S_2 + \rho u_1 V_1 S_1 = -\rho \left( g z_1 + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2} + \varphi_1 \frac{P_1}{\rho} \right) V_1 S_1 + \rho \left( g z_2 + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2} + \varphi_2 \frac{P_2}{\rho} \right) V_2 S_2.$$

Sendo  $V_1 S_1 = V_2 S_2$  (conservação de massa), obtém-se:

$$\frac{\dot{W}_o - \dot{Q}}{V_1 S_1 \rho} + u_2 - u_1 = \left( g z_1 + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2} + \varphi_1 \frac{P_1}{\rho} \right) - \left( g z_2 + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2} + \varphi_2 \frac{P_2}{\rho} \right). \quad (12)$$

Ao comparar as equações 4 e 12, conclui-se que as perdas estão atreladas à variação da energia interna, às tensões viscosas que produzem as formas de trabalho presentes em  $W_o$  e à troca de calor através da superfície de controle. Se o trecho entre as seções 1 e 2 for relativamente curto e se neste trecho estiver contida uma alteração na geometria que provoque alterações relevantes nas variáveis de campo, é usual definir a perda de energia total como uma dissipação de energia localizada, modelada por meio da seguinte equação (Porto, 2006):

$$h_L = K_{12} \frac{V^2}{2g}, \quad (13)$$

em que  $h_L$  = perda de energia localizada (por unidade de peso de fluido),  $K_{12}$  é o coeficiente de ajuste, que pode ser uma função, e  $V$  é uma velocidade média característica definida de forma conveniente para cada problema.

É possível que para determinadas condições geométricas e hidráulicas o trecho perturbado a jusante da singularidade seja extenso de tal modo que a perda distribuída ( $h_f$ ) não seja irrelevante. Em tais condições, a combinação das equações 12, 13 e a equação de Darcy-Weisbach resulta em:

$$\overbrace{K_{12} \frac{V^2}{2g}}^{h_L} = z_1 - z_2 + \frac{\varphi_1 P_1 - \varphi_2 P_2}{\gamma} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} - \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} - f \overbrace{\frac{x}{D} \frac{V^2}{2g}}^{h_f}. \quad (14)$$

O uso da equação anterior não é simples devido à necessidade de calcular o fator de resistência (o diagrama de Moody é válido apenas para escoamentos completamente desenvolvidos). Isto conduz à representação das irreversibilidades por meio da equação 13, incluindo todos os efeitos no coeficiente  $K$ . A equação 14 sem a equação de Darcy-Weisbach pode ser reescrita com a seguinte forma:

$$K_{12} = \left[ \frac{2g}{V^2} \left( z_1 - z_2 + \frac{\varphi_1 P_1 - \varphi_2 P_2}{\gamma} \right) + \alpha_1 \frac{V_1^2}{V^2} - \alpha_2 \frac{V_2^2}{V^2} \right]. \quad (15)$$

Para uma seção  $i$  situada a montante da singularidade e para uma mesma vazão, a posição escolhida para a seção  $j$ , a jusante da mudança de geometria, pode resultar em valores de  $K_{ij}$  diferentes. Deste modo,  $K_{ij}=K_{ij}(x)$ , sendo  $x$  um eixo coordenado orientado no sentido do escoamento. Levando em consideração a possibilidade de dependência de  $K_{ij}$  em relação ao número de Reynolds,  $K_{ij}=K_{ij}(x, Re)$ . A equação 15 é a forma empregada para calcular o coeficiente  $K_{ij}$  neste trabalho.

## Simulações numéricas

### *Equações básicas*

As equações básicas empregadas para realização das simulações representam os princípios de conservação de massa e quantidade de movimento. Uma vez que são simulados escoamentos de fluidos newtonianos, a equação de Cauchy, equação diferencial que representa a conservação de quantidade de movimento linear, é associada à lei constitutiva de fluidos newtonianos resultando na conhecida equação de Navier-Stokes. Para escoamentos incompressíveis, as referidas equações são:

$$\frac{\partial V_i}{\partial x_i} = 0, \quad (\text{Conservação de massa}) \quad (15)$$

$$\frac{DV_i}{Dt} = g_i + \rho^{-1} \sigma_{ji,j}, \quad (\text{Eq. de Cauchy}) \quad (16)$$

$$\sigma_{ij} = \mu(V_{i,j} + V_{j,i}) - p\delta_{ij}, \quad (\text{Eq. constitutiva}) \quad (17)$$

$$\frac{DV_i}{Dt} = g_i + \rho^{-1} [\mu(V_{j,i} + V_{i,j}) - p\delta_{ji}]_{,j}. \quad (\text{Eq. de Navier-Stokes}) \quad (18)$$

As equações precedentes são válidas para escoamentos laminares, escoamentos em transição e escoamentos turbulentos. Resolvê-las para escoamentos turbulentos, entretanto, é uma tarefa dispendiosa e utilizada apenas em problemas com baixos números de Reynolds. Para situações típicas da indústria, com  $Re \sim 10^5$ , torna-se inviável a obtenção de soluções, como discutido a seguir.

