

Proposta de Modelo Conceitual: PM Tank Model

Pedro Guilherme de Lara

Curso de Graduação em Engenharia Sanitária e Ambiental, UFSC

pedroguilherme.lara@gmail.com

Masato Kobiyama

Departamento de Engenharia Sanitária e Ambiental, UFSC

kobiyama@ens.ufsc.br

Recebido: 20/04/11 - revisado: 16/12/11 - aceito: 17/05/12

RESUMO

A partir do modelo Tank Model, foi desenvolvido o novo modelo (PM Tank Model), cuja formulação fisicamente embasada, possui equações não-lineares hiperbólicas ao invés de equações lineares exponenciais do modelo original. A fim de demonstrar o desempenho de ambas as formulações e também melhorar o entendimento do ciclo hidrológico em escala de bacia hidrográfica, foram utilizados 7 eventos de chuva-vazão e informações físicas sobre o solo e de evapotranspiração na bacia (4,078 km²) do Campus da Universidade Federal de Santa Catarina na cidade de Florianópolis, Santa Catarina. Os resultados das simulações, avaliados com uso de três funções objetivo, mostraram que a formulação do modelo PM Tank Model gerou melhor desempenho. Assim, a formulação proposta manteve a simplicidade do modelo Tank Model e, além disso, introduziu um novo conceito de dinâmica através do comportamento hiperbólico e reduziu a incerteza das simulações com o uso de informações físicas para definição dos parâmetros do modelo.

Palavras-Chave – simulação hidrológica, Tank Model, equações não-lineares hiperbólicas.

INTRODUÇÃO

Modelos hidrológicos podem ser ferramentas úteis no desenvolvimento de medidas estruturais e não-estruturais para prevenção contra enchentes e inundações, além de serem úteis na tomada de decisões no gerenciamento de recursos hídricos (Beven, 2001; Zhang & Liu, 2006). Conforme Singh & Woollhiser (2002), existem inúmeros modelos hidrológicos no mundo hoje. Comparando alguns desses modelos através do uso de dados monitorados de chuva-vazão, WMO (1975, 1992) e Franchini & Pacciani (1991) mostraram o desempenho deles. Com tais estudos comparativos, o Tank Model proposto por Sugawara (1961, 1979, 1995) é um modelo bastante recomendado para simulação de balanço hídrico, por ser computacionalmente simples e gerar bons resultados quanto ao cálculo de vazões de pico e volume escoado superficialmente. Segundo, Lee & Singh (1999), esse modelo é mais comumente usado no Japão e Coréia do Sul.

Diversos autores já reportaram aplicações deste modelo como ferramenta de auxílio em estudos para prevenção de desastres naturais (Ishihara &

Kobatake, 1978), estudos de estabilidade de talude (Suzuki et al., 1979; Kobashi & Suzuki, 1987; Otsu et al., 2005), estudos de fluxo de escombros (Takahashi & Nakagawa, 1991) e em estudos de gerenciamento de desastres hidro-meteorológicos (Lindner & Kobiyama, 2009).

Embora o Tank Model seja conceitualmente simples, existe dificuldade de calibrá-lo devido à arbitrariedade na obtenção dos parâmetros de ajuste. Assim há um alto grau de incerteza associado aos ajustes desse modelo. Em, sua concepção, o modelo não possui embasamento físico e o ajuste dos eventos não contribui para o entendimento dos fenômenos hidrológicos da bacia. Sendo que bons ajustes dependem da habilidade do modelador e/ou de técnicas de auto-calibração. Segundo Dooge (1973), o modelo Tank Model adequa-se à teoria de sistemas, muito utilizada nas décadas de 1960 e 1970 na hidrologia, onde somente importava a quantificação das informações de entradas a fim de obter uma boa resposta na saída do sistema.

Neste âmbito, Sivapalan et al. (2003) e Atkinson et al. (2002) salientaram a necessidade da busca por soluções, a fim de caracterizar eficientemente os processos hidrológicos e com reduzido

grau de incerteza, e que a partir destas soluções, extrapolações e previsões futuras sejam possíveis com confiabilidade. Esses autores colocaram que os modelos não somente devem ser computacionalmente sofisticados, mas também devem ser ferramentas hidrológicas bem justificadas que contribuam para o entendimento do ciclo hidrológico. Assim, de acordo com Klemes (1993), deve-se evitar a ocorrência de arbitrariedades e o uso de um número excessivo de parâmetros na concepção de uma formulação.

Sivapalan et al. (2003) aprofundaram a discussão citando a existência de um excelente grau de conhecimento dos mecanismos de cada processo hidrológico, de maneira individual e em escala microscópica, e colocam como desafio para a hidrologia buscar o entendimento desses processos de maneira conjunta e na escala condizente à realidade. Isto implica que os fenômenos hidrológicos devem ser investigados de maneira interligada e na escala temporal e espacial em que são monitorados. De acordo com os mesmos autores, os modelos baseados na teoria de sistemas e/ou nas leis físicas necessitam ser reavaliados quanto ao modo que descrevem os processos hidrológicos quanto à escala de análise e às interações entre os processos. Pois a hidrologia como ciência deve buscar constantemente respostas para as incertezas dos processos hidrológicos identificando, também, a forma como ocorrem suas inter-relações. Em termos de engenharia, existem diversas opções de ferramentas (modelos) capazes de gerar resultados suficientes para justificar atividades de gerenciamento e o planejamento de recursos hídricos. Mas, deve-se buscar novos horizontes a fim de melhorar cada vez mais a qualidade das análises hidrológicas e a tomada de decisão baseada nestas análises.

Ainda em relação ao tópico de dependência de escala nos processos hidrológicos, Mendiondo & Tucci (1997) discutiram a importância dos efeitos de escala na determinação de níveis de precisão necessários às formulações hidrológicas. Os autores determinaram as correlações das escalas temporais e espaciais para diferentes tipos de análise hidrológica.

Neste contexto, o objetivo do presente trabalho foi desenvolver a partir de Tank Model uma formulação embasada em informações de características físicas e de dados monitorados de uma bacia hidrográfica. Com isso, o novo modelo se chama PM Tank Model (**Physically-Modified Tank Model**).

A fim de verificar a qualidade da hipótese da formulação física e da necessidade do uso de parâmetros físicos na concepção do novo modelo,

foi realizado estudo comparativo entre Tank Model e PM Tank Model com aplicação aos processos chuva-vazão em uma pequena bacia.

TEORIA

Balanço de Massa

As formulações do Tank Model e do novo modelo PM Tank Model estão fundamentadas no equacionamento da conservação da massa, definida por:

$$\frac{\partial \iint \phi dV}{\partial t} + \iint \phi (\vec{V} * d\vec{A}) = 0 \quad (1)$$

onde ϕ é a propriedade intensiva do fluído; V é o volume do volume de controle (VC); \vec{V} é a velocidade do fluxo através da superfície de controle (SC); e \vec{A} é a área da SC. Analogamente, o balanço hídrico pode ser realizado em escala de bacia hidrográfica, sendo que VC é a bacia hidrográfica e a SC é sua área superficial. Esta equação considera os processos hidrológicos ocorrendo de maneira conjunta e, de acordo com Sivapalan et al. (2003), implica que a análise em escala de bacia hidrográfica é mais apropriada. Segundo Tucci (2001), devido à utilização de transientes na composição do sistema, a eq. (1) dá origem ao modelo de armazenamento.