A turbulência é, necessariamente, tridimensional e variável. Sendo assim, deve-se resolver as equações de conservação sem restrições como regime permanente ou escoamento bidimensional. As dimensões dos elementos de uma malha euleriana devem ser tais que as menores escalas do escoamento turbulento sejam capturadas. Usualmente, emprega-se as micro-escalas de Kolmogorov e em alguns trabalhos, as menores escalas de Taylor. Sendo  $\eta$  a micro-escala de comprimento de Kolmogorov e  $\mathcal{L}$  a macro-escala do escoamento, a teoria de K41 (Kolmogorov, 1941) possibilita escrever o número de graus de liberdade, que é um número representativo da quantidade de elementos necessários para compor uma malha suficientemente fina:

$$\left(\frac{\mathcal{L}}{\eta}\right)^3 = Re^{9/4}. \quad (19)$$

Com  $Re = 10^5$ , conclui-se que a malha deve ter aproximadamente  $10^{11}$  elementos. Este número é demasiadamente elevado, tornando inviável a realização de simulações numéricas diretas. Como alternativa, utiliza-se modelos de turbulência. Com esta prática todos os turbilhões, em todas as escalas, são modelados. Na simulação numérica direta todas as escalas da turbulência são resolvidas. Em simulações de grandes escalas, apenas as micro-escalas são modeladas.

### *Modelos de turbulência*

Ao reescrever a equação de conservação de quantidade de movimento em termos de grandezas médias surgem covariâncias desconhecidas. Deste modo, a adoção de grandezas médias temporais leva ao estabelecimento de um sistema aberto, ou seja, com mais incógnitas do que equações. Os modelos de turbulência têm como objetivo fechar o referido sistema. Há um

considerável número de modelos de turbulência, dentre os quais:  $k-\varepsilon$ , RNG  $k-\varepsilon$ ,  $k-\omega$ , Modelos de Tensões de Reynolds (existem alguns), modelo baseado em ondas quadradas aleatórias (Schulz *et al.*, 2010), entre outros. Em todos os casos, assume-se um conjunto de hipóteses simplificadoras que possibilitam a obtenção das equações de fechamento. Neste trabalho foi adotado o modelo de tensões de Reynolds SSG e o modelo clássico  $k-\varepsilon$ , ambos disponíveis no software CFX<sup>®</sup>. O modelo SSG é baseado na equação da taxa de dissipação de energia por unidade de massa,  $\varepsilon$ , e não se restringe à turbulência isotrópica.

### Geometrias, malhas e condições de contorno

As simulações foram realizadas em domínios bidimensionais, como pode ser visto na Figura 1. A Figura 1a corresponde à primeira configuração utilizada. Trata-se de um conduto retilíneo com uma obstrução simétrica. A segunda configuração (Fig. 1b) contém duas obstruções iguais. A Figura 2 ilustra parte da malha empregada na simulação com uma singularidade. A segunda malha, correspondente ao domínio com duas singularidades é semelhante. Todos os testes numéricos foram desenvolvidos em regime permanente. As condições de contorno na entrada são: perfil uniforme de velocidades com  $V = 1,0$  m/s, pressões relativas iguais a zero e intensidades turbulentas relativas iguais a 1%. Na saída foram impostas pressões relativas iguais a zero. As paredes possuem rugosidade absoluta equivalente igual a 0,005 mm.

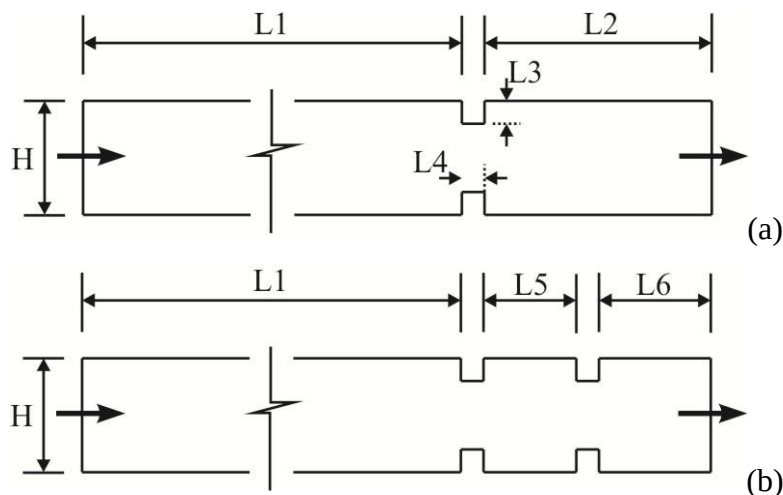


Figura 1 – Geometrias utilizadas nas simulações: (a) configuração com uma singularidade; (b) geometria com duas singularidades iguais à da primeira configuração. Os valores de  $L_i$  são:  $L1 = 2,0$  m;  $L2 = 1,49$  m;  $L3 = L4 = 0,01$  m;  $H = 0,10$  m;  $L5 = 0,29$  m;  $L6 = 1,19$  m.



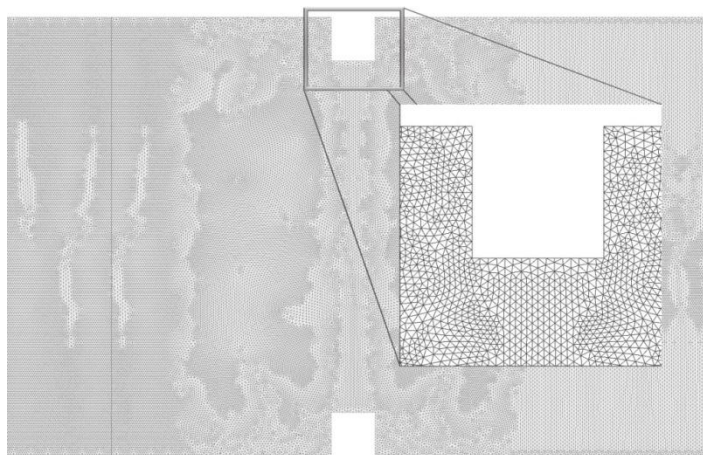


Figura 2 – Parte da malha não estruturada empregada para os cálculos.

## RESULTADOS

Entre os resultados intermediários obtidos nesta pesquisa estão os valores dos coeficientes de Coriolis (Figura 3a) e o coeficiente de correção de potência (Figura 3b), definido pela equação 11. O comportamento do coeficiente de Coriolis corresponde bem às formas dos perfis de velocidades turbulentos para escoamentos desenvolvidos. O primeiro ponto, calculado para a seção 1, a montante da singularidade, corresponde a  $\alpha = 1,06$ , valor igual ao obtido com a lei de potência 1/7 de Prandtl para um tubo. A jusante da mudança de geometria foi observada uma elevação considerável para  $\alpha$  devido à formação de grandes turbilhões e conseqüente distorção do perfil de velocidades. A partir dos resultados calculados com o modelo k- $\epsilon$ , concluiu-se que  $\alpha$  é proporcional à energia cinética turbulenta média na seção transversal ( $k_m$ ; ver Figura 3b) de acordo com uma parábola definida pela equação 20 (com coeficiente de correlação igual a 1 e válida para  $0 \leq x/H \leq 15,5$ ).

$$\alpha = 328,1 \left( \frac{2k_m}{V^2} \right)^2 - 7,84 \frac{2k_m}{V^2} + 1,08. \quad (20)$$

O coeficiente  $\phi$  resultou aproximadamente unitário ao longo do conduto, com desvios maiores nas proximidades dos turbilhões originados devido à singularidade. A Figura 3d permite observar que o valor máximo de  $\phi$  está associado a uma pressão relativa média próxima de zero (com valor numérico igual a -0,2 mmH<sub>2</sub>O). Com o intuito de verificar a consistência da solução obtida é possível observar a linha de energia adimensionalizada com H por meio da Figura 3e.