A partir da eq. (1) define-se a seguinte equação para caracterização da dinâmica dos fluxos da bacia.

$$\frac{dS}{dt} = p(t) - q(t) - e(t) \quad (2)$$

onde S é o armazenamento [L]; dt é o intervalo de tempo escolhido [$1/T$]; $p(t)$ é a intensidade da chuva [L/T]; $q(t)$ é a geração de escoamento [L/T]; e $e(t)$ é a evapotranspiração real [L/T]. A eq. (2) se apresenta na forma normalizada, a qual considera o balanço hídrico da bacia em função da variação da altura da água. Esta define os modelos de armazenamento e é o ponto de partida para a dedução do balanço hídrico tanto para Tank Model quanto para PM Tank Model.

Para entrar os dados em cada um dos modelos, os dados foram normalizados pelo intervalo de tempo dt simplificando a análise do processo de transferência de massa. Assim, os dados de entrada

são compostos pela intensidade da chuva e pela evapotranspiração, e as condições de contorno são definidas pela vazão e pelos parâmetros físicos no caso da formulação proposta. Assim, não há restrições para a determinação do dt em qualquer uma das formulações. A resolução temporal depende somente da forma de medição dos dados e/ou da capacidade de processamento disponível. Em relação ao formato dos dados de entrada, a discretização do balanço hídrico foi determinada pelo uso de equações de diferenças; segundo Monteiro (2002), tais equações são úteis para processar dados com intervalos constantes de medição.

Tank Model

O Tank Model simula o balanço hídrico de uma bacia hidrográfica utilizando um conjunto de tanques em série, onde o armazenamento do primeiro tanque é determinado pela chuva e o armazenamento dos demais tanques é determinado pela infiltração do tanque superior.

O presente trabalho utilizou dois transientes para caracterizar os processos chuva-vazão. A Figura 1 demonstra o esquema dos tanques utilizados no presente estudo. O sistema constituído com dois tanques é responsável pela simulação do balanço de massa e da propagação do hidrograma.

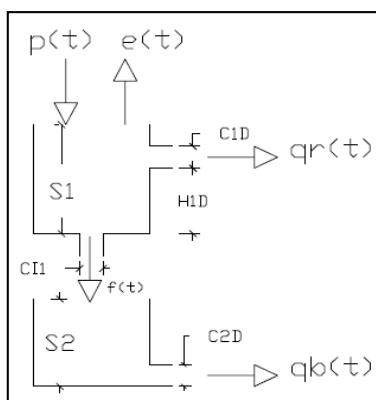


Figura 1 – Esquema do Tank Model utilizado

Desta forma, a partir de eq.(1) e eq.(2) definiu-se as relações para o balanço dos volumes em cada tanque. Estas relações são como:

$$\frac{dS_T}{dt} = \frac{dS_1}{dt} + \frac{dS_2}{dt} \quad (3a)$$

$$\frac{dS_1}{dt} = r - f - q_r - e \quad (3b)$$

$$\frac{dS_2}{dt} = f - q_b \quad (3c)$$

onde S_T é o armazenamento total [mm] na bacia; S_1 e S_2 são as alturas [mm] da água armazenada nos tanques 1 e 2, respectivamente; f é o fluxo [mm/min] que infiltra do tanque 1 para o tanque 2; r é a intensidade da chuva [mm/min] no tanque 1; e é a evapotranspiração real [mm/min]; q_r e q_b são o fluxo [mm/min] do escoamento superficial e do escoamento de base, respectivamente.

Os coeficientes $C1D$, $C1I$ e $C2D$ [adimensionais] (Figura 1) são as frações que irão ser convertidas em escoamento superficial, infiltração e escoamento de base, respectivamente. No presente estudo eles foram determinados como adimensionais após normalizá-los pelo intervalo de tempo (dt). O parâmetro $H1D$ é a altura lateral [mm] do orifício do tanque superior, a qual controla a ocorrência do escoamento superficial. Estes parâmetros são ajustados por tentativa e erro. Para o Tank Model, as equações que representam a geração de escoamento superficial, escoamento de base e infiltração são expressas pelas seguintes relações lineares:

$$q_r = C1D \cdot (S_1 - H1D) \quad (4a)$$

$$q_b = C2D \cdot S_2 \quad (4b)$$

$$f = C1I \cdot S_1 \quad (4c)$$

Neste modelo, os parâmetros de ajuste são considerados constantes (Sugawara, 1995). Portanto, Lee & Singh (1999) afirmaram que desta maneira o erro e o grau de incerteza associados aos parâmetros podem ser elevados.

PM Tank Model

Para iniciar a formulação do novo modelo, três hipóteses da mecânica dos fluidos foram estabelecidas: (i) o VC é uma superfície fechada; (ii) o escoamento ocorre perpendicularmente a SC; e (iii) o fluido é incompressível. Tais hipóteses são tidas como as premissas das formulações hidrológicas. Além disso, os parâmetros de ajuste passam a ter embasamento físico. Nesta aplicação, os parâmetros físicos utilizados para caracterizar o escoamento da bacia são: tempo de concentração, tempo de resposta do escoamento de base, condutividade hidráulica saturada, profundidade do solo, capacidade de infiltração mínima do solo, ponto de murcha permanente

nente e relação de resposta entre o hidrograma e o hietograma (termo α na Eq. (16)).

Nesta formulação, os parâmetros de ajuste podem ser buscados nos dados de monitoramento e nas características físicas da bacia. Assim, esses parâmetros de ajuste possuem diferentes significados quando comparados com a formulação do Tank Model originalmente proposto por Sugawara (1961). Além disso, foi determinada a utilização de equações diferenciais quadráticas, as quais passam a conferir um comportamento hiperbólico não-linear na geração do escoamento superficial e na infiltração. Este tipo de equacionamento possui vantagens computacionais, pois segundo Maliska (2004), não há necessidade de condições de contorno em regiões externas ao sistema ou a jusante do ponto considerado. Este argumento é importante, pois mesmo que haja alguma influência a jusante, por exemplo, um remanso, a nova formulação consegue absorver tal influência. O esquema de funcionamento do PM Tank Model está demonstrado na Figura 2 onde flechas curvas representam a não linearidade do processo.