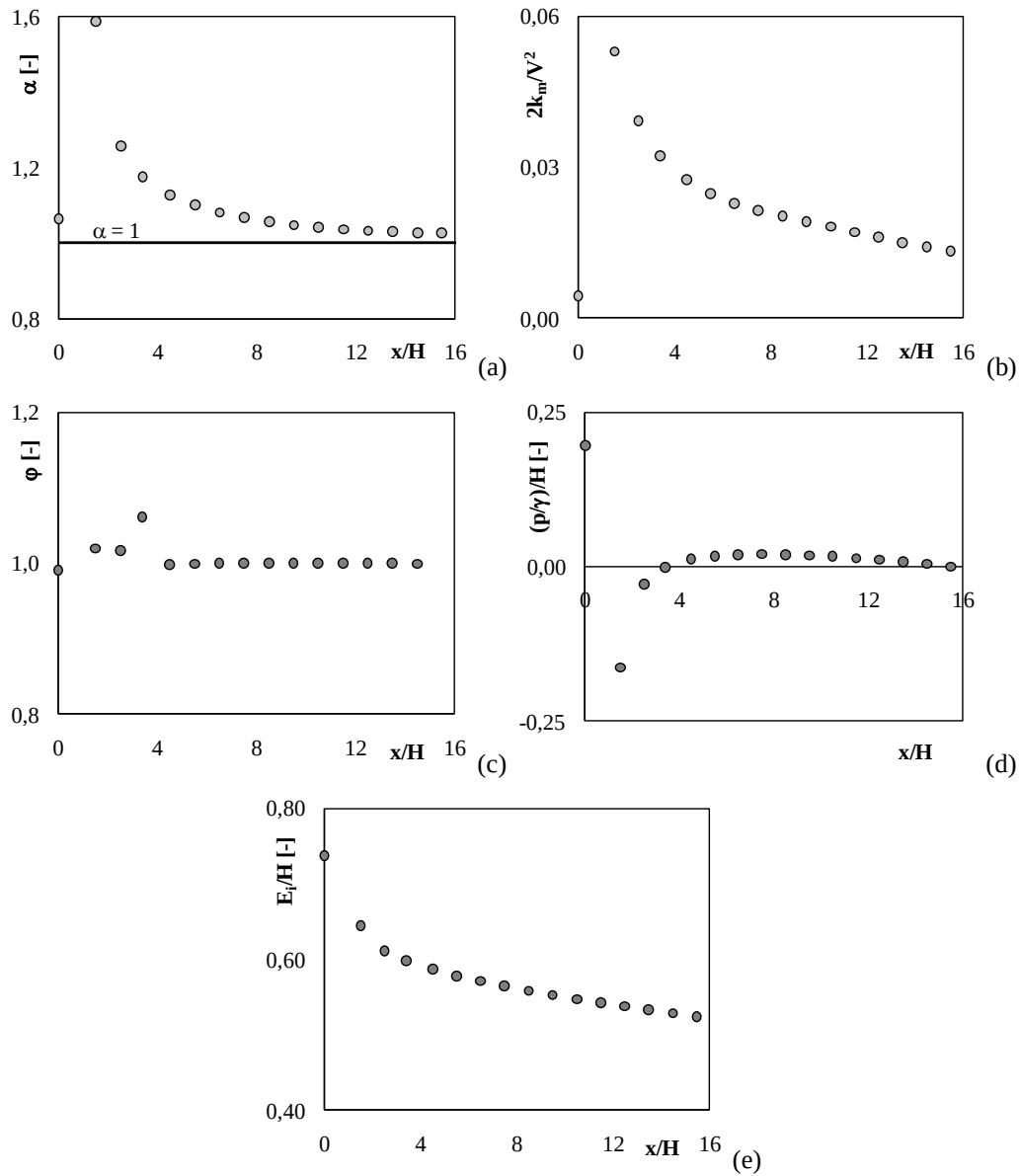


Figura 3 – Resultados obtidos com o modelo k- $\epsilon$  e uma singularidade: (a) Coeficiente de Coriolis; (b) energia cinética turbulenta adimensionalizada em função da posição ao longo do canal; (c) coeficiente de correção de potência; (d) pressões médias e (e) linha de energia ao longo do trecho estudado.

A Figura 4 ilustra o comportamento das mesmas variáveis encontradas na Figura 3, porém, para a geometria com duas singularidades. Percebe-se que a distribuição dos coeficientes de Coriolis possui base mais alongada devido à existência da segunda singularidade. Percebe-se também, ao comparar ambos os experimentos numéricos, a influência da segunda singularidade nas demais variáveis calculadas. Os pontos relativos ao coeficiente  $\phi$  se distribuíram com maior espalhamento em relação ao escoamento com apenas uma singularidade.