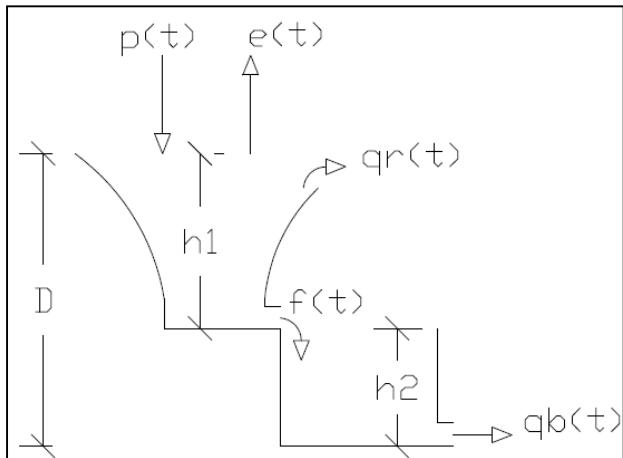


Figura 2 – Formulação do PM Tank Model

O presente trabalho procurou utilizar todas as informações disponíveis da bacia a fim de justificar a hipótese da formulação proposta.

Desta forma, a formulação do novo modelo inicia-se pela dedução (veja Apêndice A) de eq.(1) para a seguinte:

$$\frac{dV}{dt} = I - Q - E \quad (5)$$

Esta equação representa o balanço de volume total que escoa pela bacia. Convertendo eq.(5) em termos de altura por unidade de tempo, ou seja, tornando-a unidimensional e dividindo-se pela área (A) da bacia, obtém-se:

$$\frac{d(h_T \cdot A)}{dt} \cdot \frac{1}{A} = \{(A \cdot p) - [A \cdot (q_r + q_b)] - (e_a \cdot A)\} \cdot \frac{1}{A} \quad (6)$$

$$\frac{dh_T}{dt} = p - (q_r + q_b) - e_a \quad (7a)$$

$$\frac{dh_1}{dt} = p - e_a - f - q_r \quad (7b)$$

$$\frac{dh_2}{dt} = f - q_b \quad (7c)$$

$$\therefore \frac{dh_T}{dt} = \frac{dh_1}{dt} + \frac{dh_2}{dt} \quad (7d)$$

onde h_T é altura de água total armazenada na bacia [mm]; h_1 é a altura de água armazenada na camada superficial do solo [mm]; h_2 é a altura de água armazenada na camada mais profunda do solo [mm]; p é a intensidade da chuva [mm/min]; q_r é a variação de altura correspondente ao escoamento superficial [mm/min]; q_b é a variação de altura [mm/min] correspondente ao escoamento de base; e e_a é a evapotranspiração real [mm/min]. Desta forma, eq.(7) ilustra a forma infinitesimal da variação da altura nos tanques, sendo a unidade de medida [mm/min]. Normalizando eq.(7) com o intervalo do tempo de medição, o qual permanece constante para todo o evento, se obtém a expressão para um elemento representativo da altura total armazenada:

$$\Delta h_T = h_p - (h_r + h_b) - h_e \quad (8)$$

onde h_p é a altura de chuva [mm]; h_r é a altura [mm] referente ao escoamento superficial; h_b é a altura [mm] referente ao escoamento de base; e h_e é a altura [mm] referente à evapotranspiração.

A modificação da eq.(8) em termos de diferenças para uma série de variáveis hidrológicas permite definir a altura total armazenada ponto a ponto. Segundo Maliska (2004), devido ao fato da bacia não ser dividida em unidades de volume, o processo

de marcha pode ser aplicado ponto a ponto na descrição da variação das alturas. Desta forma, o processo iterativo é expresso como:

$$h_T(i) = h_{T0} + \sum_i \{h_p(i) - [h_r(i) + h_b(i)] - h_e(i)\} \quad (9)$$

onde i é a iteração [adim] relacionada dt ; h_T é a altura [mm] total armazenada; e h_{T0} é a altura [mm] inicial armazenada. Eq.(9) descreve o comportamento, de forma contínua, da altura total armazenada na bacia. O domínio de i abrange desde o início da chuva até o fim da recessão do hidrograma, então deve ter um tempo mínimo composto pela duração da chuva adicionado o tempo de base do hidrograma.

O parâmetro h_{T0} apresenta a condição inicial de água armazenada na bacia, que é estimada através dos parâmetros de profundidade do solo e o ponto de murcha permanente. Esta altura representa a soma das alturas iniciais armazenadas nos tanques 1 e 2, os quais são relacionados a camadas de solo da bacia. O tanque 1 é tido como a camada mais rasa do perfil desse solo e o tanque 2 é tido como a camada mais profunda responsável pela manutenção do escoamento de base ou longa duração. Para simplificar a avaliação do evento, a altura inicial presente no tanque 1 é considerada como sendo 0 [mm], pois neste caso a camada superior de solo não apresenta água disponível para gerar escoamento. Assim as seguintes relações determinam a condição inicial proposta

$$h_{T,0} = D \cdot \theta_{murcha} \quad (10)$$

$$\therefore h_{2,0} = D \cdot \theta_{murcha}$$

$$\therefore h_{1,0} = 0$$

onde D é a profundidade do solo [mm]; θ_{murcha} é o ponto de murcha permanente do solo; $h_{1,0}$ é condição inicial [mm] da camada mais superficial do solo; e $h_{2,0}$ é a condição inicial [mm] da camada mais profunda do solo.

Reescrevendo a eq.(8) a partir da eq.(3a) e da eq.(9) obtém-se:

$$h_T(i) = (D \cdot \theta_{murcha}) + \sum_i [h_1(i) + h_2(i)] \quad (11)$$

onde h_1 e h_2 são alturas [mm] no instante referente à iteração i em cada transiente relacionado a uma camada de solo. Desta forma,

$$h_1(i) = \sum_i [h_p(i) - h_f(i) - h_r(i) - h_e(i)] \quad (12)$$

$$h_2(i) = (D \cdot \theta_{murcha}) + \sum_i [h_f(i) - h_b(i)] \quad (13)$$

Eqs.(11 e 12) representam as variações individuais para cada transiente. Nota-se que o termo que representa a altura infiltrada (h_f) não faz parte explicitamente de eq.(9), entretanto a função que rege h_b é dependente da altura infiltrada. Os termos h_f , h_r e h_b são funções definidas a partir dos tempos de resposta e de parâmetros físicos da bacia.

Partindo do princípio que o comportamento da bacia é caracterizado por um sistema dinâmico reescreve-se, com base em eq.(4a, 4b, 4c), as funções h_r , h_b e h_f :

$$h_r = \frac{1}{t_c} \cdot [h_1 - I_b] \cdot \varpi \cdot \Delta t \quad (14a)$$

onde h_r é altura do escoamento superficial [mm], t_c [min] é o tempo de concentração I_b [mm] é capacidade mínima de infiltração e ϖ é a função potencial [adim] e Δt é o passo temporal da formulação [min]. Desta forma, observa-se que em eq.(14a) o tempo de concentração determina o tempo de resposta do escoamento superficial e sua geração é limitada pela capacidade de infiltração da bacia.

$$h_b = \frac{1}{t_{base}} \cdot h_2 \cdot \Delta t \quad (14b)$$

onde h_b é altura do escoamento básico [mm], t_{base} é tempo de resposta do escoamento básico [hr]. Eq.(14b) foi determinada com sendo linear, pois a contribuição do escoamento para bacias pequenas não influencia fortemente os resultados do balanço hídrico (Atkinson et al., 2002). Desta forma, t_{base} pode ser estimado a partir de uma análise da curva de recessão do hidrograma medido. Cabe salientar que a estrutura do Tank Model apresenta um funcionamento similar à eq.(14b), entretanto o mesmo não associa sua estrutura a processos físicos mais detalhados.

$$h_f = \frac{K_H}{D} \cdot h_1 \cdot \varpi \cdot \Delta t \quad (14c)$$

onde h_f é a altura infiltrada [mm]; K_H é a condutividade hidráulica saturada [mm/s]; e D é profundidade do solo [mm]. A infiltração é diretamente

controlada por K_H e inversamente proporcional a D . A razão entre D e K_H caracteriza o tempo de percurso da água no perfil de solo.