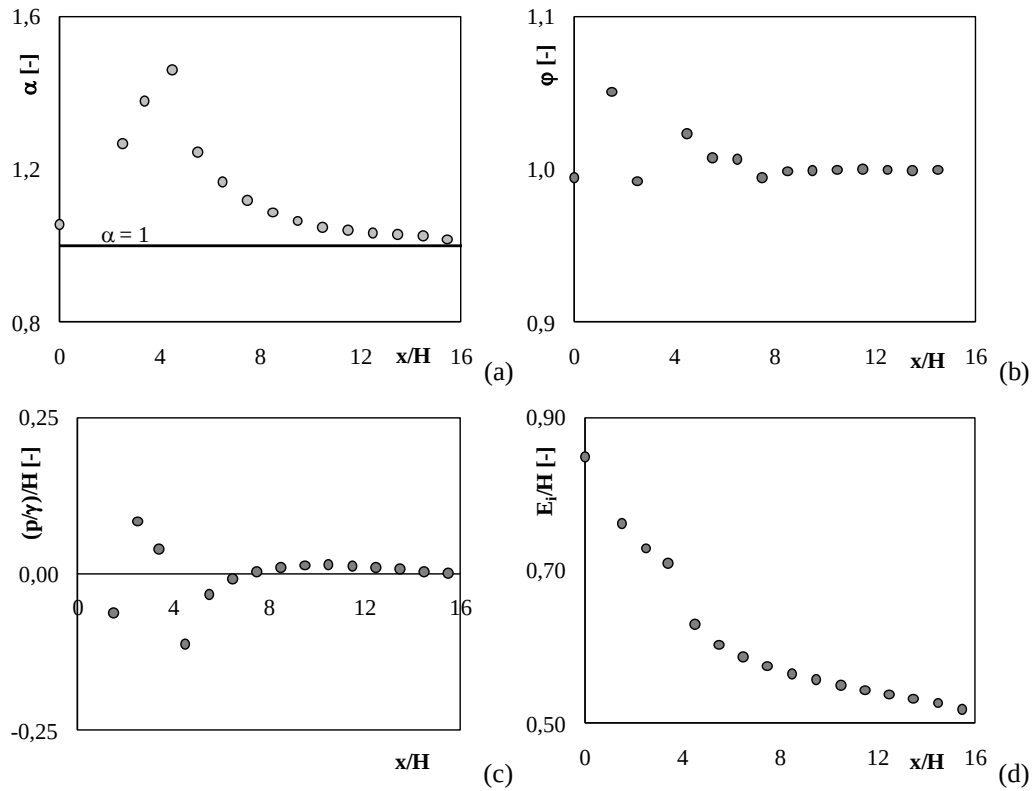


Figura 4 – Resultados obtidos com o modelo k-ε e duas singularidades: (a) Coeficiente de Coriolis; (b) coeficiente de correção de potência; (c) pressões médias e (d) linha de energia ao longo do trecho estudado.

Os resultados anteriores possibilitaram calcular os valores de  $K$  ao longo do conduto por meio da equação 15. Como ilustrado na Figura 5, os valores de  $K$  crescem ao longo do conduto, em função da posição adotada. Fica evidente a existência de regiões de crescimento com declividades diferentes. A primeira, mais íngreme, se estende até o final dos grandes turbilhões. O experimento numérico 1 (uma singularidade) possui um trecho mais curto correspondente à primeira região, como esperado. Ao comparar as Figuras 5a e 5b, percebe-se que a segunda geometria (com duas singularidades) implica em maiores valores de  $K$ . A Figura 5c permite observar que a relação  $K^{(2)}/K^{(1)} \cong 1,6$ . Esta conclusão confirma a hipótese inicial deste trabalho, relacionada à proposta de Levin (1968). Note-se que o uso da equação 3a, com  $L = 0,29$  m e  $L_0 = 1,49$  m produz, na terminologia do presente item, um valor  $K^{(2)}/K^{(1)} = 1,64$ , bastante razoável para a região do escoamento que sofre o efeito das duas singularidades. Entretanto, é preciso verificar os valores das variáveis presentes na equação 1. Utilizando  $D_h = 2H$  (diâmetro hidráulico),  $Re = 2 \times 10^5$ . Assumindo válido o diagrama de Moody para a geometria em utilizada nesta pesquisa,  $f = 0,0156$  e  $K^{(2)}/K^{(1)} = 1,88$  (com a equação 3a).

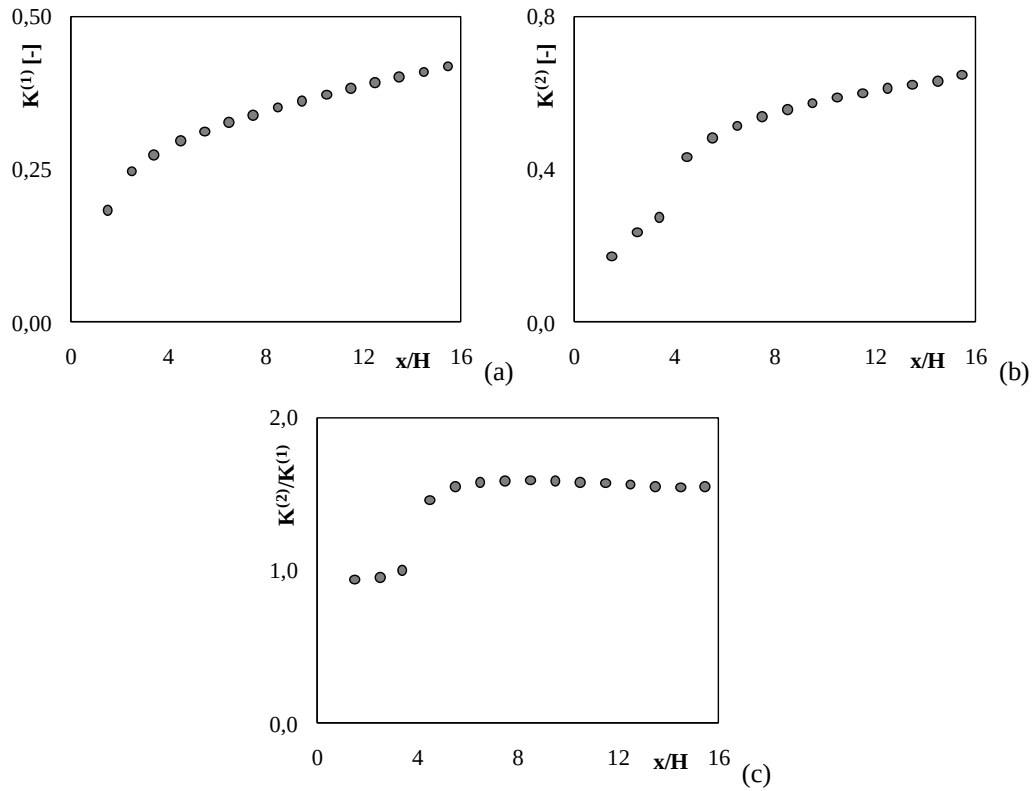


Figura 5 – Valores de K ao longo do conduto (calculados com o modelo k- $\epsilon$ ): (a) configuração com uma singularidade; (b) geometria com duas singularidades sucessivas; (c) relação entre os valores de K.

As regiões com declividades diferentes encontradas nas Figuras 5a e 5b permitem sugerir que o comportamento de K seja representado por retas, ou seja, com a forma:

$$K = C_1 \frac{x}{H} + C_2. \quad (21)$$

Com esta consideração foi possível obter retas com coeficientes de correlação próximos da unidade para ambos os casos (com uma e com duas singularidades), definidas de acordo com as equações 22 e 23. Nota-se que a relação  $K^{(2)}/K^{(1)} \cong 1,65$ , inferior a 2,0 e próximo dos valores calculados, ou seja,  $K^{(2)}/K^{(1)} \cong 1,6$  (Fig. 5c) e  $K^{(2)}/K^{(1)} \cong 1,64$  (eq. 3a). O mesmo ocorre para a relação entre os coeficientes angulares, igual a 1,4.

$$K^{(1)} = 0,01 \frac{x}{H} + 0,26, \quad (22)$$

$$K^{(2)} = 0,014 \frac{x}{H} + 0,43. \quad (23)$$

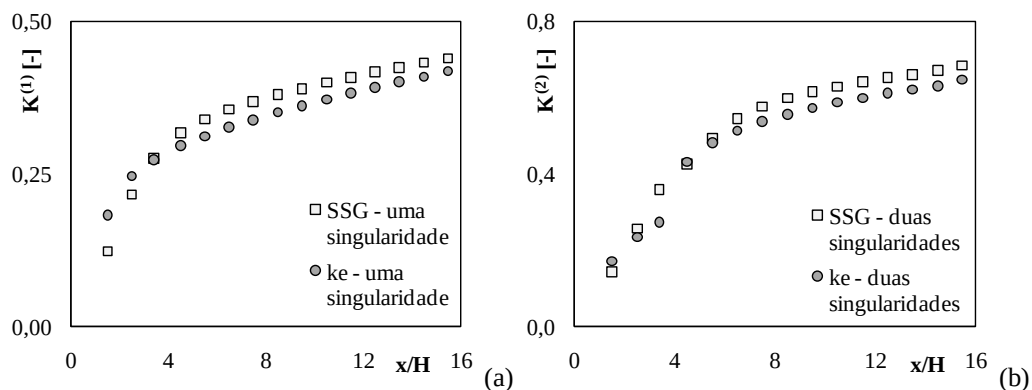
As equações 22 e 23 são válidas para  $5,5 \leq x/H \leq 15,5$  e  $6,5 \leq x/H \leq 15,5$ , respectivamente.