Além disso, foi determinada uma função potencial ϖ , a qual incorpora um comportamento hiperbólico à resposta do modelo e quantifica a magnitude de resposta de infiltração e escoamento superficial, proporcionalmente ao volume de água armazenada na bacia. Então esta função pode ser expressa como:

$$\varpi(i) = \frac{h_1(i-\alpha)}{h_T(i-\alpha)} \quad (15)$$

onde α [adim] é o atraso entre o instante no qual a chuva é maior que a capacidade mínima de infiltração e o início da ascensão do hidrograma e i é o passo de iteração [adim]. A Eq.(15) confere a difusividade à dinâmica da formulação quando interage com as Eqs.(14a, 14c), pois deforma o hidrograma conforme a intensidade e distribuição temporal da chuva. Assim segundo Sugawara (1995), a difusividade confere o maior realismo ao ajuste do modelo na geração de vazão.

A função ϖ varia a resposta da bacia de forma não-linear segundo as características da chuva. O critério para obtenção de α está relacionado à variação da chuva e da vazão no tempo.

$$\alpha = \frac{t \left(\frac{\partial Q}{\partial t} > \text{ruído} \right) - t \left(\frac{\partial P}{\partial t} > I_b \right)}{\Delta t} \quad (16)$$

onde α é o parâmetro adimensional normalizado pelo Δt ; Q é a vazão medida [m^3/s]; P é a chuva medida [mm]; e ruído representa as variações hidráulicamente desprezíveis de vazão determinadas como menores do que 0,20 [m^3/s] no presente estudo. O valor de α caracteriza a condição onde a bacia começa a responder efetivamente a chuva segundo o hidrograma medido. O domínio de análise de eq.(16) está entre o instante de início da chuva e o instante da vazão de pico Q_p , de acordo a seguinte relação:

$$t \in [t(P_{\text{inicial}}); t(Q_{\text{max}})] \quad (17)$$

Portanto, não é necessário considerar a recessão do hidrograma neste domínio. Tal procedimento de análise é facilmente construído com auxílio de algoritmos. A aplicação de Eq.(15) torna-se válida segundo o Teorema de Taylor:

$$\begin{aligned} h(i) &= h(i-\alpha) + \sum_{n=1}^j \left[\frac{\partial^n [h(i-\alpha)]}{\partial t^n} \cdot \frac{\alpha^n}{n!} \right] \\ \therefore h(i-\alpha) &= h(i) - \sum_{n=1}^j \left[\frac{\partial^n [h(i-\alpha)]}{\partial t^n} \cdot \frac{\alpha^n}{n!} \right] \end{aligned} \quad (18)$$

Nota-se que o Teorema de Taylor comprova a veracidade matemática da função potencial, a qual já é justificada fisicamente com informações hidrológicas da bacia. Assim, a função ϖ mantém o princípio da continuidade, em concordância com eq.(1).

A formulação física proposta pode ser reescrita na forma expandida unificando eq.(14a, 14c) com eq.(15):

$$h_r(i) = \frac{1}{t_c} \cdot (h_1(i) - I_b) \cdot \frac{h_1(i-\alpha)}{h_T(i-\alpha)} \cdot \Delta t \quad (19a)$$

$$h_f(i) = \frac{K_H}{D} \cdot h_1(i) \cdot \frac{h_1(i-\alpha)}{h_T(i-\alpha)} \cdot \Delta t \quad (19b)$$

Essas equações caracterizam a inovação do PM Tank Model comparado com o Tank Model. De acordo com os conceitos colocados por Sivapalan et al. (2003), a análise deve ser embasada em informações da bacia e todo o procedimento de ajuste deve ser hidrologicamente justificado. Então, o escoamento superficial e a infiltração são definidos através de relações não lineares de grau quadrático de comportamento hiperbólico, as quais ajustam com parâmetros físicos e relações extraídas do hidrograma e hietograma da bacia hidrográfica. O escoamento de base permanece definido por uma relação linear como definida em Brutsaert (2005).

APLICAÇÃO

Área de Estudo

Na região da bacia do Itacorubi, Florianópolis, Santa Catariana, localiza-se a Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). Por interesses científicos e de responsabilidade sócio-ambiental, pesquisadores da UFSC desenvolveram e implementaram um sistema de monitoramento na bacia do Campus da UFSC (Kobiyama et al., 2006). Esta bacia possui uma área de 4,078 km², solo de textura arenosa, uma alta declividade na região de cabeceira com cerca de 0,13 [m/m] e uma baixa declividade na região do exutório com cerca de 0,003 [m/m] (Figura 3).

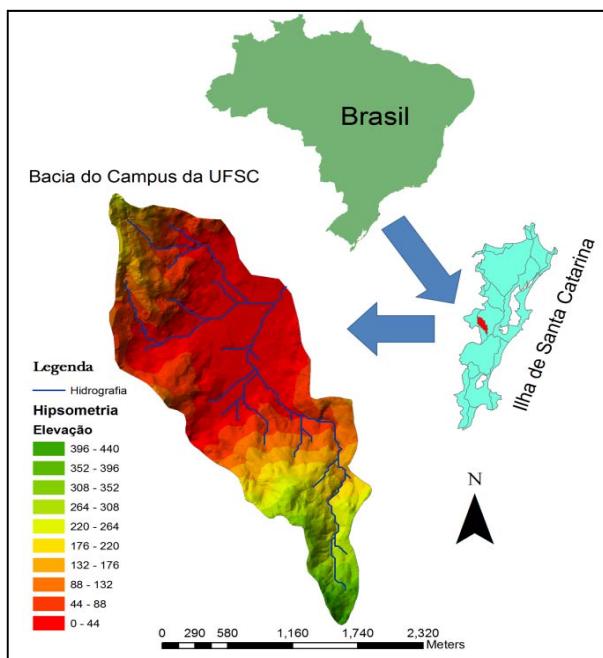


Figura 3 – Localização da bacia do Campus da UFSC

Brognoli (2005) realizou a caracterização física (porosidade total, curva granulométrica, densidade do solo, taxa de infiltração, capacidade de campo, entre outros) nesta bacia, em 30 pontos. Estas características permitem considerar a presença de um perfil raso de solo na bacia, com base da teoria de Dietrich et al. (1995). Assim, o presente trabalho utilizou da hipótese e de evidências de campo que o solo na bacia possui pouca profundidade.