Se o cálculo de  $K^{(1,2)}$  for feito tendo como seção inicial ( $i = 1$ ) aquela correspondente ao primeiro ponto da reta menos íngreme, os coeficientes  $C_2$  assumem valores negativos, porém, muito menores em valor absoluto do que os originais encontrados nas equações 22 e 23 e nas curvas da Figura 5 ( $C_2^{(1)} = -0,04$  e  $C_2^{(2)} = -0,05$ ). Os coeficientes angulares permanecem os mesmos. Deste modo, se o valor de  $K$  pode ser visto como uma função da posição, mas sem a existência de um coeficiente livre na equação linear (valor muito reduzido), é razoável representar a perda de energia por meio da equação de Darcy-Weisbach (embora o escoamento não tenha retornado à condição de equilíbrio). Este “razoável” decorre da dependência linear observada entre as perdas e a distância considerada e ao fato de a dedução da equação de Darcy-Weisbach por análise dimensional implicar neste tipo de dependência (usualmente restrito a escoamentos completamente desenvolvidos). Com esta representação, os coeficientes angulares das retas 22 e 23 passam a ser iguais ao fator de resistência da equação:

$$h_f = f \frac{x}{2H} \frac{V^2}{2g}. \quad (24)$$

Sendo assim,  $f^{(1)} = 0,02$  e  $f^{(2)} = 0,028$ . Voltando à condição inicial das equações 22 e 23, pode-se ver a perda ocorrente nas singularidades como compostas por uma parcela independente da posição e uma parcela dependente da posição, esta última similar à equação de Darcy-Weisbach.

Os resultados obtidos com o modelo de turbulência SSG foram comparados aos resultados anteriores, obtidos com o modelo  $k-\varepsilon$ . Para a configuração com uma singularidade o maior desvio ocorreu para o ponto inicial, com valor relativo igual a 48% tendo como referência o modelo SSG. As Figuras 6a e 6b ilustram esta comparação. A partir do terceiro ponto os desvios relativos são inferiores a 10%. A comparação para a geometria com duas singularidades é ilustrada nas Figuras 6b e 6d. Neste caso, o terceiro ponto corresponde a um desvio relativo igual a 23,8% e o primeiro a 18,8%. Os demais resultaram inferiores a 10%.



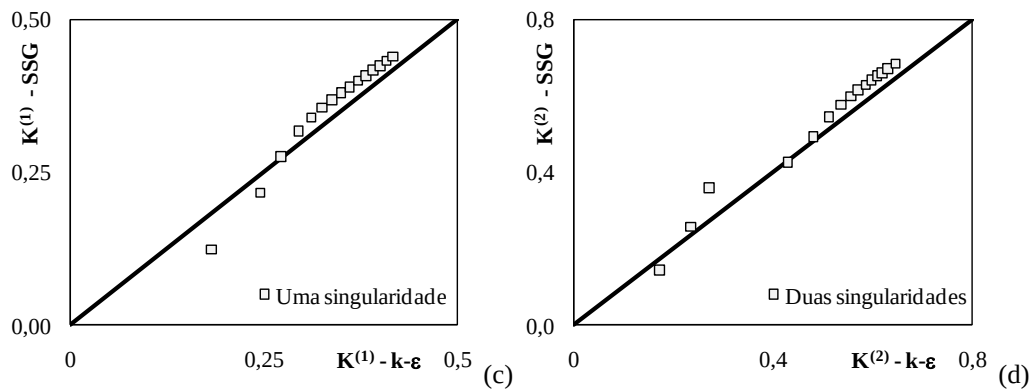


Figura 6 – Comparação entre os coeficientes  $K^{(1)}$  e  $K^{(2)}$  calculados com os modelos de turbulência  $k-\epsilon$  (denotado por  $ke$ ) e de tensões de Reynolds (SSG): (a) apenas uma singularidade; (b) duas singularidades; (c,d) comparação entre os resultados e a reta de ajuste perfeito.

Como consequência das diferenças mencionadas no parágrafo anterior, a relação  $K^{(2)}/K^{(1)}$  obtida com os modelos de turbulência  $k-\epsilon$  e SSG resultaram diferentes, principalmente para  $x/H < 7,5$ . Para as demais posições os erros são menores, como ilustrado através das Figuras 7a e 7b. Cabe mencionar que, em ambos os casos ( $k-\epsilon$  e SSG), os primeiros pontos com valores de  $K^{(2)}/K^{(1)}$  próximos de um foram obtidos para seções transversais localizadas a montante da posição da segunda singularidade. Para os dois primeiros pontos da Figura 7a,  $K^{(2)}/K^{(1)} = 0,94$  ( $k-\epsilon$ ) e  $K^{(2)}/K^{(1)} = 1,17$  (SSG).

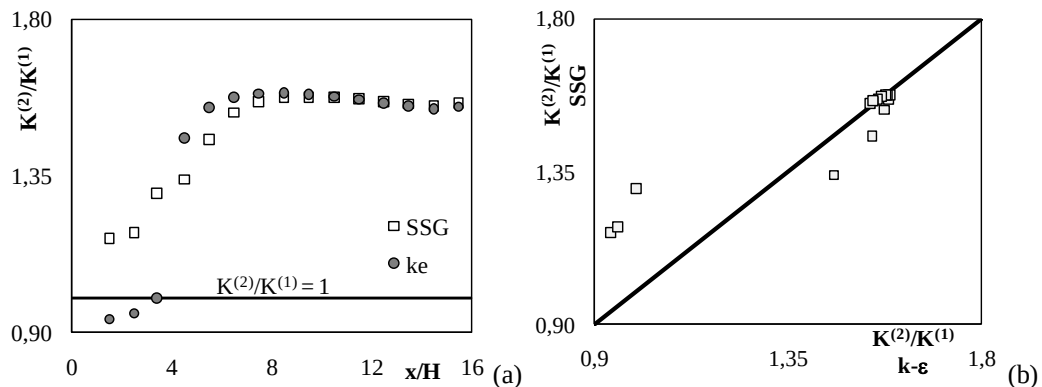


Figura 7 – Comparação entre  $K^{(2)}/K^{(1)}$  calculado com os modelos  $k-\epsilon$  (denotado por  $ke$ ) e SSG: (a) valores de  $K^{(2)}/K^{(1)}$  ao longo de  $x/H$ ; (b) comparação com a reta de ajuste perfeito.

## CONCLUSÕES

Os experimentos numéricos desenvolvidos nesta pesquisa apresentaram resultados coerentes com o comportamento físico esperado para a perda de energia localizada. A geometria empregada como teste possibilitou demonstrar que o coeficiente de perda de carga localizada não é multiplicado por dois quando há duas singularidades iguais e em série separadas por uma distância curta. O coeficiente de Coriolis é proporcional à energia cinética turbulenta e, portanto, proporcional à intensidade turbulenta. A partir da região de decaimento da turbulência, os resultados numéricos

forneceram uma relação aproximadamente linear entre o coeficiente de perda de carga localizada e a posição ao longo do conduto. O coeficiente de correção de potência resultou próximo da unidade para a maior parte das seções transversais avaliadas, porém, com desvios originados pelo aumento da intensidade turbulenta. Os resultados numéricos analisados com a metodologia proposta são consistentes com a física do problema, tendo sido realizadas verificações por meio do decaimento esperado para a linha de energia. A razão entre os coeficientes de perda de carga localizada para os problemas com uma e duas singularidades é aproximadamente independente da posição ao longo do conduto e inferior a dois. Constatou-se uma dependência linear entre dissipação de energia e a distância para uma parte do domínio estudado. Deste modo, considerou-se válido utilizar a equação de Darcy-Weisbach para definição do coeficiente de perda de energia localizada para a região de decaimento da turbulência. Com esta metodologia, a perda de carga foi separada em uma parte dependente da posição e uma segunda independente, que é o coeficiente mencionado. Os resultados calculados com o uso dos modelos de turbulência k- $\epsilon$  e de tensões de Reynolds (SSG) apresentaram maiores diferenças para as seções próximas às singularidades. Apesar disto, ambos forneceram valores com comportamentos semelhantes.

## **AGRADECIMENTOS**

Ao CNPq(141078/2009-0), CAPES e FAPESP.

## **BIBLIOGRAFIA**

LENCASTRE, A. (1996). *Hidráulica geral*. Edição do Autor.

LEVIN, L. (1968). *Formulaire des conduites forcées, oléoducs et conduits d'aération*. Dunod, Paris, 1968.

PORTO, R.M. (2006). *Hidráulica básica*. EESC/USP, 540 p.

SCHULZ, H. E., SIMÕES, A.L.A., JANZEN, J.G. (2010). Statistical Approximations in Gas-Liquid Mass Transfer. The 6th International Symposium on Gas Transfer at Water Surfaces, Kyoto, Japan, May Kyoto University [em fase de impressão]

SCHULZ, H.E. (2003). *O essencial em fenômenos de transporte*. EESC/USP, 382 p.