Segundo Silva et al. (2005), a intensidade das chuvas na bacia pode variar entre 0,10 até 73,60 [mm/h] ocorrendo vazões entre 0,18 até 22,00 [m³/s]

Na bacia do Campus da UFSC há uma estação meteorológica e uma fluviométrica automáticas instaladas no exutório da bacia com intervalo de medição fixado em 5 minutos, devido ao seu curto tempo de concentração (Kobiyama et al., 2006). Assim, análises preliminares nos dados de monitoramento e segundo as condições de ocupação do solo constatou-se que a geração de vazão é determinada apenas pelo escoamento superficial e pelo escoamento de base.

Dados usados

As informações de chuva e de vazão foram utilizadas como dados de entrada e como condição de contorno, respectivamente. A resolução temporal do presente estudo foi determinada para uma dt

igual 5 minutos, pois assim é possível ter uma excelente caracterização da resposta da bacia. Foram escolhidos 7 eventos de chuva entre o ano de 2009 e de 2010, para os quais a bacia apresentou repostas sem ocorrência de extravasamento da calha primária do canal (Tabela 1).

Tabela 1 – Eventos analisados

Evento	Data	Chuva total [mm]	I _{max} [mm/5min]
1	23/09/2009	5,334	1,778
2	27/09/2009	2,794	1,270
3	30/11/2009	21,336	3,810
4	12/12/2009	29,728	10,414
5	16/12/2009	13,462	3,302
6	22/09/2010	35,814	3,556
7	27/10/2010	47,498	2,540

Além disso, dados de curvas granulométricas e taxa de infiltração mínima, obtidos por Brognoli (2005) também foram utilizados na formulação física a fim de justificar os procedimentos adotados na análise. Através das curvas granulométricas, pelo método de Breddin (1963), foi estimada a condutividade hidráulica saturada da bacia. Para o ponto de murcha, os resultados das curvas granulométricas e a função de pedotransferência sugerida por Briggs & McLane (1907) ajudaram na determinação do valor adotado no presente estudo. Segundo estudos de campo de Blencowe et al. (1960), o valor adotado está fisicamente coerente. A Tabela 2 traz os valores e as faixas de valores usados neste estudo.

Tabela 2 – Parâmetros físicos do solo

Parâmetro	Valores	Unid.
θ _{murcha}	0,02	[adim]
K _H	0,50 – 2,00	[mm/s]
D	850 – 1000	[mm]
I _b	0,90	[mm]
Silte+argila	35	[%]
Areia	65	[%]

Brognoli (2005) reportou uma alta variabilidade das características físicas do solo da bacia do Campus da UFSC. Assim, devido a esse fato, os pa-

râmetros de D e K_H foram considerados variáveis, tal consideração semelhante à considerada no trabalho de Dietrich et al. (1995).

A evapotranspiração real (e_a) foi considerada igual à evapotranspiração potencial (e_{pot}) na situação sem presença de chuva e zero durante os instantes de ocorrência de chuva:

$$\begin{aligned} e_a(t) &= e_{pot}(t), p(t) = 0 \\ e_a(t) &= 0, p(t) \neq 0 \end{aligned} \quad (20)$$

De acordo com Corseuil et al. (2008), a evapotranspiração potencial na bacia do Campus da UFSC pode chegar a 0,20 [mm/hr], valor adotado nos eventos analisados no presente trabalho.

Análise comparativa

Para avaliar o desempenho do PM Tank Model em relação aos dados monitorados e para comparar com o Tank Model, três funções objetivo foram utilizadas: NSE (coeficiente de Nash & Sutcliffe (1970)) para avaliar as vazões máximas, RMS (Erro Quadrático Médio) para avaliar as vazões a máximas e ΔV (diferença percentual volumétrica) para avaliar a eficiência global do ajuste.

$$NSE = 1 - \frac{\sum_i (Q_{obs} - Q_{cal})^2}{\sum_i (Q_{obs} - \bar{Q}_{cal})^2} \quad (21)$$

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N (Q_{obs} - Q_{cal})^2} \quad (22)$$

$$\Delta V = \frac{\sum_i Q_{cal} - \sum_i Q_{obs}}{\sum_i Q_{obs}} \cdot 100 \quad (23)$$

onde Q_{obs} é a vazão observada; Q_{cal} é a vazão calculada; e \bar{Q}_{cal} é a média da vazão calculada.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A partir das funções objetivo foi realizada a comparação entre as duas formulações: Tank Model e PM Tank Model (Tabela 3). Verificou-se que o PM Tank Model obteve resultados melhores do que aqueles do Tank Model. O critério de ajuste ficou associado à função NSE e às aferições visuais do hidrograma. Desta forma, a nova formulação gerou

resultados bastante satisfatórios, tendendo NSE a 1, mantendo RMS baixo e com erros percentuais de volume entorno de 0 [%]. Devido ao critério de ajuste anteriormente estabelecido, o Tank Model demonstrou variações para as diferenças percentuais nos volumes com valores elevados para os eventos 1, 3, 4 e 5. Em relação ao NSE, o Tank Model mostrou certo grau de variabilidade ficando abaixo de 0,87 e atingindo seu mínimo em 0,41.

Tabela 3 - Desempenho das formulações

Evento	RMS [m ³ /s]		NSE [adim]		ΔV [%]	
	TM	PM	TM	PM	TM	PM
1	0,04	0,01	0,66	0,96	-7,70	1,64
2	0,01	0,00	0,41	0,99	-1,00	0,00
3	0,06	0,02	0,79	0,98	-7,90	-0,60
4	0,04	0,01	0,85	0,96	5,30	0,30
5	0,01	0,00	0,80	0,96	-10,90	0,00
6	0,03	0,01	0,86	0,98	0,00	1,97
7	0,05	0,01	0,70	0,98	1,37	-1,96

Obs.: TM é o Tank Model; PM é o PM Tank Model

Assim de acordo com o resultado da variação dos valores de NSE, percebe-se a estabilidade maior do PM Tank Model comparada com o Tank Model. O novo modelo ficou entre 13% a 60 % mais eficiente para esta função objetivo. Isto foi naturalmente esperado, pois o novo modelo é ajustado através das características físicas da bacia, o que, além disso, reduz a incerteza e o grau de arbitrariedade da formulação. O Tank Model apresentou resultados satisfatórios, mas pode-se perceber a instabilidade de seus resultados no ajuste de um evento para outro. Ainda assim, não é possível afirmar onde está a limitação do Tank Model, pois o modelo opera como caixa-preta não havendo justificativa hidrológica de seus ajustes.

As Tabelas 4 e 5 mostram os parâmetros para as aplicações de cada formulação, Tank Model e o PM Tank Model, respectivamente. Também estão representados a média e o coeficiente de variação (CV) para cada parâmetro.

Para o novo modelo observa-se a ocorrência de grande variabilidade para t_c , no entanto os valores encontrados estão de acordo com o estudo desenvolvido por Kobiyama et al. (2006) sobre o tempo de concentração da bacia. Os valores utilizados de K_H , para cada evento, demonstraram estar dentro da faixa determinada por Breddin (1963) para solos

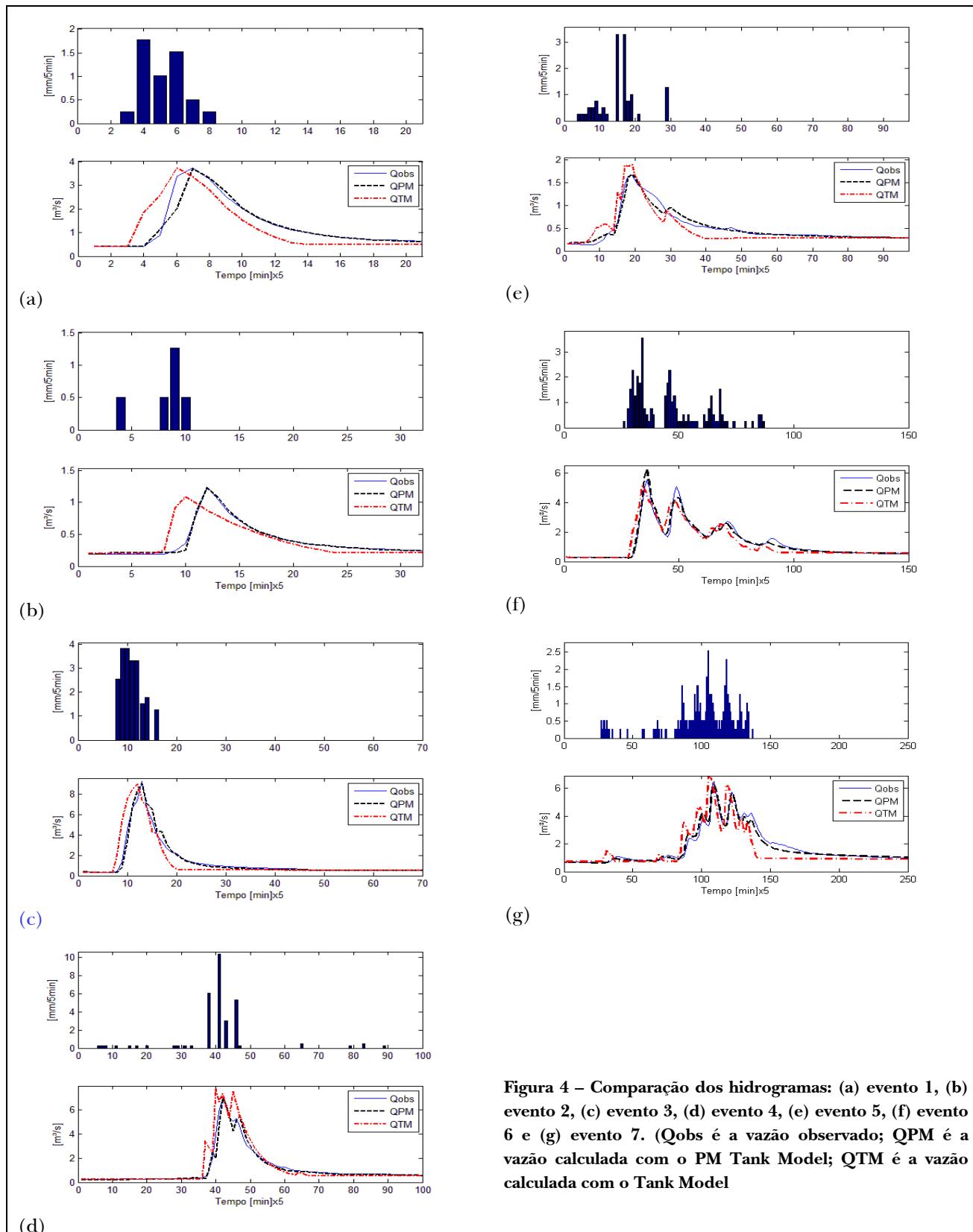


Figura 4 – Comparação dos hidrogramas: (a) evento 1, (b) evento 2, (c) evento 3, (d) evento 4, (e) evento 5, (f) evento 6 e (g) evento 7. (Qobs é a vazão observada; QPM é a vazão calculada com o PM Tank Model; QTM é a vazão calculada com o Tank Model)

arenosos. Assim, numa análise preliminar de sensibilidade, a qual não será exposta neste estudo, conclui-se que o modelo proposto é dominantemente sensível aos parâmetros t_c e K_H . Tal condição está associada à geração de vazão a qual é dominada pelo escoamento superficial.

Tabela 4 – Parâmetros de ajuste para o Tank Model original

Ev.	C1D	C1I	C2D	H1D [mm]	h_{20} [mm]
1	0,04	0,10	0,0010	0,80	17
2	0,09	0,16	0,0018	0,80	17
3	0,04	0,06	0,0009	0,80	17
4	0,08	0,27	0,0011	0,80	20
5	0,04	0,11	0,0009	0,80	17
6	0,02	0,11	0,0007	0,80	17
Média	0,05	0,14	0,0011	0,80	17,50
CV	0,52	0,54	0,36	0,00	0,08

Nota: O parâmetro C1D ajusta a saída superior do tanque 1; o parâmetro C1I ajusta a saída inferior do primeiro tanque 1; o parâmetro C2D ajusta a saída inferior do tanque 2; H1D é a altura da saída superior do tanque 1; h_{20} é a condição inicial da armazenamento. Referência à Figura 1.

Tabela 5 – Parâmetros de ajuste para o PM Tank Model

Ev.	t_c [min]	K_H [mm/s]	t_{base} [dia]	I_b [mm]	D [mm]	α
1	12,00	1,61	3,15	0,90	850	2
2	18,00	1,41	3,15	0,90	850	3
3	25,00	1,90	3,15	0,90	1000	1
4	62,00	0,84	3,15	0,90	900	1
5	125,0 0	0,51	3,15	0,90	850	1
6	39,00	1,00	3,15	0,90	950	1
7	33,00	1,30	3,15	0,90	1250	1
Média	45,00	1,22	3,15	0,90	950	1,42
CV	0,87	0,39	0,00	0,00	0,15	0,55

Os parâmetros de t_{base} e D apresentaram pouca ou nenhuma variabilidade. Os valores encontrados para t_{base} foram determinados por análises da curva de recessão, na condição de escoamento de

longa duração. A estrutura utilizada para o escoamento básico no PM Tank Model apresenta semelhanças àquela utilizada no Tank Model. Entretanto, segundo Sugawara (1961, 1995) o parâmetro que ajusta o escoamento básico e os demais escoamentos é tido como uma fração da chuva efetiva determinada por tentativa e erro e/ou auto-calibração.

O parâmetro I_b foi extraído do trabalho de Brognoli (2005) após análise das medições da capacidade de infiltração mínima medidas em campo na bacia do Campus da UFSC. O parâmetro α apresentou baixa variabilidade e indica que bacia responde rapidamente durante eventos de chuvas intensas. Seus valores variaram de 1 a 3, multiplicando pelo dt dos dados (5 a 15 minutos), sendo condizentes com as características de resposta reportadas por Kobiyama et al. (2006).

A Figura 4 ilustra o desempenho dos modelos para os sete eventos.

Os resultados mostram que o PM Tank Model obteve melhor desempenho nas simulações de balanço hídrico. A formulação proposta no presente estudo apresentou bons ajustes nos picos, na ascensão e na recessão dos hidrogramas, com respostas mais coerentes com a realidade.

CONCLUSÃO

De acordo com as análises realizadas no presente trabalho, a formulação do PM Tank Model, baseada no Tank Model, apresentou excelentes resultados. Todas as partes dos hidrogramas gerados, ou seja, a ascensão, o pico e a recessão mostraram melhor representação à realidade. Este desempenho foi verificado utilizando três funções objetivo (RMS, NSE e ΔV). A análise da função NSE mostrou que a formulação proposta apresentou maior estabilidade na representação da geração de vazão na bacia do Campus da UFSC. Assim, seguindo as orientações de Sivapalan et al. (2003), o trabalho buscou aperfeiçoar o entendimento do ciclo hidrológico na bacia estudada. Uma nova concepção de modelo foi proposta sendo fundamentada em informações físicas e em dados monitorados, onde a hipótese da formulação mostrou forte relação aos dados e parâmetros físicos da bacia. Além disso, é sugerido a utilização de um equacionamento hiperbólico, o qual pode ser decisivo no desempenho do modelo. Desta forma, foram deixadas de lado as formulações lineares de primeira ordem, muito utilizadas na hidrologia há um século.

Em suma, o presente trabalho demonstrou que o desenvolvimento de modelos embasados, em dados de monitoramento e em informações físicas da bacia, pode contribuir para o entendimento do ciclo hidrológico e redução da incerteza da ocorrência dos processos hidrológicos.

Embásado nos bons resultados obtidos, mais estudos continuam em andamento a fim de verificar e validar a formulação desenvolvida pelo presente trabalho. Há a necessidade de aumentar o grau de complexidade das análises aplicando a formulação para áreas maiores e para séries de chuva-vazão de longa duração.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Laboratório de Hidrologia do Departamento de Engenharia Sanitária e Ambiental da Universidade Federal de Santa Catarina (LabHidro\ENS\CTC UFSC) pela disponibilidade de recursos utilizados na obtenção dos dados hidrológicos da bacia do Campus da UFSC. Também agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq). Os autores agradecem os revisores anônimos pelos comentários ao artigo.

APÊNDICE A

Este apêndice demonstra a dedução de eq.(1) para eq.(5). Reescrevendo a eq. (1):

$$0 = \frac{\partial \left(\iint \phi dV \right)}{\partial t} + \iint \phi (\vec{v} \bullet d\vec{A}) \quad (1)$$

Integrando a eq. (1), obtém-se:

$$0 = \frac{\partial V\phi}{\partial t} + \phi \cdot [(v \cdot A)_{\text{saída}} - (v \cdot A)_{\text{entrada}}] \quad (A1)$$

A propriedade intensiva do fluido não varia a longo do tempo, então:

$$0 \cdot \frac{1}{\phi} = \frac{\partial V\phi}{\partial t} \cdot \frac{1}{\phi} + \frac{1}{\phi} \cdot \phi \cdot [(v \cdot A)_{\text{saída}} - (v \cdot A)_{\text{entrada}}] \quad (A2)$$

$$\therefore 0 = \frac{\partial V}{\partial t} + (v \cdot A)_{\text{saída}} - (v \cdot A)_{\text{entrada}} \quad (A3)$$

Sendo a aplicação é do tipo concentrada, a variação volumétrica do sistema dependente do tempo explicitamente e implicitamente. Então,

$$0 = \frac{dV}{dt} + Q_{\text{saída}} - Q_{\text{entrada}} \quad (A4)$$

Rearranjando (A4) tem-se:

$$\frac{dV}{dt} = Q_{\text{entrada}} - Q_{\text{saída}} \quad (A5)$$

Refinando (A5) para a notação de eq.(5), tem-se:

$$\begin{aligned} Q_{\text{entrada}} &= I \\ Q_{\text{saída}} &= Q + E \end{aligned} \quad (A6)$$

Assim, introduzindo (A6) em (A5) obtém-se:

$$\frac{dV}{dt} = I - Q - E \quad (5)$$

REFERÊNCIAS

ATKINSON, S.; SIVAPALAN, M.; WOODS, R. A.; VINEY, N. R. Dominant physical controls of hourly streamflow predictions and an examination of the role of spatial variability: Mahurangi catchment, New Zealand. *Advances in Water Resources*, v. 26, n. 2, p. 219-235, 2002.

BEVEN, K. J. *Rain-fall modeling: the primer*. New York: John Wiley, 2001. 372 p.

BLENCOWE, J. P. B.; MOORE, S. D.; YOUNG, G. J.; SHEARER, R. C.; HAGERSTROM, R.; WM CONLEY, W. M.; POTTER, J. S. *Soil*. [S.l.: s.n], 1960. (Department of Agriculture bulletin, 462).

BREDDIN, H. Due Grundrisskarten des Hydrogeologischen Kartenwesens der Wasserwirtschaftsverwaltung von Norgrein-Westfalen. *Geologische Mitteilungen*, v. 2, n. 4, p. 393-416, 1963.

BRIGGS, L. J., McLANE, J. W. *The moisture equivalent of soils*. Washington: USDA, 1907. 23 p. (Bureau of soils bulletin, 45).

BROGNOLI, F. F. *Análise experimental da capacidade de infiltração do campus da UFSC através do infiltrômetro de duplo anel*. 2005. 132 f. Monografia (Trabalho de Conclusão

de Curso em Engenharia Sanitária e Ambiental)- Universidade Federal de Santa Catarina, CTC/ENS, Florianópolis, 2005.

BRUTSAERT, W.; HOUGHTALEN, R. J. *Hydrology: an introduction*. New York: Cambridge University Press, 2005. 605 p.

CORSEUIL, C. W.; LAZAROTE, L. M.; SILVA, R. V.; KOBIYAMA, M. Estimativa espacial de evapotranspiração potencial da bacia do Itacorubi, por meio de correlação com NDVI. In: SEMINÁRIO DE ATUALIZAÇÃO EM SENSORIAMENTO REMOTO E SISTEMAS DE INFORMAÇÕES GEOGRÁFICAS APLICADOS À ENGENHARIA FLORESTAL, 8., 2008, Curitiba. *Anais...* Curitiba: FUPEF, 2008. p. 172-180.

DIETRICH, W. E.; REISS, R.; HSU, M. L.; MONTGOMERY, D. R. A process-based model for colluvial soil depth and shallow landsliding using digital elevation data. *Hydrological Processes*, v. 9, n. 3-4, p. 383-400, Apr-May 1995.

DOOGE, J. C. I. *Linear theory of hydrologic systems*. Washington: US Department of Agriculture, Agricultural Research Service, 1973. (Technical bulletin, n. 1468).

FRANCHINI, M.; PACCANI, M. Comparative analysis of several conceptual rainfall-runoff models. *Journal of Hydrology*, Amsterdam, v. 122, n. 1-4, p. 161-219, Jan 1991.

ISHIHARA, Y.; KOBATAKE, S. Study on synthetic flood hydrograph. *Annals of the Disaster Prevention Research Institute, Kyoto*, v. 21, B-2, p. 153-172, 1978. (in Japanese).

KLEMES, V. Conceptualization and scale in hydrology. *Journal of Hydrology*, Amsterdam, v. 65, n. 1-3, p. 1-23, 1983.

KOBASHI, S.; SUZUKI, M. The critical rainfall (danger index) for disasters caused by debris flows and slope failures. In: BESCHTA, R. L.; BLINN, T.; GRANT, G. E.; ICE, G. G.; SWANSON, F. J. (Ed.). *Erosion and Sedimentation in the Pacific Rim*. Wallingford: IAHS Press, 1987. p. 201-211. (IAHS publication, n. 165).

KOBIYAMA, M.; GRISON, F.; LINO, J. F.; SILVA, R. V. Estimativa Morfométrica e Hidrológica do Tempo de Concentração na Bacia do Campus da UFSC, Florianópolis - SC. In: SIMPÓSIO DE RECURSOS HÍDRICOS DO SUL-SUDESTE, 1.; 2006, Curitiba. *Anais...* Curitiba: UFPR, 2006.

LEE, Y. H.; SINGH, V. P. Tank Model using Kalman filter. *Journal of Hydrologic Engineering*, ASCE, v. 4, n. 4, p. 344-349, 1999.

LINDNER, E. A.; KOBIYAMA, M. Proposal of Tank Moisture Index to predict floods and droughts in Peixe River watershed, Brazil. In: CLUCKIE, I.; CEHN, Y.; BABOVIC, V.; KONIKOW,

L.; MYNETT, A.; DEMUTH, S.; SAVIC, D. A. (Org.). *Hydroinformatics in hydrology, hydrogeology and water resources*. Wallingford: IAHS Press, 2009. p. 314-323. (IAHS publication, n. 331).

MALISKA, C. R. *Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional*. 2. ed. Rio de Janeiro: LTC - Livro Técnicos e Científicos, 2004. 453 p.

MENDIONDO, E. M.; TUCCI, C. E. M. Escalas hidrológicas: I conceitos. RBRH *Revista Brasileira de Recursos Hídricos*, v. 2, n. 1, p. 21-44, jul./dez. 1997.

MONTEIRO, L. H. A. *Sistemas dinâmicos*. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2002. 527 p.

NASH, J. E.; SUTCLIFFE, J. V. River flow forecasting through conceptual models Part I – A discussion of principles. *Journal of Hydrology*, Amsterdam, v. 10, n. 3, p. 282-290, Apr 1970.

OTSU, H.; SUPAWIWAT, N.; MATSUYAMA, H.; TAKAHASHI, K. A study on asset management of road slopes considering performance deterioration of groundwater countermeasurement system. *Journal of Japan Society of Civil Engineers*, Tokyo, n. 784/VI-66, p. 155-169, 2005.

SILVA, R. V.; KOBIYAMA, M.; SCHARF, D. D.; GRISON, F.; HAAS, R. Caracterização preliminar da precipitação na bacia do campus da UFSC, Florianópolis-SC. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HÍDRICOS, 16., 2005, João Pessoa. *Anais...* Porto Alegre: ABRH, 2005. 13 p.

SINGH, V. P.; WOOLHISER, D. A. Mathematical modeling of watershed hydrology. *Journal of Hydrologic Engineering*, v. 7, n. 4, p. 270-292, Jul 2002.

SIVAPALAN, M.; BLÖSCHL, G.; ZHANG, L.; VERTESSY, R. Downward approach to hydrological prediction. *Hydrological Processes*, v. 17, n. 11, p. 2101-2111, Aug 2003.

SUGAWARA, M. Automatic calibration of the tank model. *Hydrological Sciences Bulletin*, Wallingford, v. 24, n. 3, p. 375-388, 1979.

SUGAWARA, M. On the Analysis of Runoff Structure about Several Japanese Rivers. *Japanese Journal of Geophysics*, v. 2, n. 4, p. 1-76, 1961.

SUGAWARA, M. Tank Model. In: SINGH, V. P. (Ed.). *Computer Models of Watershed Hydrology*. Highlands Ranch: Water Resources Publications, 1995. p. 165-214.

SUZUKI, M.; FUKUSHIMA, Y.; TAKEI, A.; KOBASHI, S. The critical rainfall for the disasters caused by debris movement.

Journal of Japan Society of Erosion Control Engineering, v. 31, n. 3, p. 1-7, 1979. (in Japanese).

TAKAHASHI, T.; NAKAGAWA, H. Prediction of stony debris flow induced by severe rainfall. *Journal of Japan Society of Erosion Control Engineering*, v. 44, n. 3, p. 12-19, 1991. (in Japanese).

TUCCI, C. E. M. (Org.). *Hidrologia: ciência e aplicação*. 2. ed. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2001. 943 p.

WORLD METEOROLOGICAL ORGANIZATION. Intercomparison of conceptual models used in operational hydrological forecasting. Geneva: World Meteorological Organization, 1975. 172 p. (Operational hydrology report, n. 7, WMO publication, n. 429).

WORLD METEOROLOGICAL ORGANIZATION. Simulated real-time intercomparison of hydrological models. Geneva: World Meteorological Organization, 1992. 241 p. (Operational hydrology report, n. 38, WMO publication, n. 779).

ZHANG, J.; LIU, Z. Hydrological monitoring and flood management in China. *IAHS Publication*, n. 305, p. 93-102, 2006.

Proposal of conceptual model: PM Tank Model

ABSTRACT

The new model (PM Tank Model was developed from the formulation of the Tank Model by using a physically-based formulation and applying nonlinear hyperbolic equations instead of exponential linear equations of the original model. In order to show the performance of both formulations and to improve understanding of the hydrological cycle at the catchment scale, the present study used 7 rainfall-runoff events and some physical information about the soil and evapotranspiration in the catchment (4.078 km²) of the Federal University of Santa Catarina in Florianópolis, Santa Catarina. The simulation results were evaluated using three objective functions, and showed that the formulation of the PM Tank Model produced a better performance. Thus, the proposed formulation maintained the simplicity of the Tank Model and also introduced a new concept of dynamic behavior through the hyperbolic equations and reduced the uncertainty of the simulations with the use of physical information for defining the model parameters.

Key-words: Hydrologic simulation, Tank Model, nonlinear hyperbolic equations.